

Teori Ramsey pada Pewarnaan Graf Lengkap

Muhammad Ardiansyah Firdaus

J2A 006 032

Skripsi

Diajukan sebagai syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains

pada

Program Studi Matematika

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS DIPONEGORO**

SEMARANG

2011

HALAMAN PENGESAHAN

Judul Skripsi : Teori Ramsey pada Pewarnaan Graf Lengkap

Nama Mahasiswa : Muhammad Ardiansyah Firdaus

NIM : J2A006032

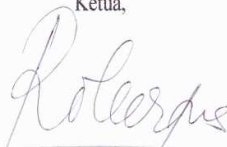
Telah diujikan pada sidang Tugas Akhir tanggal 9 September 2011 dan dinyatakan lulus pada tanggal September 2011.

Semarang, September 2011

Panitia Penguji Ujian Sarjana

Program Studi Matematika Jurusan Matematika

Ketua,



R. Heri Soelistyo Utomo, S.Si, M.Si
1972 02 03 1998 02 1 001

Mengetahui,

Ketua Jurusan Matematika



Dr. Widowati, M.Si
1969 02 14 1994 03 2 002

Mengetahui,

Ketua Program Studi Matematika

Bambang Irawanto, S.Si, M.Si
1967 07 29 1994 03 1 001

HALAMAN PENGESAHAN

Judul Skripsi : Teori Ramsey pada Pewarnaan Graf Lengkap

Nama Mahasiswa : Muhammad Ardiansyah Firdaus

NIM : J2A006032

Telah diujikan pada sidang Tugas Akhir pada tanggal 9 September 2011.

Semarang, September 2011

Pembimbing Utama



Dra. Hj. Sunarsih, M.Si
1958 09 01 1986 03 2 002

Pembimbing Anggota



Drs. Sutimin, M.Si
1964 03 27 1990 01 1 001

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT yang telah memberikan petunjuk, kasih, dan karuniaNya sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini. Sholawat dan salam penulis lantunkan kepada Baginda Rasulullah Muhammad SAW beserta keluarga, sahabat, dan para pengikut syariatnya.

Tugas Akhir yang berjudul **“TEORI RAMSEY PADA PEWARNAAN GRAF LENGKAP”** ini disusun sebagai syarat untuk menyelesaikan kuliah dan memperoleh gelar kesarjanaan program strata satu (S1) pada jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Diponegoro.

Banyak pihak telah membantu dan membimbing penulis dalam menyelesaikan tugas akhir ini. Pada kesempatan yang baik ini penulis ingin menyampaikan rasa terima kasih yang tak terhingga kepada :

1. Bapak Dr. Muhammad Nur, DEA selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Diponegoro Semarang
2. Ibu Dr. Widowati, M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Diponegoro
3. Ibu Lucia Ratnasari, S.Si, M.Si. selaku Dosen Wali yang telah memberikan dukungan akademik maupun nonakademik kepada penulis selama masa studi
4. Ibu Dra. Hj. Sunarsih, M.Si. selaku dosen Pembimbing I yang telah membimbing dan mengarahkan penulis dengan penuh kesabaran dan kasih sayang sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini

5. Bapak Drs. Sutimin, M.Si. selaku Dosen Pembimbing II yang telah berkenan membimbing dan membagikan ilmunya kepada penulis dalam penyusunan Tugas Akhir ini.
6. Semua Pihak yang telah banyak membantu baik moril maupun materiil selama penulis menempuh pendidikan maupun selama penulisan Tugas Akhir ini yang tidak bisa penulis sebutkan satu-persatu

Penulis sadar bahwa Tugas akhir ini sangatlah jauh dari sempurna. oleh karena itu penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun, sehingga Tugas Akhir ini dapat mendekati sempurna. Tidak lupa penulis mohon maaf atas semua kekeliruan dan kekhilafan selama penulis menyelesaikan Tugas Akhir ini. Semoga Tugas Akhir ini bisa memberi kebaikan dan kemanfaatan bagi kita semua.

Semarang, Juli 2011

Penulis

ABSTRAK

Bilangan ramsey $R(m, n) = s$ adalah bilangan bulat positif terkecil s sedemikian sehingga setiap graf lengkap dengan s titik (K_s) saat dilakukan pewarnaan dua warna mengandung subgraf K_m atau subgraf K_n . Graf lengkap K_s adalah graf dengan s titik dan setiap dua titik yang berbeda dihubungkan dengan tepat satu garis sehingga setiap titik di K_s mempunyai derajat yang sama. Pada pewarnaan r -warna, bilangan ramsey $R_r(m) = s$ adalah bilangan bulat positif s sedemikian sehingga untuk graf lengkap K_s saat dilakukan pewarnaan r -warna mengandung subgraf lengkap K_m satu warna. Pada graf lengkap tak hingga $K_{\mathbb{N}}$ saat dilakukan dua pewarnaan mengandung graf lengkap tak hingga satu warna di dalamnya dan jika dilakukan pewarnaan r -warna mengandung graf lengkap tak hingga satu warna di dalamnya.

