

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Tersedianya produk yang cukup merupakan faktor penting guna menjamin kelancaran proses produksi. Persediaan yang terlalu banyak atau persediaan yang terlalu sedikit tidak menguntungkan perusahaan. Kekurangan persediaan suatu produk dapat berakibat terhentinya proses produksi dan suatu ketika bisa mengalami kehabisan stok, bila perusahaan tidak memiliki persediaan yang mencukupi, biaya pengadaan darurat tentunya lebih mahal. Sebaliknya, jika perusahaan memiliki persediaan yang cukup besar, perusahaan dapat memenuhi permintaan pelanggan. Namun, persediaan produk yang terlalu besar (*over stock*) dapat berakibat terlalu tingginya beban biaya guna menyimpan dan memelihara produk tersebut selama penyimpanan di gudang. *Assauri (1993)*

Permasalahan dilematis (kelebihan dan kekurangan) dari persediaan tersebut menyebabkan perusahaan harus menentukan kebijakan persediaan yang optimal. Keoptimalan dalam manajemen persediaan (*Inventory Management*) didasarkan pada penentuan ukuran pemesanan (*lot sizing*) agar biaya total minimal. Hal ini menyangkut pengambilan keputusan mengenai seberapa banyak *order* yang harus dipesan untuk memenuhi permintaan (*demand*) dan kebutuhan persediaan agar tidak terjadi stok habis (*shortage*). Penentuan frekuensi order dengan jumlah tertentu dan akibatnya terhadap periode pemesanan juga membutuhkan pertimbangan yang matang karena hal tersebut akan mempengaruhi besarnya biaya pemesanan (*ordering cost*), sedangkan persediaan akan

berpengaruh langsung terhadap besarnya biaya simpan (*holding cost*). Teknik lot sizing ditujukan agar total biaya dari kedua komponen ini minimal.

Lot sizing inventory dengan banyak periode pemesanan dan produk tunggal telah banyak dikenal dalam literatur manajemen persediaan. Dalam paper Basnet, C. and Leung, J.M.Y., 2002, dinyatakan bahwa hasil pasti dari model persediaan *single item* telah dikerjakan oleh *Wagner and Within (1958)*, yang memberikan sebuah algoritma *Wagner and Within* sebagai solusinya. Pengembangan riil dari model tersebut ialah ketika terdapat *multi products* dan *multi suppliers* untuk perencanaan *multi periods* sehingga dalam perencanaan persediaan dan produksi, diperlukan adanya pemilihan *supplier* mana yang memberikan keuntungan bagi perusahaan.

1.2. Perumusan Masalah

Dalam perencanaan dan pengendalian persediaan suatu produk, masalah yang sering timbul adalah berapa perusahaan itu harus melakukan pembelian agar kebutuhan produk tercukupi, kapan pemesanan produk harus dilakukan, berapa jumlah minimum produk yang harus selalu ada dalam perusahaan, agar terhindar dari kemacetan produksi. Dan berapa jumlah maksimum produk yang ada agar dana yang tersimpan dalam produk tidak berlebihan. Untuk mengatasi hal tersebut perlu kiranya perusahaan mengadakan perencanaan dan pengendalian produk agar efisiensi modal tercapai. Masalah tersebut akan semakin kompleks jika perusahaan dihadapkan pada masalah *supplier* mana yang akan dipilih.

Berdasarkan latar belakang diatas, maka perlu dikembangkan metode untuk menyelesaikan model *lot sizing inventory* dengan kasus *multi products* dan

multi suppliers. Pengambilan keputusan dalam hal ini melingkupi tentang keputusan mengenai kapan perusahaan harus memesan produk apa beserta kuantitasnya dan dengan *supplier* yang mana. Perbandingan dua metode, antara lain metode Heuristic yang didasarkan Pemrograman Dinamis dan metode Heuristic yang didasarkan algoritma Wagner – Whitin beserta analisisnya akan disajikan dalam tugas akhir ini sebagai suatu alternatif untuk mengaplikasikannya terhadap suatu data dari permasalahan *multi products, multi suppliers* dan *multi periods*

1.3 Pembatasan Masalah

Untuk menganalisa permasalahan di atas, dalam tugas akhir ini digunakan beberapa asumsi, antara lain :

1. Permintaan yang akan datang dari semua produk diasumsikan telah diketahui selama waktu perencanaan.
2. Permintaan setiap produk terjadi pada tiap periode dari *multi periods*.
3. Setiap produk tersebut dapat dipesan dari sekumpulan *supplier*.
4. Semua permintaan dari *customer* diasumsikan harus terpenuhi, atau dengan kata lain, *shortage* tidak diijinkan.

1.4 Tujuan Penulisan

Berdasarkan permasalahan diatas, maka dapat dirumuskan tujuan dari penulisan tugas akhir ini adalah :

1. Menyelesaikan *multi periods lot sizing problem* dengan kasus *supplier selection*.

2. Membandingkan dua metode yang berbeda, yaitu metode *heuristic* yang didasarkan pada pemrograman dinamis dan metode *heuristic* yang didasarkan pada algoritma wagner - whitin.
3. Mengetahui kegunaan metode tersebut sebagai alternatif penyelesaian masalah perencanaan persediaan.

