

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi serta perubahan lingkungan hidup dapat mempengaruhi perubahan pola penyakit yang dapat menimbulkan epidemik dan membahayakan kesehatan masyarakat. Di negara-negara berkembang jenis penyakit menular merupakan penyebab utama penderitaan dan kematian yang banyak terjadi. Penyakit tersebut disebabkan oleh virus yang dapat menyebar melalui kontak langsung dengan penderita.

Munculnya penyakit epidemik tersebut mendapat perhatian dari berbagai kalangan, khususnya para ahli di bidang kedokteran yang mempunyai peranan penting dalam mencegah meluasnya penyebaran penyakit. Dalam perkembangan ilmu pengetahuan di bidang matematika juga turut memberikan peranan penting dalam membantu menganalisa dan mengontrol penyebaran penyakit. Peristiwa-peristiwa yang ada dapat dipandang dan dianalisis dalam bentuk model matematika, artinya peristiwa tersebut dapat dirumuskan dalam bentuk persamaan atau fungsi matematika. Tugas akhir ini secara khusus akan membahas model matematika untuk kejadian epidemik penyakit *Measles* atau lebih sering dikenal dengan Campak.

Penyakit campak (*measles*) adalah penyakit menular yang disebabkan karena infeksi virus campak dari family *paramyxovirus* dan genus *morbillivirus*. Penyakit ini ditandai dengan demam, batuk, peradangan selaput ikat mata, dan ruam kulit. Campak merupakan salah satu jenis penyakit menular yang perlu

diwaspadai karena sering menimbulkan kejadian luar biasa (KLB) pada sebagian besar wilayah Indonesia, salah satunya pada kota Semarang. Penyakit campak yang terjadi di kota Semarang termasuk kejadian endemik karena penyakit ini selalu ada setiap tahun dan telah berlangsung lama. Di samping itu penyakit campak sangat berbahaya karena dapat menyebabkan komplikasi seperti kerusakan otak, gangguan pernafasan, bahkan kematian. Oleh karena itu perlu adanya tindakan pencegahan untuk mengurangi laju penyebaran penyakit ini.

Salah satu cara untuk mencegah meluasnya penyakit ini yaitu dengan melakukan program vaksinasi. Selain vaksinasi, dengan memberikan pengobatan (*treatment*) yang tepat bagi penderita juga mampu mengurangi jumlah kasus kesakitan dan kematian yang disebabkan oleh penyakit campak. Program vaksinasi dilakukan dengan memberikan senyawa antigen yang berfungsi untuk meningkatkan imunitas tubuh terhadap virus atau penyakit sedangkan *treatment* yang dilakukan bersifat suportif dengan memberikan asupan gizi yang baik, asupan cairan yang cukup, suplemen nutrisi, serta pemberian antibiotik seperti vitamin A untuk mencegah terjadinya infeksi sekunder[1].

Semakin banyak ilmuwan yang tertarik untuk merumuskan model matematika yang menjelaskan tentang penyakit epidemik. Model matematika untuk kasus penyakit epidemik memang tidak dapat menggambarkan secara akurat semua aspek epidemik realnya, namun dengan adanya pemodelan matematika dapat memberikan harapan yang baik untuk membandingkan strategi-strategi yang dapat dilakukan untuk memperkecil laju infeksinya. Meskipun model matematikanya tidak mampu untuk menyembuhkan penyakit, akan tetapi

dapat membantu dalam prediksi dan pengendalian penyakit epidemik di masa mendatang.

