BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Pelabelan graf merupakan suatu topik dalam teori graf. Objek kajiannya berupa graf yang secara umum direpresentasikan oleh titik dan sisi serta himpunan bagian bilangan cacah yang disebut label. Pertama kali diperkenalkan oleh Sadlàčk (1964), kemudian Stewart (1966), Kotzig dan Rosa (1970). Hingga saat ini pemanfaatan teori pelabelan graf sangat dirasakan peranannya, terutama pada sektor sistem komunikasi dan transportasi, navigasi geografis, radar, penyimpanan data komputer, dan pemancar frekuensi radio.

Kemudian Grigss dan Yeh memperkenalkan pelabelan L (2,1). Pelabelan ini adalah suatu jenis dari masalah pelabelan yang muncul dari penugasan jaringan radio dimana titik – titik yang berdekatan harus memiliki selisih label minimal dua sedangkan titik yang terhubung oleh lintasan (path) dengan panjang dua harus memiliki label yang berbeda .

Permintaan yang besar atas pelayanan wireless dan terbatasnya frekuensi yang tersedia memerlukan penggunaan yang efisien. Jaringan wireless seringkali terletak pada daerah datar yang tidak terdapat penghalang dengan lalu lintas sinyal yang seragam. Masalah yang muncul adalah bagaimana agar gelombang sinyal yang digunakan dapat efisien dan tidak terjadi tumpang tindih. Untuk mencegah terjadi tumpang tindih gelombang sinyal maka pada pemasangannya diatur jarak yang proposional diantara tiap dua base stasiun wireless. Masalah jaringan wireless ini dapat dimodelkan dengan pelabelan L (2,1) pada graf ubin reguler, dimana titiknya mewakili base stasiun wireless, sisinya mewakili jarak diantara dua base stasiun wireless dan label mewakili frekuensi yang mungkin.

Jaringan radio adalah jaringan yang terdiri dari pemancar dan penerima gelombang yang didistribusikan lintas region. Pada masalah jaringan radio ini sendiri frekuensi dari pemancar satu ke pemancar lainnya yang dekat tidak boleh bercampur dan bagaimana agar bentangan frekuensi yang digunakan minimal. Situasi ini dapat dimodelkan dengan pelabelan L(2,1) pada graf outerplanar , dimana titik – titiknya menggambarkan pemancar / penerima gelombang sedangkan titik yang berdekatan (adjacent) mengindikasikan komunikasi yang mungkin terjadi sedangkan labelnya merepresentasikan frekuensi yang mungkin.

1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang diuraikan di atas permasalahan yang diangkat dalam tugas akhir ini adalah sebagai berikut :

a. Bagaimana algoritma pelabelan L(2,1) pada graf bidang ubin reguler.
b. Bagaimana algoritma pelabelan L(2,1) pada graf outerplanar.
c. Bagaimana simulasi algoritma pelabelan L(2,1) pada graf bidang ubin reguler dan graf outerplanar dalam kehidupan nyata.

1.3. Pembatasan Masalah

Pada tugas akhir ini graf yang dikaji adalah

a. Graf bidang ubin reguler yang meliputi segitiga, persegi dan hexagonal.

b. Graf outerplanar.

1.4. Tujuan

Tugas akhir ini bertujuan untuk mempelajari algoritma pelabelan L (2,1) pada graf bidang ubin reguler dan graf outerplanar serta simulasinya dalam kehidupan nyata.

1.5 Metode dan Teknik Penelitian

Metode yang digunakan adalah studi literatur, yaitu mengumpulkan informasi dari beberapa buku dan jurnal yang berkaitan dengan pelabelan L (2,1), serta buku tentang algoritma untuk diterapkan pada penyusunan algoritma pelabelan L (2,1) graf bidang ubin reguler dan graf outerplanar.

1.6 Sistematika Penulisan

Tugas akhir ini terdiri dari empat bab sebagai berikut :

a. Bab I sebagai pendahuluan yang memuat latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, dan sistematika penulisan.

b. Dalam Bab II disajikan secara singkat mengenai konsep dasar, yaitu berbagai macam definisi dan teorema-teorema pada teori graf yang relevan dengan pelabelan L (2,1) dan graf bidang ubin reguler dan graf outerplanar diperumum dalam bentuk definisi, notasi serta beberapa teorema hasil penemuan sebelumnya yang menunjang pengerjaan tugas akhir ini.

c. Selanjutnya, dalam Bab III dibahas mengenai hasil utama dari tugas akhir ini yaitu memuat penyusunan algoritma dan implementasinya berupa metode dan langkah – langkah pembuktian dengan cara mengkonstruksi pelabelan L (2,1) pada graf bidang ubin reguler dan graf outerplanar. Pada bab ini juga ditampilkan hasil simulasi.

d. Bab IV memuat kesimpulan dari pengerjaan tugas akhir secara keseluruhan.