1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan dalam penulisan tugas akhir ini adalah : pada Bab I, Pendahuluan berisi latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penulisan dan sistematika penulisan. Bab II, Materi Penunjang berisi tentang landasan teori yang menjadi dasar teori pembahasan. Bab III, Penentuan *Supplier* dan *Lot size* dengan metode Heuristic berdasarkan Pemrograman Dinamis dan Algoritma Wagner - Whitin, mencakup formulasi masalah dan penyelesaian masalah dengan kedua metode heuristic tersebut. Bab IV, Kesimpulan berisi kesimpulan dari pembahasan tentang penyelesaian masalah lot sizing dan pemilihan supplier.

BAB II

MATERI PENUNJANG

2. 1. Pengendalian Persediaan

Dalam melaksanakan aktivitas produksinya, setiap perusahaan, apakah itu perusahaan jasa, ataupun perusahaan perdagangan serta perusahaan manufaktur pasti mengadakan persediaan. Tanpa persediaan, perusahaan akan dihadapkan pada resiko dua sisi mata uang, yaitu kekurangan produk pada suatu waktu membuat permintaan pelanggan tidak terpenuhi, namun persediaan yang berlebih akan membuat biaya penyimpanan relatif besar.

Pengertian persediaan menurut *Assauri (1993)* adalah suatu aktiva yang meliputi barang-barang milik perusahaan dengan maksud untuk dijual dalam suatu periode usaha yang normal, atau persediaan barang-barang yang masih dalam pengerjaan/proses produksi, ataupun persediaan bahan baku yang menunggu penggunaannya dalam suatu proses produksi. Jadi persediaan merupakan sejumlah bahan-bahan, *parts* yang disediakan untuk memenuhi permintaan dari konsumen atau pelanggan.

Assauri (1993) juga menjelaskan bahwa persediaan yang diadakan mulai dari yang berbentuk bahan mentah sampai dengan barang jadi antara lain berguna untuk :

1. Menghilangkan resiko keterlambatan datangnya barang atau bahan-bahan yang dibutuhkan perusahaan.
2. Menghilangkan resiko dari material yang dipesan tidak baik sehingga harus dikembalikan.

3. Untuk menumpuk bahan-bahan yang dihasilkan secara musiman sehingga dapat digunakan bila bahan itu tidak ada dalam pasaran.
4. Mempertahankan stabilitas operasi perusahaan atau menjamin kelancaran arus produksi.
5. Mencapai penggunaan mesin yang optimal.
6. Memberikan pelayanan kepada langganan dengan sebaik-baiknya dimana keinginan pelanggan pada suatu waktu dapat dipenuhi atau memberikan jaminan tetap tersedianya barang jadi tersebut.
7. Membuat pengadaan atau produksi tidak perlu sesuai dengan penggunaan atau penjualan.

Dapat disimpulkan bahwa persediaan sangat penting artinya bagi suatu perusahaan pabrik karena persediaan tersebut menghubungkan satu operasi ke operasi selanjutnya yang berurutan dalam pembuatan suatu barang untuk kemudian disampaikan ke konsumen. Persediaan dapat dioptimalkan dengan mengadakan perencanaan produksi yang lebih baik, serta manajemen persediaan yang optimal.

2.1.1. Jenis-Jenis Persediaan

Assauri (1993) membedakan jenis-jenis persediaan menurut fungsinya menjadi 3 (tiga) yang terdiri atas :

1. *Batch Stock* atau *Lot Size inventory*

adalah persediaan yang diadakan karena membeli atau membuat bahan-bahan/barang-barang dalam jumlah yang lebih besar dari jumlah yang dibutuhkan pada saat itu. Jadi dalam hal ini pembelian atau pembuatan dilakukan untuk jumlah besar, sedangkan penggunaan atau pengeluaran dalam jumlah kecil. Terjadinya persediaan karena pengadaan barang/bahan yang dilakukan lebih banyak dari yang dibutuhkan. Keuntungan yang diperoleh dari adanya *batch stock* atau *lot size inventory* ini antara lain :

- Memperoleh potongan harga pada harga pembelian.
- Memperoleh efisiensi produksi karena adanya operasi atau proses produksi yang lebih lama.
- Adanya penghematan didalam biaya angkutan.

2. *Fluctuation Stock*

adalah persediaan yang diadakan untuk menghadapi fluktuasi permintaan konsumen yang tidak dapat diramalkan. Dalam hal ini perusahaan mengadakan persediaan untuk dapat memenuhi permintaan konsumen, apabila tingkat permintaan menunjukkan keadaan yang tidak beraturan atau tidak tetap dan fluktuasi permintaan tidak dapat diramalkan lebih dahulu. Jadi apabila terdapat fluktuasi permintaan yang sangat besar, maka persediaan ini (*fluctuation stock*) dibutuhkan sangat besar pula untuk menjaga kemungkinan naik turunnya permintaan tersebut.

