

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Struktur aljabar merupakan himpunan tidak kosong dengan paling sedikit sebuah relasi ekuivalensi, satu atau lebih operasi biner dan aksioma-aksioma yang berlaku.

Pada teori ring didefinisikan bahwa himpunan  $R$  disebut ring, jika himpunan  $R$  merupakan grup komutatif, pergandaan asosiatif, distributif kanan dan distributif kiri. Karena sifat ini dipandang terlalu kuat, didefinisikan teori semiring yang merupakan semigrup terhadap kedua operasi binernya selanjutnya memenuhi distributif kanan dan distributif kiri, jika suatu semiring berelemen netral dan bersifat komutatif maka akan membentuk definisi baru yaitu hemiring. Dengan kata lain hemiring merupakan ring yang tidak berelemen invers penjumlahan. Sehingga teorema utama homomorfisma dalam ring dapat digeneralisasikan dalam teori hemiring.

Penelitian tentang homomorfisma hemiring pertama dimulai pada tahun 1978-an oleh D.M. Olson yang melahirkan struktur hemiring baru yaitu hemiring semisubtraktif dan hemiring hereditarily semisubtraktif. Hal ini juga berakibat dalam teori homomorfisma yang melahirkan klasifikasi homomorfisma hemiring yaitu  $N$ -homomorfisma dan homomorfisma maksimal.

D.M Olson menyatakan bahwa setiap homomorfisma hemiring  $\phi: H \rightarrow H'$  dengan himpunan semua prapetanya merupakan koset  $\ker(\phi)$  disebut homomorfisma maksimal. Kemudian karena sifat ini dipandang terlalu kuat, didefinisikan  $N$ -homomorfisma yang merupakan homomorfisma hemiring dengan terdapat himpunan koset  $\ker(\phi)$  yang tidak saling asing. Oleh karena itu cukup unik untuk dikaji pembentukan hemiring beserta sifat-sifatnya.

### **1.2 Perumusan Masalah**

Berdasarkan uraian diatas, permasalahan yang akan dibahas dalam tugas akhir ini adalah bagaimana struktur aljabar dari hemiring, mengetahui sifat-sifat dari hemiring dan menggeneralisasikan teori ring pada hemiring.

### **1.3 Pembatasan Masalah**

Pada pembahasan teori hemiring ini akan dibahas mengenai definisi hemiring, himpunan bagian hemiring, klasifikasi hemiring, ideal hemiring dan homomorfisma hemiring.

### **1.4 Tujuan Penulisan**

Tujuan penulisan tugas akhir ini adalah mengkaji struktur aljabar dari hemiring yang analog dengan ring, mengetahui sifat-sifat dari hemiring serta menggeneralisasikan teori ring pada hemiring.

### **1.5 Sistematika Penulisan**

Sistematika penulisan tugas akhir ini adalah dengan membagi bahasan pada 4 bab, yaitu Bab I Pendahuluan, Bab II Teori Penunjang, Bab III Pembahasan dan Bab IV penutup.

Bab I berisi latar belakang, perumusan masalah, pembahasan masalah, tujuan penulisan, dan sistematika penulisan. Bab II berisi teori-teori dasar yang digunakan dalam pembahasan tugas akhir ini yang meliputi teori pemetaan, semigrup, grup, dan ring. Bab III memuat materi-materi yang terkait pembentukan hemiring, seperti near-ring, semiring dan menggeneralisasikan teorema utama homomorfisma ring pada hemiring. Dan Bab IV berisi kesimpulan dan saran dari seluruh pembahasan pada tugas akhir ini.