BAB II

KONSEP DASAR

Untuk menjelaskan pelabelan L (2,1) pada subkelas graf planar perlu adanya beberapa teori dasar untuk menunjang pembuktian dan mempermudah pemahaman. Beberapa dasar teori meliputi definisi dasar, beberapa istilah dalam graf, beberapa jenis graf, tree, pemetaan dan pewarnaan graf.

2.1 Definisi Dasar

Graf G didefinisikan sebagai pasangan himpunan (V, E) dimana:

$V(G)$ = himpunan tidak kosong dari titik – titik = { v_1, v_2, ... ,v_n }

$E(G)$ = himpunan sisi yang menghubungkan titik ={e_1, e_2, ... ,e_n}

Atau dapat ditulis singkat dengan notasi G = (V, E)

Definisi graf menyatakan bahwa $V(G)$ tidak boleh kosong, sedangkan $E(G)$ boleh kosong. Jadi, sebuah graf dimungkinkan tidak mempunyai sisi satu buah pun, tetapi titiknya harus ada minimal satu.Titik pada graf dapat dinomori dengan huruf, seperti $a, b, c, \ldots$, dengan bilangan asli $1, 2, 3, \ldots$, atau gabungan keduanya. Sedangkan e adalah sisi yang menghubungkan titik v_i dengan titik v_j maka e dapat ditulis sebagai e = (v_i, v_j). Secara geometri graf dapat digambarkan sebagai sekumpulan titik di dalam bidang dua dimensi yang dihubungkan dengan sekumpulan sisi.

Dalam mempelajari graf terdapat beberapa terminologi (istilah) yang berkaitan dengan graf. Berikut ini didefinisikan beberapa terminologi yang akan sering dipakai pada pembahasan tulisan ini.

Definisi 2.1.1 [10]

Misal pada graf G terdapat 2 titik v_i dan v_j , dua buah titik pada graf G dikatakan berdekatan (*adjacent)* bila keduanya terhubung langsung dengan sebuah sisi.

Atau dapat ditulis singkat dengan notasi $e = (v_i, v_j) \in E(G)$.

Definisi 2.1.2 [10]

Diberikan graf G dan $\{v_i, v_j\} \in V\ (G)$ jika $e = (v_i, v_j) \in E(G)$ maka dikatakan *e* insiden (*incident)* dengan titik v_i atau *e* incident dengan titik v_j.

Definisi 2.1.3 [14]

Derajat (*degree*) sebuah titik v pada sebuah graf G yang dituliskan dengan $der\ (v)$ adalah banyak sisi yang insiden pada v, dengan kata lain banyak sisi yang memuat v sebagai titik ujung.

Titik dengan derajat nol disebut titik terisolasi (*isolated verteks*), sedangkan titik dengan derajat dua disebut loop.

Definisi 2.1.4 [9]

Derajat minimal pada suatu graf G dinotasikan δ, sedangkan derajat maksimal pada graf G dinotasikan dengan Δ.

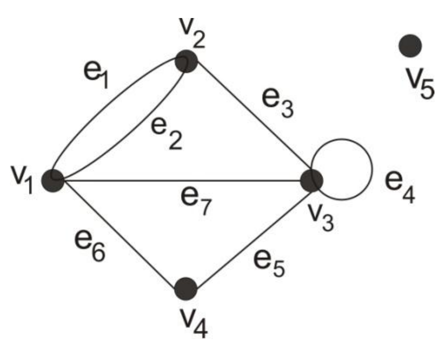
Definisi 2.1.5 [10]

Misal terdapat dua buah titik u dan v di dalam graf, dimana u dan v saling berdekatan. Jika sisi e insiden terhadap titik u dan v, maka titik u dan v disebut *endpoint* dari sisi e

Definisi 2.1.6 [10]

Misal terdapat beberapa sisi berbeda pada graf yang menghubungkan pasangan titik yang sama, maka graf yang demikian dapat dikatakan mempunyai sisi ganda *(multiple edge)*.

Contoh :



Gambar 2.1 Graf G_1

Graf G_1 memuat $V(G_1)$ = $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ dan

$E(G_1)$ = $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7\}$.

(i) Pada graf $G_{1,}$ titik $v_2$dan titik v_3 merupakan titik yang berdekatan, sedangkan titik v_2 dan titik v_4 bukan merupakan titik yang berdekatan.

(ii) Pada graf $G_{1,}$ sisi e_3 insiden dengan titik v_2 dan titik v_3, tetapi tidak terdapat sisi yang insiden dengan titik v_2 dan titik v_4.

(iii) Pada graf $G_{1,}$ titik v_2 dan titik v_3 merupakan *endpoint* dari sisi $e_{3.}$

(iv) Graf $G_{1,}$ memuat sisi ganda yaitu sisi e_1 dan sisi $e_{2.}$

(v) Pada graf $G_{1,}$ der (v_3) = 5, der (v_4) = 2, dan der (v_5) = 0.