3. *Anticipation Stock*

adalah persediaan yang diadakan untuk menghadapi fluktuasi permintaan yang dapat diramalkan, berdasarkan pola musiman yang terdapat dalam satu tahun untuk menghadapi penggunaan atau permintaan yang meningkat. Disamping itu, *Anticipation Stock* dimaksudkan pula untuk menjaga kemungkinan sukarnya diperoleh bahan-bahan sehingga tidak mengganggu jalannya produksi atau menghindari kemacetan produksi.

Disamping perbedaan menurut fungsi, *Assauri (1993)* juga membedakan persediaan menurut jenis dan posisi barang tersebut didalam urutan pengerjaan produk, yaitu :

1. Persediaan bahan baku (*raw material stock*)

yaitu persediaan dari bahan baku yang digunakan dalam proses produksi, dapat diperoleh dari sumber-sumber alam atau dibeli dari *supplier* yang menghasilkan bahan baku bagi perusahaan pabrik yang menggunakannya.

2. Persediaan bagian produk atau *parts* yang dibeli (*component stock*)

yaitu persediaan barang-barang yang terdiri dari komponen (*parts*) yang diterima dari perusahaan lain, yang dapat secara langsung dirakit dengan *parts* lain, tanpa proses produksi sebelumnya. Jadi bentuk barang yang merupakan *parts* ini tidak mengalami perubahan dalam operasi.

3. Persediaan bahan-bahan pembantu atau barang-barang perlengkapan (*supplies stock*)

yaitu persediaan barang-barang atau bahan-bahan yang diperlukan dalam proses produksi untuk membantu berhasilnya produksi atau yang dipergunakan dalam bekerjanya suatu perusahaan, tetapi tidak merupakan bagian atau komponen dari barang jadi.

4. Persediaan barang setengah jadi atau barang dalam proses (*Work in process / progress stock*)

yaitu persediaan yang telah mengalami beberapa perubahan yang keluar dari tiap-tiap bagian dalam suatu pabrik atau bahan-bahan yang telah diolah menjadi suatu bentuk tetapi masih perlu diproses kembali untuk kemudian menjadi barang jadi.

5. Persediaan barang jadi (*finished goods*)

yaitu barang-barang yang telah selesai diproses dan menunggu untuk dijual kepada langganan atau perusahaan lain. Barang jadi dimasukkan dalam persediaan karena permintaan konsumen untuk jangka waktu tertentu mungkin tidak diketahui.

2.1.2. Komponen-Komponen Dasar Biaya Persediaan

Masalah utama yang ingin dicapai dalam pengendalian persediaan adalah meminimumkan total biaya operasional perusahaan. Jadi, terdapat dua keputusan yang perlu diambil dalam hal ini, yaitu berapa jumlah yang harus dipesan / diproduksi setiap kali pemesanan / produksi dan kapan pemesanan / produksi itu dilakukan.

Berbagai macam biaya perlu diperhitungkan saat mengevaluasi masalah persediaan. *Joko S (2004)* menyebutkan biaya-biaya dalam sistem persediaan tersebut, antara lain :

1. Biaya Pengadaan (*procurement cost*)

Biaya pengadaan merupakan total biaya untuk memesan dan mengadakan barang sehingga siap untuk dipergunakan atau diproses lebih lanjut. Total biaya pengadaan ini meliputi :

▪ Biaya Pembelian (*purchasing cost*)

Biaya pembelian merupakan biaya yang digunakan untuk membeli barang. Jumlah barang yang dibeli dan harga satuan barang tersebut akan sangat berpengaruh pada biaya pembelian. Dalam hal ini biaya pembelian lebih bersifat variabel karena tergantung pada jumlah barang yang dipesan. Sehingga biasa disebut *unit variable cost* atau *purchasing cost*. Biaya pembelian merupakan faktor penting ketika harga barang yang dibeli tergantung pada ukuran atau jumlah pembelian. Situasi ini diistilahkan dengan *quantity discount* dimana harga barang per unit akan turun bila jumlah barang yang dibeli dalam jumlah besar. Dalam banyak teori persediaan, seringkali komponen biaya pembelian ini tidak dimasukkan kedalam biaya persediaan karena diasumsikan komponen biaya pembelian untuk suatu periode tertentu (misalnya satu tahun) dianggap konstan dan hal ini tidak

akan mempengaruhi jawaban optimal tentang berapa banyaknya barang yang harus dipesan.

- Biaya Pengadaan Barang

Biaya pengadaan dibedakan menjadi dua jenis sesuai dengan asal barang, yaitu biaya pemesanan (*ordering cost*) bila barang yang dibutuhkan didapatkan dari pihak luar dan biaya pembuatan (*setup cost*) bila barang yang dibutuhkan diperoleh dengan cara membuat sendiri.

- a. Biaya pemesanan (*ordering cost*) merupakan seluruh pengeluaran yang timbul untuk mendatangkan barang dari luar. Biaya ini meliputi biaya untuk menentukan *supplier*, pembuatan pesanan, pengiriman pesanan, biaya pengangkutan, biaya penerimaan dan sebagainya. Biaya ini diasumsikan konstan setiap kali pesan.

