

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika. Perkembangan teori graf ternyata didukung dengan berkembangnya salah satu cabang ilmu lain dalam matematika yaitu aljabar linier. Kedua cabang ilmu ini, dapat dihubungkan dengan mengkaji suatu graf melalui sifat-sifat aljabar yaitu dari representasi graf dalam suatu matriks. Teori *spectra* graf merupakan penghubung yang mempertemukan teori graf dan aljabar linier. Pada teori *spectra* graf membahas hubungan polinomial karakteristik, nilai eigen dan vektor eigen pada aljabar linier serta representasinya dalam graf yaitu melalui perhitungan dari matriks *adjacency* dan matriks *Laplacian* dalam graf.

Secara historis, teori *spectra* graf mulai dirintis pada tahun 1950-an dan 1960-an. Salah satu topik pada teori *spectra* graf yang akan dibahas pada tugas akhir ini mengenai spektrum graf. Pada materi tentang spektrum graf ini, didasarkan pada penentuan nilai eigen pada matriks suatu graf sehingga dapat diperoleh bentuk umum dari suatu graf tertentu. Selain itu, sebelum menentukan spektrum pada graf, pada tugas akhir ini dibahas pula mengenai keterkaitan nilai eigen dengan komponen yang ada pada graf. Dengan mengetahui nilai eigen pada matriks dalam graf dapat diketahui karakteristik suatu graf tersebut.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas, permasalahan yang diangkat dalam tugas akhir ini adalah bagaimana keterkaitan nilai eigen pada suatu graf dengan menentukan spektrum pada berbagai jenis graf menggunakan matriks *adjacency*.

1.3 Pembatasan Masalah

Dalam pembahasan tugas akhir ini hanya terbatas pada graf sederhana dan tak berarah. Dalam hal ini adalah menentukan bentuk umum spektrum pada Graf Reguler , Graf Komplit (K_n), Graf Bipartit , Graf Komplit Bipartit ($K_{m,n}$), Graf Sikel (C_n), Graf Lintasan (Path P_n) dan Graf Reguler Kuat. Adapun matriks yang dipakai untuk menentukan nilai eigen pada uraian ini adalah matriks *adjacency*.

1.4 Tujuan Penulisan

Tujuan penulisan tugas akhir ini adalah mengkaji keterkaitan nilai eigen pada suatu graf, dengan mengetahui hubungan nilai eigen pada graf serta menentukan spektrum pada berbagai jenis graf menggunakan matriks *adjacency*.

1.5 Metode Pembahasan

Metode yang digunakan penulis dalam penyusunan tugas akhir ini adalah metode studi literatur. Terlebih dahulu penulis menguraikan pengertian nilai eigen dan polinomial karakteristik pada graf. Selanjutnya, akan dicari keterkaitan antara nilai eigen dengan graf. Sebagai hasil akhir pada bahasan ini, akan diperoleh spektrum graf. Untuk memudahkan perhitungan polinomial karakteristik, nilai eigen dan vektor eigen penulis menggunakan software Maple 12.

1.6 Sistematika Penulisan

Tugas akhir ini terdiri atas 4 bab. Bab I berisi pendahuluan yang menjelaskan tentang latar belakang permasalahan, perumusan masalah yang ada, pembatasan masalah, tujuan penulisan, metode pembahasan dan sistematika penulisan. Bab II berisi dasar teori yang digunakan dalam pembahasan tugas akhir ini yang meliputi aljabar linier (matriks dan jenis-jenis matriks) serta teori graf yang meliputi terminologi graf, jenis-jenis graf serta matriks *adjacency*. Bab III berisi pembahasan yang menjelaskan tentang pengertian nilai eigen dan polinomial karakteristik pada graf, nilai eigen sebagai karakteristik suatu graf serta menentukan spektrum berbagai jenis graf dan *cospectral* graf. Bab IV berisi tentang kesimpulan dari pembahasan yang telah dilakukan, serta saran untuk pengembangan selanjutnya.