Kata kunci : bilangan ramsey, graf lengkap, pewarnaan graf

ABSTRACT

Ramsey number $R(m, n) = s$ is the least positive integer s such that for every complete graph of order s when two colored must contain K_m or K_n monochromatic as a subgraph. Complete graph K_s is graph with s vertex and every two different vertex connected with an edge so that each vertex of K_s has same degree. For r -colored, the ramsey number $R_r(m)$ is the positive integer s such that for every K_s complete graph when r -colored must contain K_m monochromatic as a subgraph. For $K_{\mathbb{N}}$ infinite complete graph when two colored must contain monochromatic complete graph as a subgraph and if r -colored must contain an infinite monochromatic complete graph.

Keyword : ramsey number, complete graph, graph coloring

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PENGESAHAN	ii
KATA PENGANTAR	iv
ABSTRAK	vi
ABSTRACT	vii
DAFTAR ISI	viii
DAFTAR SIMBOL	x
DAFTAR GAMBAR	xi
DAFTAR TABEL	xiv
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Permasalahan	2
1.3 Pembatasan Masalah	2
1.4 Tujuan Penulisan	2
1.5 Metode Penulisan	3
1.6 Sistematika Penulisan	3
BAB II MATERI PENUNJANG	4
2.1 Teori Graf	4
2.2 Terminologi Graf	5
2.3 Jenis-jenis Graf	16
2.4 Pewarnaan Graf	19
2.4.1 Pewarnaan Titik.....	20

2.4.2	Pewarnaan Garis.....	22
BAB III	PEMBAHASAN.....	23
3.1	Teori Ramsey untuk Pewarnaan dua warna.....	23
3.2	Teori Ramsey untuk pewarnaan r -warna.....	37
BAB IV	PENUTUP	47
DAFTAR PUSTAKA	48

DAFTAR SIMBOL

G	: Graf G
$V(G)$: Himpunan titik G
$E(G)$: Himpunan garis G
$\text{Der}(v)$: Derajat v
K_s	: Graf lengkap dengan s titik
C_s	: Graf sikel dengan s titik
P_s	: Graf path dengan s titik
$K_{s,t}$: Graf bipartit dengan $s + t$ titik
T	: Pohon (<i>tree</i>)
$X(G)$: Bilangan kromatik graf G
$R(m, n)$: Bilangan ramsey
K_m	: Subgraf monokromatik dari K_s
K_n	: Subgraf monokromatik dari K_s
s	: Banyak titik pada graf
$K_{\mathbb{N}}$: Graf lengkap tak hingga
r	: Jumlah pewarnaan sisi graf
$R_r(m)$: Bilangan ramsey r -warna

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Contoh Graf	4
Gambar 2.2	Contoh Graf G	5
Gambar 2.3	Contoh Graf Sederhana.....	6
Gambar 2.4	Contoh Titik Terpencil.....	6
Gambar 2.5	Contoh Graf Kosong.....	7
Gambar 2.6	Contoh Derajat pada Graf	7
Gambar 2.7	Contoh Walk, Trail, dan Path	8
Gambar 2.8	Contoh Sirkuit	9
Gambar 2.9	Contoh Subgraf	10
Gambar 2.10	Contoh Graf Sederhana	11
Gambar 2.11	Contoh Graf Tak-sederhana	11
Gambar 2.12	Contoh Graf tak berarah	12
Gambar 2.13	Contoh Graf berarah	13
Gambar 2.14	Contoh Graf Terhubung	14
Gambar 2.15	Contoh Graf tak terhubung	14
Gambar 2.16	Contoh Graf berhingga	15
Gambar 2.17	Contoh Graf tak hingga	15
Gambar 2.18	Contoh Graf Lengkap	16
Gambar 2.19	Contoh Graf Sikel	17
Gambar 2.20	Contoh Graf Path	17
Gambar 2.21	Contoh Graf Bipartit	18
Gambar 2.22	Contoh Graf Pohon	19

Gambar 2.23	Graf G	20
Gambar 2.24	Contoh Pewarnaan Titik Graf	21
Gambar 2.25	Graf G	22
Gambar 2.26	Contoh Pewarnaan Garis Graf.....	22
Gambar 3.1	Pewarnaan dua Warna	24
Gambar 3.2	Contoh Graf dua Warna	24
Gambar 3.3	K_1	26
Gambar 3.4	Graf Lengkap K_4	26
Gambar 3.5	Graf Lengkap K_4 biru	26
Gambar 3.6	K_5	27
Gambar 3.7	Pewarnaan K_6	27
Gambar 3.8	Titik K_6	28
Gambar 3.9	x dalam K_5	29
Gambar 3.10	$ B_x \geq R(m, n - 1)$	30
Gambar 3.11	K_8	31
Gambar 3.12	x salah satu titik dalam K_9	31
Gambar 3.13	K_4 merah	32
Gambar 3.14	K_9	32
Gambar 3.15	$K_{(m-1)(n-1)}$	34
Gambar 3.16	Graf Lengkap Tak Hingga	35
Gambar 3.17	Graf Lengkap tak hingga dua Warna	36
Gambar 3.18	Graf r -warna	38
Gambar 3.19	K_6	41
Gambar 3.20	Graf K_6 dengan r -warna	42

Gambar 3.21	Graf Lengkap Tak Hingga $K_{\mathbb{N}}$	43
Gambar 3.22	Graf $K_{\mathbb{N}}$	45
Gambar 3.23	Subgraf K_x Biru.....	46

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Tabel Pewarnaan titik	21
-----------	-----------------------------	----