- b. Biaya pembuatan (*setup cost*) merupakan seluruh pengeluaran yang timbul dalam mempersiapkan produksi suatu barang. Biaya ini timbul didalam pabrik yang meliputi biaya menyusun peralatan produksi, menyetel mesin, penyusunan barang di gudang dan sebagainya.

- 2. Biaya Penyimpanan (*holding cost/carrying cost*)

Dalam bukunya, *Joko S (2004)* menjelaskan bahwa biaya penyimpanan adalah semua pengeluaran yang timbul akibat menyimpan barang. Biaya-biaya ini meliputi :

a. Biaya memiliki persediaan (biaya modal)

Biaya ini timbul karena adanya penumpukan barang di gudang yang berarti penumpukan modal kerja, dimana modal perusahaan mempunyai ongkos yang dapat diukur dengan suku bunga bank. Sehingga biaya yang timbul karena memiliki persediaan harus diperhitungkan dalam biaya sistem persediaan. Biaya ini sering diukur sebagai persentase nilai persediaan untuk periode waktu tertentu.

b. Biaya kerusakan dan penyusutan

Kerusakan atau penyusutan karena beratnya atau jumlahnya berkurang karena hilang dapat terjadi pada barang yang disimpan sehingga akan mengakibatkan adanya biaya tambahan dalam sistem persediaan. Biaya kerusakan atau penyusutan biasanya diukur dari pengalaman sesuai dengan persentasenya.

c. Biaya gudang

Barang yang disimpan memerlukan tempat penyimpanan sehingga timbul biaya gudang. Bila gudang dan peralatannya disewa maka biaya gudang merupakan biaya sewa, sedangkan bila perusahaan mempunyai gudang sendiri, maka biaya gudang merupakan biaya penyusutan maupun biaya perawatan barang.

d. Biaya administrasi dan pemindahan

Biaya ini dikeluarkan untuk administrasi persediaan barang yang ada, baik pada saat pemasaran, penerimaan barang maupun penyimpanan dan biaya untuk memindahkan barang dari, ke dan di dalam tempat penyimpanan, termasuk di dalamnya adalah upah buruh dan biaya pengendalian peralatan.

e. Biaya asuransi

Barang yang disimpan seringkali diasuransikan oleh perusahaan untuk menjaga hal-hal yang tidak diinginkan seperti kebakaran. Besarnya biaya asuransi ini tergantung dari jenis barang yang diasuransikan dan perjanjiannya dengan perusahaan asuransi.

f. Biaya kadaluarsa (*obsolescence*)

Perubahan teknologi dan model seperti barang-barang elektronik akan mempengaruhi penurunan nilai jual barang tersebut.

Dalam manajemen persediaan, terutama yang berhubungan dengan kuantitatif, biaya simpan per unit diasumsikan linear terhadap jumlah barang yang disimpan.

3. Biaya Kekurangan Persediaan (*shortage cost*)

Merupakan biaya yang timbul apabila ada permintaan terhadap barang yang kebetulan tidak tersedia di gudang (*stock out*). Untuk barang-barang tertentu, pelanggan dapat diminta menunda pembeliannya atau dengan kata lain pelanggan diminta untuk menunggu. Dalam hal ini *shortage cost* yang timbul adalah biaya ekstra untuk membuat lagi barang yang dipesan sehingga proses

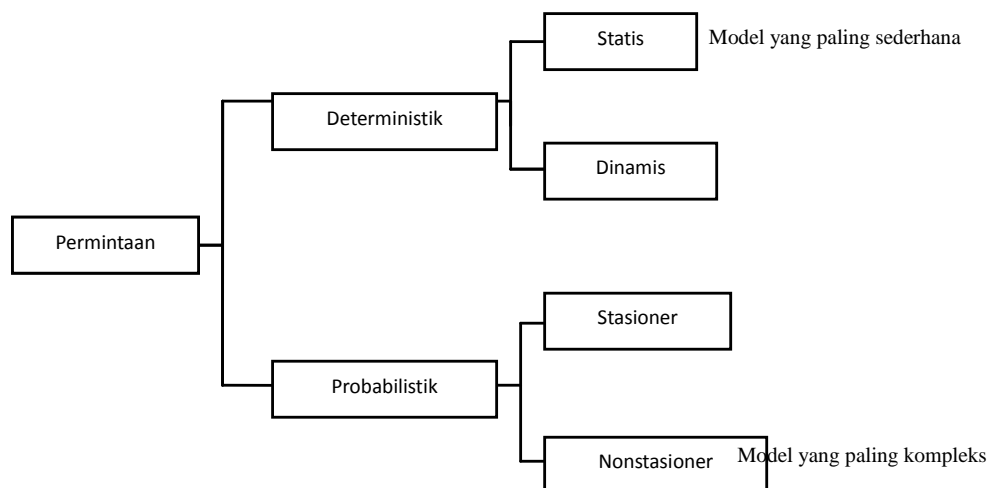
produksi akan terganggu dan akan menimbulkan kerugian karena perusahaan kehilangan kesempatan untuk mendapatkan keuntungan atau akan kehilangan pelanggan karena konsumen akan beralih pada para pesaing (Subagyo, 2000)

Dalam mengevaluasi kebijaksanaan di bidang persediaan, biaya-biaya tersebut harus diperhatikan. Satu hal yang perlu diingat, biaya yang diperhitungkan adalah biaya yang relevan yang meliputi seluruh biaya yang timbul karena kebijaksanaan persediaan tersebut. Akibatnya beberapa biaya perlu diabaikan dan dalam prakteknya sangat tergantung pada keputusan manajemen perusahaan (Subagyo, 2000).

