

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1. Latar Belakang

Grup merupakan struktur aljabar yang sederhana, yaitu himpunan yang dilengkapi dengan operasi biner yang memenuhi sifat asosiatif, mempunyai elemen identitas dan setiap elemennya memiliki invers. Struktur aljabar yang lebih sederhana lagi adalah semigrup yaitu himpunan yang dilengkapi operasi biner yang bersifat asosiatif. Semigrup belum tentu mempunyai elemen identitas, sedangkan semigrup yang punya elemen identitas disebut monoid.

Struktur aljabar dari suatu semigrup pertama kali ditemukan oleh A. K. Suschkewitsch pada tahun 1928. Selanjutnya pada tahun 1951 J. A. Green menjelaskan empat relasi ekuivalensi pada suatu semigrup yang membentuk kelas-kelas ekuivalensi.

Salah satu pengembangan semigrup adalah semigrup anti-invers. Semigrup anti-invers adalah suatu semigrup di mana setiap elemennya mempunyai anti-invers. Suatu elemen didalam semigrup  $S$  dikatakan saling anti-invers jika memenuhi  $x \cdot y \cdot x = y$  dan  $y \cdot x \cdot y = x$  untuk  $x, y \in S$ . Definisi tersebut menjadi dasar untuk membahas sifat-sifat dari semigrup anti-invers. Pada semigrup anti-invers terdapat subsemigrup anti-invers yang membentuk grup.

Dalam buku *An Introduction to Semigroup Theory* [4], J. M. Howie menjelaskan tentang kelas-kelas ekuivalensi pada semigrup berdasarkan

relasi Green  $\mathcal{L}$ ,  $\mathcal{R}$ ,  $\mathcal{H}$ , dan  $\mathcal{J}$ . Dalam tugas akhir ini akan dibahas mengenai relasi Green kelas  $\mathcal{L}$ ,  $\mathcal{R}$ ,  $\mathcal{H}$ , dan  $\mathcal{J}$  pada semigrup anti-invers.

## 1.2. Permasalahan

Berdasarkan latar belakang diatas, permasalahan yang diangkat dalam tugas akhir ini adalah bagaimana sifat kelas-kelas relasi Green bila relasi Green dikenakan semigrup anti-invers.

## 1.3. Pembatasan Masalah

Dalam pembahasan tugas akhir ini hanya terbatas pada sifat- sifat dasar relasi Green pada semigrup anti-invers. Dalam tugas akhir ini hanya akan dibahas mengenai sifat-sifat semigrup anti-invers ditinjau dari kelas  $\mathcal{L}$ ,  $\mathcal{R}$ ,  $\mathcal{H}$ , dan  $\mathcal{J}$  saja.

## 1.4. Tujuan Penulisan

Tujuan penulisan tugas akhir ini adalah untuk menentukan sifat kelas-kelas relasi Green bila dikenakan pada semigrup anti-invers.

## 1.5. Sistematika Penulisan

Sistematika pembahasan dalam tugas akhir ini terbagi menjadi 4 bab yang dilengkapi oleh kata pengantar, daftar isi, daftar lampiran, dan lampiran-lampiran yang mendukung. Bab I Pendahuluan. Bab ini memuat Latar Belakang, Perumusan Masalah, Pembatasan Masalah, Tujuan Penulisan, dan Sistematika Penulisan. Bab II Materi Penunjang yang memuat materi-materi

penunjang yang digunakan dalam pembahasan tugas akhir ini. Bab ini berisi materi tentang himpunan, relasi, semigrup, dan grup. Bab III Pembahasan, bab ini berisi materi yang merupakan pokok bahasan dalam tugas akhir ini yaitu mengenai semigrup anti-invers dan sifat-sifat semigrup yang berlaku dalam relasi Green. Pada bab ini dijelaskan definisi semigrup anti-invers serta hubungannya dengan relasi Green. Bab IV Penutup, bab ini berisi kesimpulan dari seluruh pembahasan dalam tugas akhir ini.