Untuk menganalisis dinamika penyebaran penyakit campak terdapat beberapa model matematika yang sering digunakan diantaranya SIR, SIRS, SEIR, MSEIR dan termasuk model SVID. Model-model tersebut memiliki konsep yang sama yaitu *compartmental epidemiologi* (pembagian klas) yang menggambarkan penyebaran penyakit dari masing-masing klas. Jadi dalam suatu populasi akan terbagi menjadi beberapa klas dimana masing-masing klas mewakili tahapan yang berbeda. Klas *S* (*susceptible*) digunakan untuk mewakili individu-individu yang rentan terhadap infeksi virus, kemudian klas *I* (*infectious*) digunakan untuk mewakili individu-individu yang telah terinfeksi dan mampu menularkan atau menyebarkan penyakit ke individu pada populasi rentan, untuk klas *R* (*recovered*) digunakan untuk mewakili individu-individu terinfeksi yang telah sembuh dari penyakit dan memiliki kekebalan permanen yang artinya individu tersebut tidak akan terinfeksi lagi untuk jenis penyakit yang sama. Namun pada model SIRS, klas *R* (*recovered*) mewakili individu-individu yang telah sembuh dan akan terbebas dari infeksi virus kemudian akan memasuki populasi rentan (*susceptible*) kembali. Pada model-model epidemik yang memperhatikan adanya periode laten (masa inkubasi) seperti model SEIR, MSEIR terdapat klas *E* (*exposed*) yang digunakan untuk mewakili individu-individu yang baru terinfeksi dan memasuki periode latent, dalam periode ini individu tersebut tidak memiliki kemampuan untuk menularkan penyakit ke individu lain sedangkan klas *M* (*Maternally-derived immunity*) digunakan untuk mewakili individu-individu yang baru lahir dan memiliki kekebalan pasif yang didapatkan dari ibunya, namun hal ini hanya

berlangsung sementara kemudian individu pada klas M ini akan memasuki klas rentan (*susceptible*)[10].

Penyakit campak merupakan penyakit menular yang penyebarannya berlangsung sangat cepat sehingga diperlukan suatu tindakan pencegahan, salah satunya dengan vaksinasi. Oleh karena itu dikembangkan model yang lebih representatif yaitu model SVID. Dengan menggunakan pendekatan *compartmental* epidemiologi individu rentan (*susceptible*) yang mendapatkan vaksin akan masuk ke dalam klas V (*vaccinated*) dengan asumsi bahwa kemampuan dari vaksin kurang dari 100% yang berarti individu pada klas *vaccinated* berpeluang untuk terinfeksi penyakit. Karena periode laten pada penyakit campak diabaikan maka setiap individu *susceptible* dan *vaccinated* yang terinfeksi virus campak akan memasuki klas *infectious*. Untuk individu-individu *infectious* yang telah sembuh akan memasuki klas D (*dormant*). Klas *dormant* digunakan untuk mewakili individu-individu terinfeksi yang telah sembuh karena virus dalam tubuhnya sudah tidak aktif sehingga tidak memiliki kemampuan untuk menularkan penyakit ke individu rentan lainnya. Namun apabila virus di dalam tubuhnya kembali aktif maka individu tersebut akan masuk ke dalam klas *infectious*.

Berkaitan dengan analisis yang akan diberikan dalam penulisan tugas akhir ini, persoalan mengenai pengaruh vaksinasi dan treatment dalam penyebaran penyakit campak menjadi menarik untuk dibicarakan. Dalam hal ini penulis menganalisis kestabilan model dinamik penyebaran penyakit campak untuk mengetahui perilaku penyebaran campak di suatu populasi. Analisis kestabilan model didasarkan pada bilangan reproduksi dasar $R(\rho, \phi)$, dimana parameter ρ

merupakan laju vaksinasi dan parameter ϕ merupakan laju kesembuhan karena treatment yang memiliki peranan penting untuk mengetahui jenis dan perilaku kestabilan dinamikanya.

1.2. Perumusan Masalah

Masalah yang akan dibahas dalam penulisan Tugas Akhir ini adalah bagaimana mendeskripsikan penyebaran campak (*measles*) ke dalam bentuk pemodelan matematika dan mengetahui pengaruh bilangan reproduksi dasar $R(\rho, \phi)$ yang berkenaan dengan perilaku kestabilan model.