2.1.3. Model Persediaan

Tujuan dari setiap model persediaan adalah keputusan mengenai berapa banyak produk yang harus dipesan dan kapan sebaiknya pesanan dilakukan.

Menurut Hamdy A Taha (1987) model permintaan dibagi menjadi dua macam, yaitu permintaan deterministik dan permintaan probabilistik.



Gambar 2.1 Kompleksitas Model Persediaan

1. Permintaan deterministik.

Permintaan deterministik dapat bersifat statis, dalam arti bahwa laju pemakaian tetap sepanjang waktu atau dinamis, dimana permintaan diketahui dengan pasti tetapi bervariasi dari satu periode ke periode berikutnya.

2. Permintaan probabilistik.

Permintaan probabilistik memiliki dua klasifikasi serupa : kasus stasioner, dimana fungsi kepadatan probabilitas permintaan tetap tidak berubah sepanjang waktu, dan kasus nonstasioner, dimana fungsi kepadatan bervariasi dari waktu ke waktu.

Permintaan statis deterministik jarang terjadi dalam kehidupan nyata. Karena itu kita dapat memandang situasi ini sebagai kasus penyederhanaan. Walaupun mungkin terjadi variasi permintaan dalam kebutuhan produk sehari-hari, namun jika variasi tersebut kecil maka dapat diabaikan dengan asumsi bahwa hasil permintaan statis kemungkinan tidak terlalu jauh dari kenyataan.

Walaupun jenis permintaan adalah faktor utama dalam perancangan model persediaan, faktor-faktor berikut ini dapat juga mempengaruhi cara perumusan model yang bersangkutan seperti yang dijelaskan *Hamdy A Taha (1987)*, yaitu:

1. Tenggang waktu pengiriman (*lag* atau *lead time*)

Ketika sebuah pesanan diajukan, pesanan itu dapat dikirim dengan segera, atau kemungkinan memerlukan beberapa waktu sebelum pengiriman dilakukan. Tenggang waktu pengiriman dapat bersifat deterministik atau probabilistik.

2. Pengisian kembali persediaan

Walaupun sistem persediaan dapat beroperasi dengan tenggang waktu pengiriman, pengisian kembali persediaan dapat terjadi dengan segera atau dengan seragam. Pengisian kembali yang segera terjadi ketika persediaan dibeli dari sumber-sumber luar. Pengisian kembali yang seragam terjadi ketika sebuah produk dibuat secara lokal dalam organisasi. Secara umum, sebuah sistem persediaan dapat beroperasi dengan tenggang waktu positif dan juga dengan pengisian persediaan yang seragam.

3. Rentang perencanaan

Rentang perencanaan mendefinisikan periode dimana tingkat persediaan dikendalikan. Rentang perencanaan ini dapat terbatas atau tidak terbatas, bergantung pada periode waktu mana permintaan dapat diramalkan.

4. Jumlah tingkat penawaran

Sebuah sistem persediaan dapat terdiri dari beberapa titik pengisian persediaan (bukan hanya satu). Dalam beberapa kasus, titik-titik pengisian persediaan ini diorganisasikan sedemikian rupa sehingga satu titik bertindak sebagai titik penawaran untuk titik-titik lainnya. Jenis operasi ini dapat berulang di tingkat yang berbeda sehingga satu titik permintaan dapat sekali lagi menjadi titik penawaran yang baru.

5. Jumlah jenis barang

Sebuah sistem persediaan dapat melibatkan lebih dari satu barang. Kasus ini sangat menarik terutama jika terdapat sejenis interaksi tertentu di antara barang-barang yang berbeda.

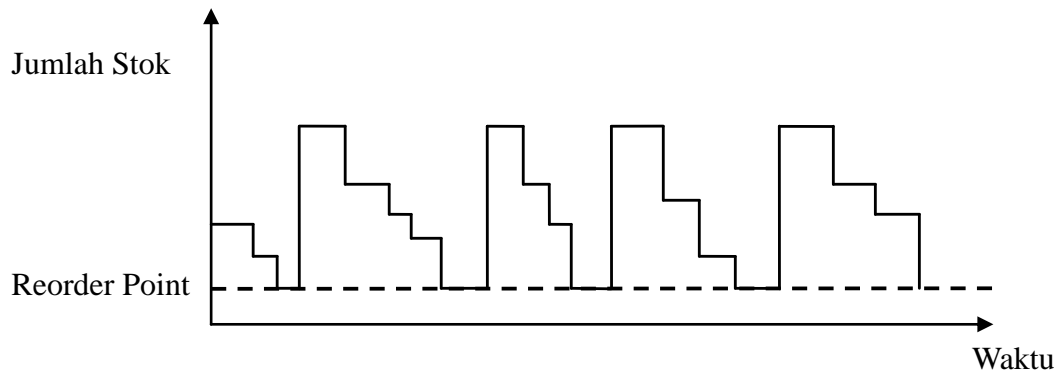
2.1.4. Cara-cara Pemesanan (*Order System*) dalam Pengendalian Persediaan