Definisi 2.1.7 [14]

Suatu *walk* pada graf G adalah suatu urutan yang terdiri atas titik - titik dan sisi - sisi bergantian, dimana setiap sisi insiden dengan titik terdekat, dengan diawali dan diakhiri pada suatu titik.

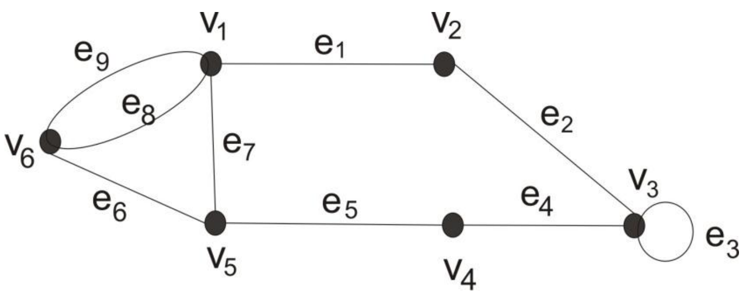
Definisi 2.1.8 [14]

Suatu *walk* yang setiap sisinya berbeda maka *walk* itu disebut *trail.* Suatu *trail* yang setiap titiknya berbeda, maka disebut *path*. *Panjang path* adalah banyak sisi dalam lintasan tersebut.

Definisi 2.1.9 [14]

Suatu *walk* tertutup dalam graf G jika semua sisinya berbeda, maka *walk* itu disebut trail tertutup (*closed trail)*. Jika semua titik - titiknya juga berbeda serta diawali dan diakhiri dengan titik yang sama maka *trail* itu disebut sikel (*cycle).*

Contoh :



Gambar 2.2 Graf G_2

Walk : $v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_3, v_3, e_4, v_4$

Trail : $v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, e_3, v_3, e_4, v_4$

Path : $v_1, e_1, v_2, e_2, v_3, , e_4, v_4$

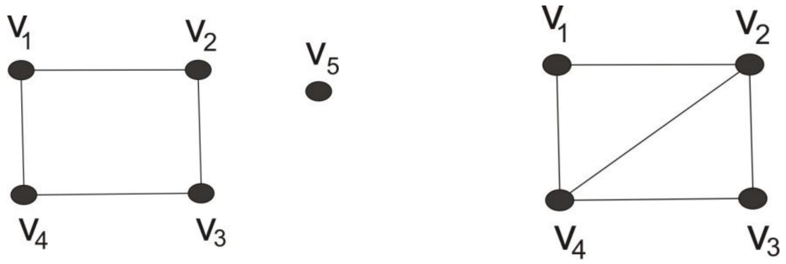
Trail tertutup : v_1, e_7, v_5, e_6, v_6, e_8,v_1

Sikel :v_1, e_7, v_5, e_6, v_6, e_8, v_1

Definisi 2.1.10 [10]

Suatu graf G disebut graf terhubung *(connected graph),* jika untuk setiap pasang titik v_i dan v_j di dalam himpunan V terdapat path dari v_i ke v_j . Jika tidak, maka G disebut graf tak terhubung (*disconnected graph*). Graf yang hanya terdiri atas satu titik saja (tanpa sisi*)* tetap dikatakan terhubung, karena titik tunggalnya terhubung dengan dirinya sendiri.

Contoh :



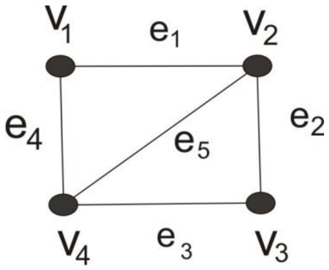
Gambar 2.3 Graf G_3 dan G_4

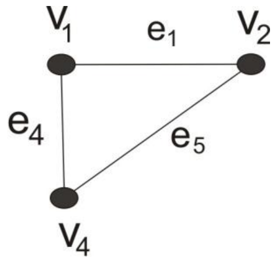
Graf G_3 pada gambar 2.3 merupakan graf tak terhubung, sedangkan graf G_4 merupakan graf terhubung.

Definisi 2.1.11 [10]

Misalkan $G = (V, E)$ sebuah graf $H = (V_1, E_1)$ adalah subgraf dari G jika V(H) $\subseteq V$ (G), yaitu jika titik – titik dari H juga titik – titik dari G dan $E(H) \subseteq E\,(G)$ yaitu, jika sisi – sisi dari H juga sisi – sisi dari G. Dengan kata lain, H = (V_1,E_1) adalah subgraph dari G = (V, E) jika $V(H) \subseteq V(G)$ dan $E\,(H) \subseteq E\,(G)$.

Contoh :





Gambar 2.4 Graf G_5 dan G_6

Graf G_5 memuat $V\ (G_5) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ dan

$E\ (G_5) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$

Graf G_6 memuat $V\ (G_6) = \{v_1,\ v_2,\ v_4\}$ dan $E\ (G_6) = \{e_2,\ e_5\}$.

