

**KEKONVERGENAN *NET* DAN *SUBNET***  
**PADA RUANG TOPOLOGIS**

**Oleh :**

**FATKHAN YUDI RIANSA**  
**J2A 006 019**

Skripsi

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains  
pada Jurusan Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA**  
**JURUSAN MATEMATIKA**  
**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**  
**UNIVERSITAS DIPONEGORO**  
**SEMARANG**  
**2011**

## HALAMAN PENGESAHAN

Judul Skripsi : Kekonvergenan *Net* dan *Subnet* pada Ruang Topologis

Nama Mahasiswa : Fatkhan Yudi Riansa

NIM : J2A 006 019

Telah diujikan pada sidang Tugas Akhir tanggal 24 Agustus 2011 dan dinyatakan  
lulus pada tanggal 26 Agustus 2011.

Semarang, 26 Agustus 2011

Panitia Penguji Ujian Sarjana

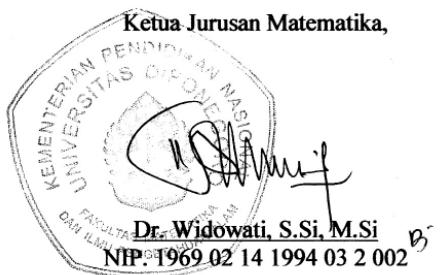
Program Studi Matematika Jurusan Matematika

Ketua,

Drs. Djuwandi, SU  
NIP. 1952 08 07 1980 03 1 003

Mengetahui,

Mengetahui,



a.n. Ketua Program Studi Matematika,  
Sekretaris

Suryoto, S.Si, M.Si  
NIP. 1968 07 14 1994 03 1 004

## **HALAMAN PENGESAHAN**

Judul Skripsi : Kekonvergenan *Net* dan *Subnet* pada Ruang Topologis

Nama Mahasiswa : Fatkhan Yudi Riansa

NIM : J2A 006 019

Telah diujikan pada sidang Tugas Akhir tanggal 24 Agustus 2011.

Semarang, 24 Agustus 2011

Pembimbing Utama,



Drs. YD. Sumanto, M.Si  
NIP. 1964 09 18 1993 01 1 002

Pembimbing Anggota,



Suryoto, S.Si, M.Si  
NIP. 1968 07 14 1994 03 1 004

## KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT atas segala limpahan rahmat, karunia serta hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi yang berjudul "**Kekonvergenan Net dan Subnet pada Ruang Topologis**". Skripsi ini dapat tersusun atas bantuan berbagai pihak, untuk itu penulis mengucapkan terima kasih kepada :

1. Ibu Dr. Widowati, M.Si selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Diponegoro.
2. Bapak Bambang Irawanto, S.Si, M.Si selaku Ketua Program Studi Matematika Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Diponegoro.
3. Bapak Drs. YD. Sumanto, M.Si. dan Bapak Suryoto, S.Si, M.Si selaku Dosen Pembimbing I dan II yang telah berkenan meluangkan waktu untuk memberikan masukan dan bimbingan kepada penulis sehingga skripsi ini bisa terselesaikan.
4. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu yang membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna, untuk itu penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun guna perbaikan lebih lanjut. Akhir kata semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak.

Semarang, Agustus 2011

Penulis

## **ABSTRAK**

*Net* merupakan bentuk umum dari barisan. Barisan memasangkan suatu titik ke setiap bilangan asli, sedangkan *net* lebih umum, *net* memasangkan suatu titik ke setiap anggota dari suatu himpunan langsung. Suatu ruang topologis merupakan ruang Hausdorff jika dan hanya jika setiap *net* yang konvergen di  $X$  mempunyai limit tunggal. Suatu titik merupakan anggota dari suatu penutup himpunan jika dan hanya jika terdapat *net* di himpunan itu yang konvergen ke titik tersebut. Suatu himpunan tertutup jika dan hanya jika terdapat *net* di komplemen himpunannya yang mempunyai limit di himpunan tersebut. Beberapa sifat konvergensi barisan dapat digeneralisasi di *net* dengan beberapa penyesuaian, khususnya pada himpunan indeks. *Cofinal* merupakan kondisi dasar sedemikian hingga diperoleh *subnet* pada suatu ruang topologis. Sifat-sifat barisan dan barisan bagian berlaku pada *net* dan *subnet* pada ruang topologis.

Kata kunci : himpunan langsung, *net* topologi, *cofinal subnet*, kekonvergenan *net*.