Dalam usaha untuk menutupi kebutuhan persediaan, maka dilakukanlah kegiatan pemesanan bahan. Menurut *Assauri (1993)*, pemesanan dapat dilakukan dalam dua cara, antara lain :

1. *Order Point System*

adalah suatu sistem atau cara pemesanan bahan, dimana pesanan dilakukan apabila persediaan yang ada telah mencapai tingkat tertentu. Apabila barang-barang yang tersedia terus dipergunakan maka jumlah persediaan makin menurun dan sampai suatu saat akan mencapai titik batas, pemesanan harus dilakukan kembali (*reorder point*). Dalam system ini, pesanan yang diadakan dalam jumlah yang tetap dari barang-barang yang dipesan (*Fixed Order Quantity System*). Oleh karena pemesanan dilakukan pada waktu persediaan mencapai titik / tingkat tertentu, maka interval waktu pemesanan antara satu pesanan dengan pesanan lain tidaklah sama tergantung pada fluktuasi waktu antara pesanan diadakan sampai dengan barang-barang yang dipesan diterima di gudang (*lead time*). Untuk persediaan yang banyak jenisnya (*multi item*), pemesanan barang dilakukan secara

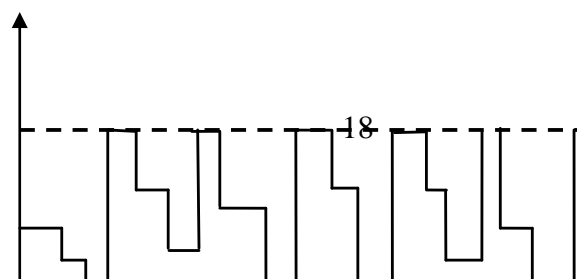
individu / eceran (*individual order*) karena jumlah pesanan jenis barang satu dengan yang lainnya tidaklah sama (Assauri, 1993).

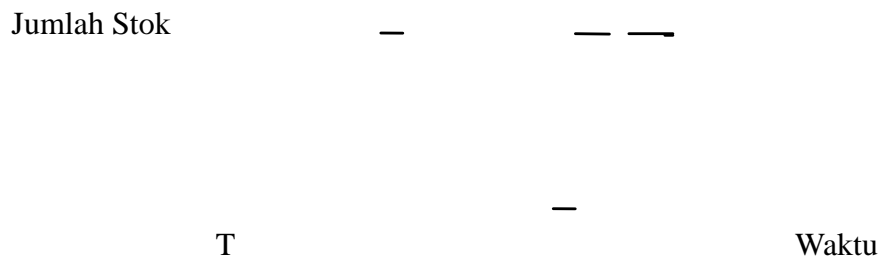


Gambar 2.2 Order Point System

2. Order Cycle System

adalah suatu cara pemesanan barang dimana interval waktu pemesanan tetap (misal: setiap minggu, setiap bulan dan sebagainya). Tiap-tiap pesanan mempunyai jumlah barang yang berfluktuasi tergantung pada banyaknya pemakaian barang dalam jarak / interval waktu antara pesanan yang lalu dengan pesanan berikutnya. Banyaknya jumlah barang yang dipesan ditetapkan sebesar selisih dari jumlah persediaan maksimum yang telah ditentukan dengan jumlah persediaan yang tersisa atau masih ada, sehingga jumlahnya berfluktuasi. Untuk persediaan yang banyak jenisnya (*multi item*), pemesanan dapat dilakukan dalam bentuk pesanan berkelompok / borongan (*joint order*) karena pengawasan lebih mudah dilakukan (Assauri, 1993)





Gambar 2.3 Order Cycle System

2.2. Pemrograman Dinamis

Pemrograman dinamis adalah suatu teknik matematika yang digunakan untuk mengoptimalkan proses pengambilan keputusan secara bertahap. Inti dari teknik ini adalah membagi satu persoalan atas beberapa bagian persoalan yang dalam pemrograman dinamis disebut tahap, kemudian dalam tiap tahap terdapat keadaan yang harus dioptimalkan, algoritma tersebut berlanjut dengan mengoptimalkan keputusan atas tiap tahap sampai seluruh persoalan telah terpecahkan.

Menurut *Hillier and Lieberman (1994)*, keistimewaan dasar yang mencirikan masalah pemrograman dinamis antara lain :

1. Permasalahan dapat dibagi dalam tahap-tahap, dengan suatu keputusan kebijakan (*policy decision*) diperlukan di setiap tahap.
2. Setiap tahap memiliki sejumlah keadaan (*states*) yang bersesuaian.