Karena $V\ (G_6) \subseteq V\ (G_5)$ dan $E\ (G_6) \subseteq E\ (G_5)$ maka G_6 merupakan subgraf dari G_5.

2.2 Jenis – Jenis Graf

Berdasarkan sifatnya graf dapat dikelompokkan menjadi beberapa kategori (jenis) bergantung pada sudut pandang pengelompokannya. Pengelompokan graf dapat dipandang berdasarkan ada tidaknya sisi ganda, berdasarkan banyak titik, atau berdasarkan orientasi arah pada sisi.

Berdasarkan ada tidaknya sisi ganda pada suatu graf, maka secara umum graf dapat digolongkan menjadi 2 jenis:

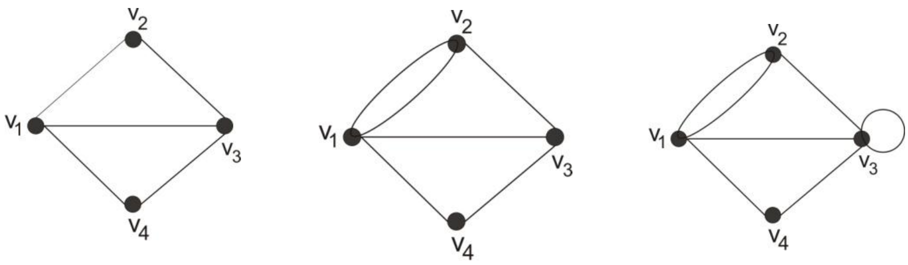
1. Graf sederhana (*simple graph)*

   Graf sederhana adalah graf yang tidak mengandung sisi ganda maupun *loop*.

2. Graf tak-sederhana (*unsimple graph)*

   Graf tak-sederhana adalah graf yang mengandung sisi ganda atau *loop*. Ada dua macam graf tak-sederhana, yaitu graf ganda *(multigraph)* dan graf semu *(pseudograph)*. Graf ganda adalah graf yang mengandung sisi ganda. Graf semu adalah graf yang mengandung sisi ganda dan *loop*.

Contoh :



Gambar 2.5 Graf G_7, G_8 dan G_9

Graf G_7 pada gambar 2.5 merupakan graf sederhana.

Graf G_8 pada gambar 2.5 merupakan graf ganda.

Graf G_9 pada gambar 2.5 merupakan graf semu.

Definisi 2.2.1 [10]

Banyak titik pada graf disebut sebagai kardinalitas graf, dinyatakan dengan n = $|V|$, dan banyak sisi dinyatakan dengan m = $|E|$.

Berdasarkan banyak titik pada suatu graf, maka secara umum graf dapat dikelompokkan menjadi dua jenis:

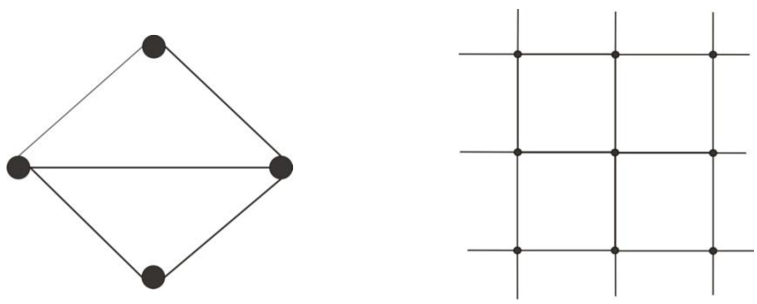
1. Graf berhingga (*limited graph*)

   Graf berhingga adalah graf yang banyak titiknya n, berhingga.

2. Graf tak-berhingga (*unlimited graph*)

   Graf tak-berhingga adalah graf yang banyak titiknya n, tak berhingga.

Contoh :



Gambar 2.6 Graf G_{10} dan G_{11}

Graf G_{10} pada gambar 2.6 merupakan graf berhingga.

Graf G_{11} pada gambar 2.6 merupakan graf tak berhingga.

Berdasarkan orientasi arah pada sisi, maka secara umum graf dikelompokkan menjadi dua jenis:

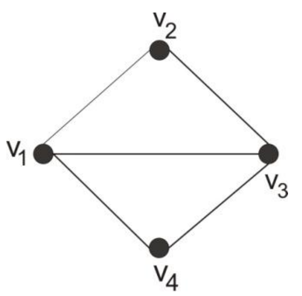
1. Graf tak-berarah *(undirected graph)*

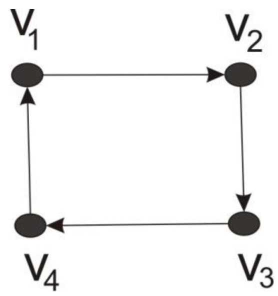
   Graf tak-berarah adalah graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah. Pada graf tak berarah, urutan pasangan titik yang dihubungkan oleh sisi tidak diperhatikan . Jadi (v_j, v_k) = (v_k, v_j) adalah sisi yang sama.