1.3. Pembatasan Masalah

Mengingat bahwa permasalahan penyusunan model matematika penyebaran penyakit campak (*measles*) sangat kompleks, maka perlu dilakukan pembatasan atas ruang lingkup permasalahan. Penulisan Tugas Akhir ini akan mengkaji dan menganalisis penyebaran penyakit campak dengan menggunakan model SIDV seperti yang dikemukakan oleh Asela Acosta, dkk (2005) dan akan ditunjukkan perilaku dinamika dari model berdasarkan bilangan reproduksi dasar $R(\rho, \phi)$ serta pengaruh vaksinasi dan treatment terhadap penyebaran penyakit campak di dalam populasi. Pada Tugas Akhir ini juga mengkaji analisis kestabilan pada titik kesetimbangan bebas penyakit (*disease free equilibrium*) dan akan dibuktikan bahwa model SIDV ini memiliki titik kesetimbangan endemik yang tunggal.

1.4. Tujuan Penulisan

Berdasarkan permasalahan diatas, maka dapat dirumuskan tujuan penulisan tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

- a. Mengetahui model matematika dari penyebaran penyakit campak (*Measles*) dengan pengaruh vaksinasi dan treatment.
- b. Menentukan titik kesetimbangan serta melakukan analisis kestabilan terhadap model tersebut sehingga dapat diketahui perilaku dari model tersebut.
- c. Menginterpretasikan model dengan menerapkan suatu contoh kasus.

1.5. Metode Pembahasan

Metode yang digunakan penulis dalam penyusunan tugas akhir ini adalah metode studi literatur yang dilakukan dengan mengumpulkan bahan pustaka yang dapat menggambarkan penyebaran campak (*measles*). Langkah awal penyelesaiannya adalah menyatakan permasalahan dunia nyata ke dalam pengertian matematika. Langkah ini meliputi identifikasi parameter-parameter pada permasalahan dunia nyata dan membentuk beberapa hubungan antara parameter-parameter ini, kemudian menjabarkan parameter tersebut dengan sistem menjadi sebuah model. Langkah selanjutnya adalah menentukan model yang dibangun oleh Asela Acosta, dkk, kemudian menganalisis sistem persamaan yang diperoleh untuk mengetahui kestabilan model tersebut. Analisis perilaku dinamika dari model epidemik untuk penyakit menular yang menyebar dalam populasi tunggal didasarkan pada bilangan reproduksi dasar $R(\rho, \phi)$. Oleh karena itu sebagai langkah awal, akan diformulasikan dahulu bilangan reproduksi dasar

$R(\rho, \phi)$. Selanjutnya berdasarkan bilangan $R(\rho, \phi)$ akan diselidiki jenis dan perilaku kestabilan dinamikanya. Langkah terakhir adalah simulasi model, pada langkah ini akan menghubungkan formulasi matematika kembali ke problem dunia nyata dengan cara membandingkan hasil dengan data yang ada.

1.6. Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam tugas akhir ini terbagi menjadi empat bab yang dimulai dari bab pendahuluan dan diakhiri dengan bab penutup.

Bab I adalah pendahuluan. Pada bab ini memuat latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penulisan, metode pembahasan, serta sistematika penulisan.

Bab II adalah teori penunjang. Pada bab ini mengulas tentang materi penunjang dan berisi kajian literatur mengenai materi dasar yang terkait dengan pemodelan matematika dan analisis kestabilan diantaranya penjelasan tentang penyakit Campak, determinan, aturan cramer, nilai eigen dan vektor eigen, persamaan differensial, Titik Kesetimbangan dan Linierisasi Sistem Persamaan Differensial Non Linier, serta sistem persamaan linier.

Bab III adalah Pembahasan. Pada bab ini berisi tentang pembentukan model penyakit dan pembahasan mengenai kestabilan model dinamik penyebaran campak yang terdiri dari model dinamik penyebaran campak, bilangan reproduksi dasar $R(\rho, \phi)$, menentukan titik kesetimbangan, analisis kestabilan pada keadaan kesetimbangan bebas penyakit, dan studi kasus tentang penyakit Campak di kota Semarang pada tahun 2009.

Bab IV adalah merupakan penutup. Bab ini berisi kesimpulan dan saran dari hasil yang telah didapatkan.