3. Pengaruh keputusan kebijakan pada setiap tahap adalah untuk merubah keadaan sekarang menjadi keadaan yang berkaitan dengan tahap berikutnya (mungkin menurut distribusi peluang tertentu)
4. Prosedur penyelesaian dirancang untuk menemukan suatu kebijakan optimal untuk keseluruhan masalah, yaitu pemberian keputusan kebijakan optimal pada setiap tahap untuk setiap kemungkinan keadaan.
5. Bila diketahui keadaan sekarang, kebijakan optimal untuk tahap-tahap yang tersisa adalah bebas terhadap kebijakan yang dipakai pada tahap-tahap sebelumnya. (ini adalah prinsip keoptimalan dalam pemrograman dinamis)
6. Prosedur penyelesaian dimulai dengan menemukan kebijakan optimal untuk tahap terakhir.
7. Tersedia hubungan rekursif yang mengidentifikasi kebijakan optimal pada tahap n , bila diketahui kebijakan optimal untuk tahap $(n+1)$.

Hubungan rekursif akan selalu mempunyai bentuk

$$f_n(s) = \{C_{sx_n} + f_{n+1}^*(x_n)\}$$

Dengan demikian untuk menemukan keputusan kebijakan optimal, bila dimulai pada keadaan s pada tahap n , memerlukan penemuan nilai x_n yang meminimumkan atau memaksimumkannya. Nilai minimum atau maksimum tersebut didapat dengan menggunakan nilai x_n diatas dan mengikuti kebijakan optimal bila dimulai dari keadaan x_n pada tahap $(n+1)$.

Bentuk pasti dari hubungan rekursif berbeda-beda diantara masalah-masalah pemrograman dinamis. Akan tetapi notasi yang sering dipergunakan seperti dibawah ini :

N = banyaknya tahap

n = label untuk tahap sekarang ($n = 1, 2, \dots, N$)

s_n = keadaan sekarang untuk tahap n

x_n = peubah keputusan untuk tahap n

x_n^* = nilai optimal x_n (diketahui s_n)

$f_n(s_n, x_n)$ = kontribusi tahap n kepada fungsi tujuan bila sistem dimulai dari keadaan s_n pada tahap n , keputusan sekarang adalah x_n dan keputusan optimal dibuat sesudahnya.

$f_n^*(s_n) = f_n(s_n, x_n^*)$

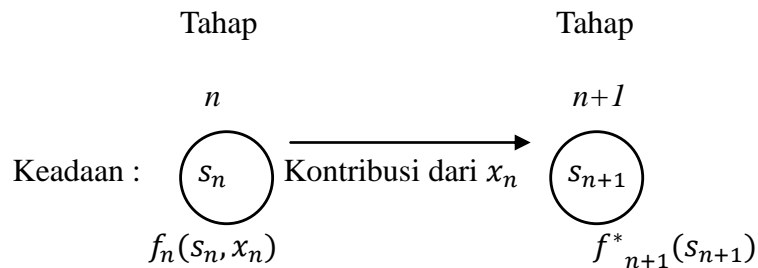
$f_n^*(s_n) = \max_{x_n} \{f_n(s_n, x_n)\}$ atau $f_n^*(s_n) = \min_{x_n} \{f_n(s_n, x_n)\}$

8. Bila digunakan hubungan rekursif ini, prosedur penyelesaian bergerak mundur tahap demi tahap sampai ditemukan kebijakan optimal yang dimulai dari tahap awal.

2.2.1. Pemrograman Dinamis Deterministik

adalah pendekatan pemrograman dinamis ke masalah yang deterministik, di mana keadaan pada tahap selanjutnya ditentukan sepenuhnya oleh keadaan dan keputusan kebijakan pada tahap sekarang (*Hillier and Lieberman, 1994*)

Untuk lebih jelasnya, pemrograman dinamis deterministik dijelaskan dengan diagram yang ditunjukkan pada gambar 2.4



Gambar 2.4 Struktur dasar Pemrograman Dinamis Deterministik

Pada tahap n proses akan berada pada suatu keadaan s_n . Pembuatan keputusan kebijakan x_n selanjutnya menggerakkan proses ke keadaan s_{n+1} pada tahap $(n+1)$. Kontribusi sesudahnya terhadap fungsi tujuan di bawah kebijakan optimal telah dihitung sebelumnya sebagai $f_{n+1}^*(s_{n+1})$. Keputusan kebijakan x_n juga memberi beberapa kontribusi kepada fungsi tujuan. Kombinasi kedua nilai ini dengan benar akan memberikan $f_n(s_n, x_n)$, yaitu kontribusi n tahap ke depan kepada fungsi tujuan. Pengoptimalan terhadap $x_n, f_n^*(s_n) = f_n(s_n, x_n^*)$. Setelah ditemukan x_n^* dan $f_n^*(s_n)$ untuk setiap nilai s_n , prosedur penyelesaian sekarang siap bergerak mundur satu tahap. Salah satu cara mengategorikan masalah pemrograman dinamis deterministik adalah dengan bentuk fungsi tujuan. Sebagai contoh, tujuannya mungkin adalah meminimumkan jumlah kontribusi dari tahap-tahap individual, atau untuk memaksimumkan jumlah tersebut, atau untuk meminimumkan suatu produk, dan

sebagainya. Pengkategorian lain adalah dalam bentuk sifat alamiah dari kumpulan keadaan untuk tahap yang bersesuaian. Khususnya keadaan s_n dapat dinyatakan oleh peubah keadaan diskret, atau oleh peubah keadaan kontinu, atau mungkin diperlukan suatu vektor keadaan (lebih dari satu peubah).