2. Graf berarah *(directed graph)*

   Graf berarah adalah graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah. Pada graf berarah (v_j, v_k) dan (v_k, v_j) menyatakan dua buah sisi yang berbeda, dengan kata lain $(v_j, v_k) \neq (v_k, v_j)$. Untuk sisi (v_j, v_k) titik v_j dinamakan titik asal *(initial verteks)* dan titik v_k dinamakan titik terminal *(terminal verteks).*

Contoh :





Gambar 2.7 Graf G_{12} dan G_{13}

Graf G_{12} pada gambar 2.7 merupakan graf tak berarah.

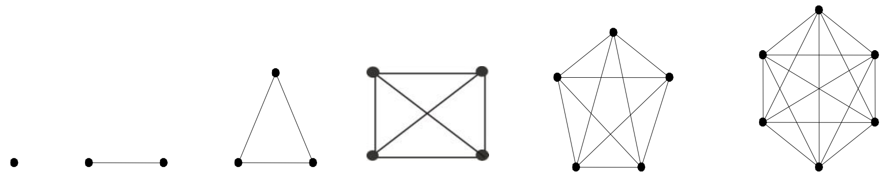
Graf G_{13} pada gambar 2.7 merupakan graf berarah.

Terdapat beberapa jenis graf sederhana khusus. Berikut ini didefinisikan beberapa graf khusus yang sering ditemukan :

1. Graf Lengkap (*Complete Graph*)

   Graf lengkap merupakan graf sederhana yang setiap titiknya terhubung (oleh satu sisi) ke semua titik lainnya. Dengan kata lain, setiap titiknya bertetangga. Graf lengkap dengan n buah titik dilambangkan dengan K_n. Banyak sisi pada sebuah graf lengkap yang terdiri dari n buah titik adalah $n(n-1)/2$ sisi.

Contoh :

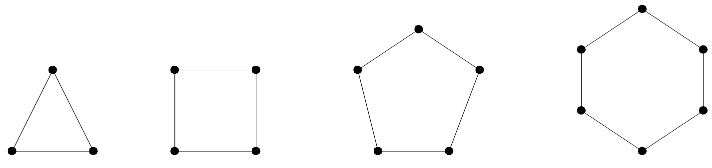


Gambar 2.8 Graf Lengkap

2. Graf Lingkaran (*Cycle Graph*)

   Graf lingkaran merupakan graf sederhana yang setiap titiknya berderajat dua. Graf lingkaran dengan n titik dilambangkan dengan C_n.

   Contoh :

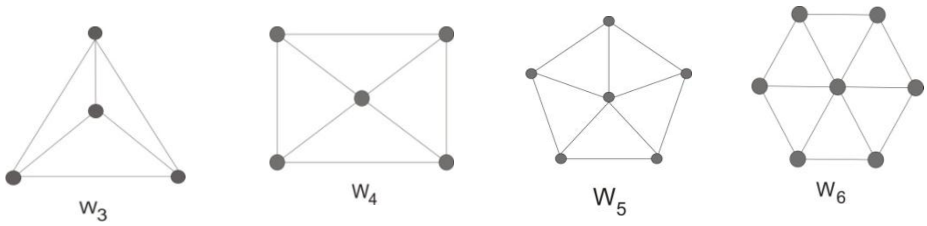


Gambar 2.9 Graf Lingkaran

3. Graf Roda (*Wheels Graph*)

   Graf roda merupakan graf yang diperoleh dengan cara menambahkan satu titik pada graf lingkaran C_n, dan menghubungkan titik baru tersebut dengan semua titik pada graf lingkaran tersebut.

Contoh :

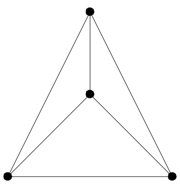


Gambar 2.10 Graf Roda

4. Graf Teratur (*Regular Graph*)

   Graf teratur merupakan graf yang setiap titiknya mempunyai derajat yang sama. Apabila derajat setiap titik pada graf teratur adalah *r*, maka graf tersebut dinamakan graf teratur berderajat *r*. Banyak sisi pada graf teratur dengan n titik adalah 2*nr* sisi.

   Contoh :



Gambar 2.11 Graf Teratur

5. Graf Planar (*Planar Graph*) dan Graf Bidang (*Plane Graph*)

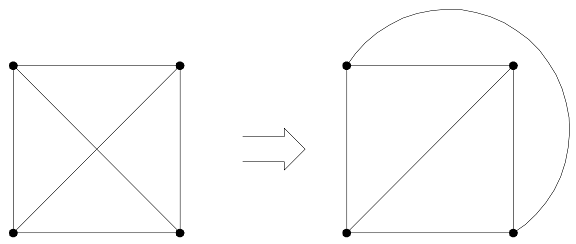
   Suatu graf disebut graf planar jika graf tersebut dapat digambarkan pada bidang datar sedemikian sehingga tidak ada sisi – sisinya yang berpotongan kecuali di titik dimana keduanya insiden.