## **ABSTRACT**

Net is generalization of sequence. Sequence associate a point to every natural number, while net are more general, net associate a point to every elemen of a directed set. A topological space  $X$  is a Hausdorff space if every net which converge in  $X$  has at most one limit. A point is an elemen of a closure if and only if there exist net in that set converging to that point. A set is closed if and only if there exist net in that complement set contains limit in that set. Any characteristic of sequence convergence generalized in net with any adjusment, especially in indexed set. Cofinal is a base condition such that obtained subnet in a topological space. Characteristics of sequence and subsequence be valid to net and subnet in topological space.

Keyword : directed set, topology net, cofinal subnet, convergence net.

## **DAFTAR ISI**

HALAMAN JUDUL .....	i
HALAMAN PENGESAHAN .....	ii
KATA PENGANTAR .....	iv
ABSTRAK .....	v
ABSTRACT .....	vi
DAFTAR ISI .....	vii
DAFTAR TABEL .....	ix
DAFTAR SIMBOL .....	x
BAB I PENDAHULUAN .....	1
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Permasalahan .....	2
1.3 Pembatasan Masalah .....	2
1.4 Tujuan Penulisan .....	2
1.5 Sistematika Penulisan .....	2
BAB II TEORI PENDUKUNG .....	4
2.1. Himpunan .....	4
2.1.1 Himpunan dan Elemen .....	5
2.1.2 Himpunan Semesta dan Himpunan Kosong .....	7
2.1.3 Himpunan Bagian .....	7
2.1.4 Keluarga Himpunan, Ruang dan Himpunan Kuasa .....	8

2.1.5 Operasi-operasi pada Himpunan .....	9
2.1.6 Himpunan Berindeks .....	11
2.1.7 Produk dari Himpunan .....	12
2.1.8 Himpunan Terurut .....	13
2.1.8.1 Himpunan Terurut Parsial .....	13
2.1.8.2 Elemen Pertama dan Terakhir .....	14
2.2. Fungsi pada Himpunan .....	15
2.3. Ruang Topologis .....	18
2.3.1 Topologi dan Ruang Topologis .....	18
2.3.2 Basis .....	22
2.3.3 Titik Limit .....	26
2.3.4 Himpunan Tertutup .....	28
2.3.5 Penutup Himpunan ( Closure ) .....	30
2.3.6 Persekutaran dan Sistem Persekutaran .....	31
2.4. Kontinuitas pada Ruang topologis .....	33
2.5. Ruang Hausdorff .....	36
<b>BAB III PEMBAHASAN .....</b>	<b>38</b>
3.1. <i>Net</i> .....	38
3.2. <i>Subnet</i> .....	57
<b>BAB IV PENUTUP .....</b>	<b>67</b>

## DAFTAR PUSTAKA

## DAFTAR GAMBAR

<b>Gambar 2.1</b>	Operasi-operasi pada himpunan .....	10
<b>Gambar 2.2</b>	Fungsi pada suatu himpunan .....	15
<b>Gambar 2.3</b>	Fungsi $f(x) = x^2$ .....	17
<b>Gambar 3.1</b>	Diagram lattice untuk contoh $A \times B$ .....	42
<b>Gambar 3.2</b>	Diagram lattice himpunan langsung $I$ .....	43

## DAFTAR SIMBOL

$\{ \}$ atau $\emptyset$	: Himpunan kosong
$\mathbb{R}$	: Himpunan bilangan real
$\mathbb{N}$	: Himpunan bilangan asli
$\subseteq$	: Himpunan bagian ( <i>subset</i> )
$\supseteq$	: <i>Superset</i> ( memuat himpunan )
$U$	: Persekuturan dari suatu titik x
$\mathcal{N}_x$	: Sistem Persekuturan dari x
$P(A)$ atau $2^A$	: Himpunan kuasa dari $A$ atau keluarga himpunan bagian dari $A$ .
$\cap$	: Irisan
$\cup$	: Gabungan
$\tau$	: Topologi
$(X, \tau)$	: Ruang topologis
$(X, \mathcal{D})$	: Ruang topologis diskrit
$(X, \gamma)$	: Ruang topologis indiskrit
$(\mathbb{R}, \tau)$	: Ruang topologis biasa ( <i>usual topological space</i> )
I	: Himpunan indeks
$A'$	: Titik limit dari A
$\overline{A}$	: Penutup dari himpunan A
$(x_\alpha)_{\alpha \in I}$	: <i>net</i>