(Hillier and Lieberman, 1994).

2.2.2. Pemrograman Dinamis Probabilistik

Berbeda dengan pemrograman dinamis deterministik, pada pemrograman probabilistik keadaan pada tahap berikutnya tidak seluruhnya ditentukan oleh keadaan dan keputusan kebijakan pada tahap sekarang. Ada suatu sebaran probabilitas tentang keadaan mendatang. Akan tetapi, sebaran peluang ini tetap ditentukan sepenuhnya oleh keadaan dan keputusan kebijakan pada keadaan sekarang *(Hillier and Lieberman, 1994).*

Struktur dasar yang dihasilkan pemrograman dinamis probabilistik diuraikan dalam gambar 2.5.

Untuk ilustrasi, misalkan tujuannya adalah meminimumkan jumlah yang diharapkan dari kontribusi tahap-tahap secara terpisah. Pada kasus ini $f_n(s_n, x_n)$ menggambarkan jumlah minimum yang diharapkan dari tahap n dan seterusnya, bila diketahui bahwa keadaan dan keputusan kebijakan pada tahap n adalah s_n dan x_n . Akibatnya,

$$f_n(s_n, x_n) = \sum_{i=1}^S p_i [c_i + f_{n+1}^*(i)],$$

dengan $f_{n+1}^*(i) = \min_{x_{n+1}} f_{n+1}(i, x_{n+1})$

dimana minimisasi ini dibuat di atas nilai kelayakan bagi x_{n+1} (Hillier and Lieberman, 1994).

2.3. Algoritma Wagner-Whitin (WW)

WW merupakan teknik *lot sizing* yang menghasilkan perhitungan biaya optimal. Teknik ini secara implisit mencoba seluruh kemungkinan kombinasi pemesanan. Untuk permasalahan yang memiliki k periode, terdapat k pilihan :

- Pesan pada periode 1 untuk seluruh k periode.
- Mengambil kebijakan 1 periode terbaik, dan pesan pada periode 2 untuk periode 2, ..., k .
- Mengambil kebijakan 2 periode terbaik, dan pesan pada periode 3 untuk periode 3, ..., k .
- Mengambil kebijakan $k-1$ periode terbaik, dan pesan pada periode k untuk periode k .

Pemrograman dinamis membutuhkan kerja komputasi yang cukup besar, namun *Wagner-Whitin* telah mengembangkan sebuah metode yang menyederhanakan komputasi untuk model lot-size dinamik melalui tiga tahapan sebagai berikut (*Agus Ristono, 2009*) :

Dimisalkan :

Z_{ce} = Total biaya variabel dalam penempatan order sebesar Q_{ce}

K_t = biaya pemesanan setiap kali pesan pada tiap periode,

H_t = biaya penyimpanan setiap periode,

C = biaya pembelian per unit untuk pemenuhan kebutuhan,

Q_{ce} = Order yang dilakukan untuk memenuhi permintaan dari periode c sampai e

$Q_{ce} = \sum_{i=c}^e D_i$

D_i = nilai permintaan pada periode i

f_e = Biaya minimum dari total biaya yang dihitung sampai periode e

f_T = Ongkos pesanan terjadwal yang optimal.

1. Mengkalkulasi total biaya variabel untuk semua alternatif pemesanan yang mungkin terjadi pada T periode. Total biaya variabel meliputi biaya pemesanan dan biaya penyimpanan (untuk kasus tertentu biaya pembelian juga diikutkan dalam total biaya variabel).

$$Z_{ce} = K_t + c \cdot Q_{ce} + H_t \cdot \sum_{i=c}^e (Q_{ce} - Q_{ci}) \text{ untuk } 1 \leq c \leq e \leq T$$

2. Menghitung f_e . Tingkat persediaan pada akhir periode e adalah nol. Algoritma mulai dengan $f_0 = 0$ dan kalkulasi f_1, f_2, \dots, f_T di dalam pesanan tersebut.

f_e dihitung dengan menggunakan rumusan :

$$f_e = \min(Z_{ce} + f_{e-1})$$

Dengan kata lain, untuk masing-masing periode dengan membandingkan semua kombinasi alternatif pemesanan dan f_e , akan ditemukan dan dipilih nilai f_e terbaik, yaitu ketika kebutuhan untuk periode sampai e terpenuhi dengan biaya yang paling minimal.

3. Solusi optimal f_T diperoleh dari perhitungan rekursif mundur seperti berikut :

$f_T = Z_{wT} + f_{w-1}$ Urutan terakhir terjadi pada periode w untuk memenuhi permintaan pada periode w sampai T.

$f_{w-1} = Z_{vw-1} + f_{v-1}$ Pesanan sebelum urutan terakhir pada periode v yang dapat memenuhi permintaan di dalam periode v sampai w-1.

$f_{u-1} = Z_{1U-1} + f_0$ Adalah pesanan yang pertama terjadi di dalam periode yang dapat memenuhi permintaan di dalam periode sampai 1 U-1.