Contoh :

- Semua graf lingkaran merupakan graf planar
- Graf lengkap K_1, K_2, K_3, K_4 merupakan graf planar

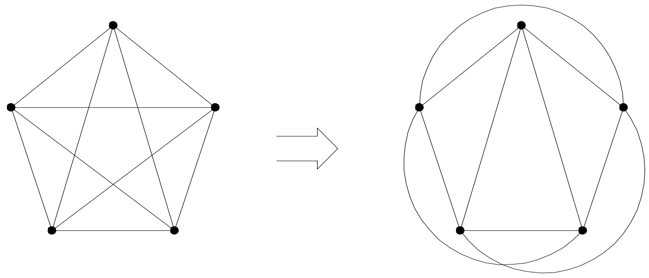
Tetapi graf lengkap K_n untuk n ≥ 5 merupakan graf tak-planar. Graf planar yang digambarkan dengan sisi-sisi yang tidak saling berpotongan dinamakan graf bidang (*plane graph*).

Contoh :



Gambar 2.12 K_4 adalah graf planar

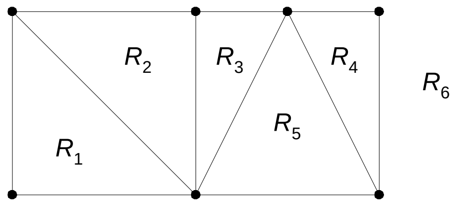
Contoh :



Gambar 2.13 K_5 bukan graf planar

Sisi-sisi pada graf planar membagi bidang menjadi beberapa wilayah (*region*) atau muka (*face*).

Contoh :



Gambar 2.14 Graf planar yang terdiri atas 6 face

Subkelas dari graf planar antara lain :

1. Graf bidang ubin reguler (persegi, segitiga dan hexagonal)
2. Outerplanar graf

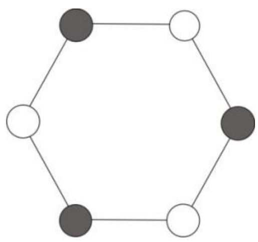
Untuk subkelas dari graf planar ini akan dibahas lebih dalam pada bab III.

6. Graf Bipartit (*bipartite Graph*)

   Suatu graf sederhana G disebut *bipartite* jika himpunan titik V-nya dapat dipartisi menjadi dua himpunan tak kosong yang tak beririsan V_1 dan V_2 sedemikian hingga setiap sisi hubung dalam graf menghubungkan suatu titik di V_1 dengan titik di V_2 (sedemikian hingga tak ada sisi hubung di dalam G menghubungkan dua titik di V_1 maupun di V_2).

   Sebagai contoh, suatu graf yang merepresentasikan setiap penduduk di suatu desa dengan titik dan setiap pernikahan dengan sisi hubung. Graf ini *bipartite*, karena setiap sisi menghubungkan titik dalam himpunan bagian penduduk pria dengan titik didalam himpunan bagian penduduk wanita (dalam pernikahan tradisional).

   Contoh :



Gambar 2.15 Graf Bipartit

C_6 adalah bipartite karena setiap sisinya menghubungkan dua titik dari himpunan yang berbeda.

2.3 Pohon (*Tree*)

Berikut akan akan dijabarkan pengertian tree dan beberapa definisi yang sering digunakan pada tugas akhir ini.

Definisi 2.3.1 [11]

Tree yaitu graf terhubung dan tidak mengandung sikel.

Seperti halnya pada graf, suatu tree juga diperbolehkan hanya mempunyai satu titik dengan tanpa adanya sisi, tree yang demikian disebut **tree trivial.**

Teorema 2.3.1 [11]

Misal T suatu graf dengan n titik , maka pernyataan berikut adalah ekuivalent

a. T terhubung dan tidak memuat cycle
b. T terhubung dan mempunyai $n - 1$ sisi
c. T mempunyai $n - 1$ sisi dan tidak memuat cycle
d. T terhubung dan setiap sisi adalah bridge
e. Setiap dua titik dalam T terhubung dengan tepat satu path
f. T tidak memuat cycle, tetapi penambahan setiap sisi baru membuat tepat satu cycle

Contoh :

Tree bukan tree

Gambar 2.16 Tree dan Bukan Tree

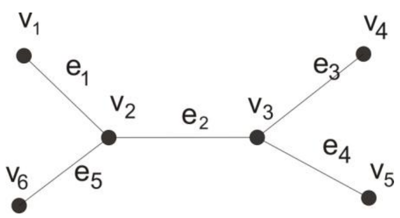
Dalam mempelajari tree terdapat beberapa terminologi (istilah) yang berkaitan dengan tree. Berikut ini didefinisikan beberapa terminologi yang akan sering dipakai pada pembahasan tulisan ini.

Teorema 2.3.2 [11]

Misal T merupakan tree, maka T mempunyai sifat – sifat sebagai berikut :

1. Adanya *path* tunggal diantara setiap dua titik pada T.
2. Banyak titik pada T adalah satu lebih dari banyak sisinya (m = n-1).
3. T dengan dua titik atau lebih mempunyai paling sedikit dua *leaf* (titik dengan derajat 1).

Contoh :



Gambar 2.17 Tree *T*

Graf G memuat $V\ (T)$ = { v_1, v_2, v_3, v_4, v_5} dan

$E\ (T)$ = {e_1, e_2, e_3, e_4, e_5}.

(i) Tree T diantara titik v_1 dan titik , v_2 terdapat *path* tunggal yaitu v_1, e_1, v_3, e_2, v_2

(ii) Tree T mempunyai m = 5 dan n = 6.

(iii) Tree T mempunyai 4 *leaf.*

Definisi 2.3.2 [11]

Pada suatu tree, yang sisi-sisinya diberi arah sehingga menyerupai graf berarah, maka titik yang terhubung dengan semua titik pada pohon tersebut dinamakan **akar** *(root).*

Definisi 2.3.3 [11]

Sebuah tree dengan akar (*root*) pada puncak dan cabang – cabangnya keluar dari akarnya disebut tree berakar (*rooted tree*).

Definisi 2.3.4 [11]

Misal T merupakan suatu tree berakar dengan akar v_0. Terdapat titik x , y dan z pada T dan (v_0,v_1,....,v_n) adalah path pada T. Maka :

1. v_{n-1} merupakan orang tua (*parent)* dari v_n.
2. v_0,v_1,....,v_{n-1} merupakan nenek moyang (*ancestor*) dari v_n.
3. v_n merupakan anak (*child)* dari v_{n-1} .

4. Jika x merupakan nenek moyang dari y , maka y merupakan suatu keturunan *(descendant)* dari x .

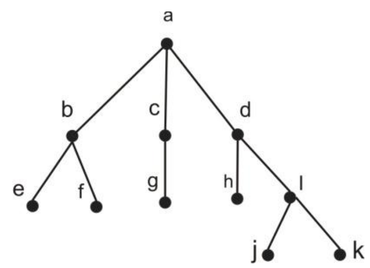
5. Jika x dan y merupakan anak dari z, maka x dan y merupakan saudara sekandung (*siblings).*

6. Jika x tidak mempunyai anak, maka x merupakan titik terminal.

7. Jika x bukan titik terminal, maka x adalah titik dalam.

8. Subtree pada T dengan x sebagai akar adalah graf dengan himpunan titik $V(T)$ dan himpunan sisi $E(T)$, dimana $V(T)$ berisi x serta keturunan dari x dan E berisi semua sisi yang insiden dengan keturunan dari x .

Contoh :



Gambar 2.18 Tree berakar T

Titik a adalah akar.

Titik b merupakan orang tua dari e dan f.

Titik e dan f adalah anak dari b.

a adalah nenek moyang dari e,f,g,h,i,j dan k.

j adalah saudara sekandung dari k.

e,f,g,h,j dan k merupakan titik terminal.

b,c,d dan i adalah titik dalam.

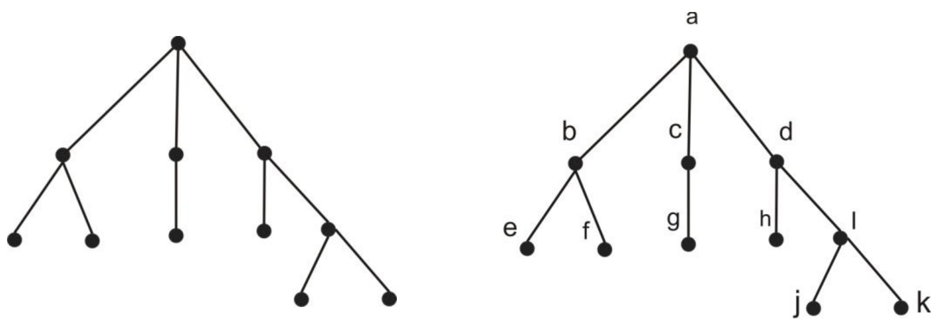
Tree yang memuat titik a,b,e dan f adalah subtree T.

2.3.1 Metode Pemberian Label pada Tree Berakar

Metode pemberian label pada tree berakar ada dua macam, yaitu :

1. Breadth First Search
   a. Pada metode Breadth-First Search, semua titik pada level n akan dikunjungi terlebih dahulu sebelum mengunjungi titik-titik pada level $n + 1$
   b. Pencarian dimulai dari titik akar terus ke level ke-1 dari kiri ke kanan, kemudian berpindah ke level berikutnya demikian pula dari kiri ke kanan hingga semua titik terlabeli.

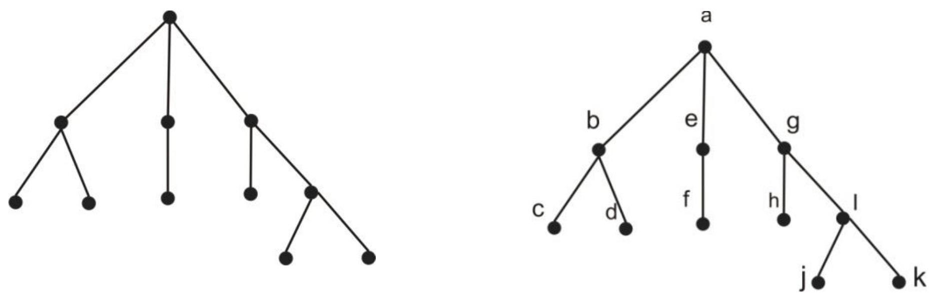
Contoh :



Gambar 2.19 Tree berakar dan pemberian label dengan BFS

2. Depth First Search
   a. Pada Depth-First Search, proses pencarian akan dilakukan pada semua anaknya sebelum dilakukan pencarian ke titik-titik yang selevel.
   b. Pencarian dimulai dari titik akar ke level yang lebih tinggi. Proses ini diulangi terus hingga semua titik terlabeli.

Contoh :



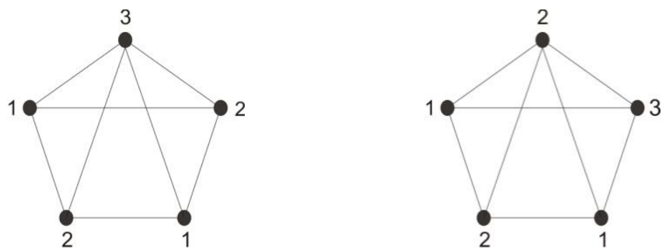
Gambar 2.20 Tree berakar dan pemberian label dengan DFS

2.4 Pewarnaan Graf

Definisi 2.4.1 [14]

Misal G adalah suatu graf tanpa loop. Suatu pewarnaan dari G adalah pemberian k warna ke semua titik – titik dari G sedemikian sehingga titik – titik yang adjacent memiliki warna yang berbeda. Biasanya warna yang digunakan adalah suatu bilangan 1,2,3, … . k.

Contoh :



Gambar 2. 21

Pewarnaan graf feasible dan tidak feasible

2.5 Pelabelan Graf

Sebelum membahas tentang pelabelan graf akan dijelaskan tentang pemetaan atau fungsi terlebih dahulu.

Definisi 2.5.1 [12]

Diketahui A dan B adalah himpunan tidak kosong . Cartesian Product dari A dan B ditulis $A\,x\,B$ adalah himpunan semua pasangan terurut (a, b) dengan $a \in A$ dan $b \in B$.

$$AxB = \{(a, b) \mid a \in A\ dan\ b \in B\}$$

Contoh

Dikeahui $A = \{1,2\},\ B = \{2,3,4\}$

$AxB = \{(1,2), (1,3), (1,4), (2,2), (2,3), (2,4)\}$

$BxA = \{(2,1), (2,2), (3,1), (3,2), (4,1), (4,2)\}$

Definisi 2.5.2 [12]

Diketahui A dan B adalah himpunan tidak kosong . Fungsi atau pemetaan f dari A ke B adalah subset dari AxB yang memenuhi kondisi bahwa untuk setiap $a \in A$ ada unsur tunggal $b \in B$ sedemikian sehingga $(a, b) \in f$. Ditulis $f: A \longrightarrow B$.

Contoh :

$A = \{0,2\}$ dan $B = \{1,2,3\}$

Untuk $f = \{(0,1), (2,1)\}$ adalah fungsi atau pemetaan dari A ke B sebab untuk setiap $a \in A$ ada unsur tunggal $b \in B$ sehingga $(a, b) \in f$.

Definisi 2.5.3 [1]

Misal $G = (V, E)$ adalah graf. Pelabelan dari G adalah sebuah fungsi yang memetakan himpunan unsur – unsur dari G ke himpunan bilangan bulat non negativ $\{ 0,1,2,3,\ldots\}$.

Pelabelan L (2,1) adalah salah satu jenis masalah pewarnaan graf yang muncul dari masalah pemberian frekuensi dalam jaringan radio. Jaringan radio adalah jaringan yang terdiri dari pemancar dan penerima gelombang yang didistribusikan pada lintas daerah. Interval atau bentangan pelabelan adalah perbedaan antara label terbesar dan terkecil. Bentangan L (2,1) pada graf G yang dinotasikan dengan $\lambda_{2,1}$ adalah rentang terkecil yang dibutuhkan untuk pelabelan L (2,1) pada graf G. Parameter terpenting graf yang diinformasikan untuk menentukan pelabelan L (2,1) adalah Δ yaitu derajat maksimum pada graf.