

BUKU AJAR
RANGKAIAN LISTRIK I



Oleh:
AJUB AJULIAN ZAHRA M, S.T., M.T.
DARJAT, S.T., M.T.

JURUSAN TEKNIK ELEKTRO
FAKULTAS TEKNIK UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG

LPT-PUSTAK-UNDIP
No. Daft: 043/BA/FT/ea
Tgl. : 23-7-2009

KATA PENGANTAR

Dengan memanjatkan puji syukur ke hadirat Tuhan Yang Mahakuasa, alhamdulillah Diktat Kuliah Rangkaian Listrik I telah dapat diluncurkan. Diktat ini disusun untuk memenuhi kebutuhan mahasiswa Teknik Elektro, sebagai pengetahuan yang mendasar tentang rangkaian listrik dan analisisnya.

Struktur penyajian diktat ini terbangun atas delapan pokok bahasan, yaitu: Pendahuluan, Konsep Rangkaian, Hukum Eksperimental dan Rangkaian Sederhana, Pembagian Tegangan dan Arus, Metode Analisis Rangkaian, Induktor dan Kapasitor, Penerapan Fungsi Pemaksa Tangga Satuan Dalam Rangkaian RL dan RC, Analisis Rangkaian Sinusoida. Bahasa. Pada setiap pokok bahasan, Penulis telah menyertakan banyak contoh soal dan latihan-latihan yang sebagian disertai penyelesaiannya.

Penyusunan laporan ini mendapatkan dukungan serta bantuan dari berbagai pihak. Maka pada kesempatan ini Penulis mengucapkan terima kasih kepada rekan-rekan dosen Universitas Diponegoro atas saran-saran konstruktifnya, kepada para mahasiswa Teknik Elektro yang telah memberi tambahan wawasan dan pemahaman kepada Penulis, dan pada keluarga yang telah memberi dukungan moral.

Kritik dan saran pembaca demi perbaikan dan kelengkapan diktat ini sungguh Penulis harapkan. Akhirnya, Penulis berharap semoga diktat ini memberikan manfaat bagi para pembaca, sekaligus memberikan sumbangan pada pengembangan khazanah ilmu.

Semarang, Desember

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	ii
DAFTAR ISI	iii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 SATUAN	1
1.2 GAYA, KERJA, DAYA	2
BAB II KONSEP RANGKAIAN	4
2.1 ELEMEN-ELEMEN RANGKAIAN	4
2.2 KESEPAKATAN TANDA	5
2.3 HUBUNGAN TEGANGAN-ARUS	6
BAB III HUKUM EKSPERIMENTAL & RANGKAIAN SEDERHANA	8
3.1 HUKUM OHM	8
3.2 HUKUM ARUS KHIRRCHOFF	10
3.3 HUKUM TEGANGAN KHIRRCHOFF	11
3.4 ANALISA RANGKAIAN LOOP TUNGGAL	14
3.5 RANGKAIAN PASANGAN SIMPUL TUNGGAL	16
BAB IV PEMBAGIAN TEGANGAN DAN ARUS	22
BAB V METODE ANALISIS RANGKAIAN	29
5.1 METODE TEGANGAN SIMPUL	29
5.2 PENGGUNAAN MATRIKS PADA ARUS MATA JALA	32
5.3 METODE MESH CURRENT	34
BAB VI INDUKTOR DAN KAPASITOR	55
6.1 INDUKTOR	55
6.2 KAPASITOR	58
6.3 RANGKAIAN RL DAN RC TANPA SUMBER	61

BAB VII PENERAPAN PEMAKSA TANGGA SATUAN PADA RL & RC

	66
7.1 FUNGSI PEMAKSA TANGGA SATUAN	66
7.2 PENERAPAN PADA RANGKAIAN RL	69
7.3 PENERAPAN PADA RANGKAIAN RC	72

BAB VIII ANALISIS RANGKAIAN SINUSOIDA

	75
8.1 TEGANGAN DAN ARUS SINUSOIDA	75
8.2 RESPON ELEMEN R, L, C	77
8.3 RESPON ELEMEN RL DAN RC	81

DAFTAR PUSTAKA 84

BAB I

PENDAHULUAN

Mata kuliah Rangkaian Listrik bertujuan agar mahasiswa mempunyai kemampuan mengamati fenomena listrik, menerangkannya secara matematis dan mengaplikasikannya dalam kehidupan praktis

1.1 SATUAN

Sistem Satuan Internasional (SI) didasarkan pada sembilan satuan dasar yang terdaftar pada tabel 1.1, dari mana semua satuan lainnya diturunkan.

Tabel 1.1 Sistem Satuan Internasional, satuan dasar

Besaran	Satuan	Simbol
Panjang	Meter	m
Massa	Kilogram	kg
Waktu	Sekon	s
Arus	Ampere	A
Temperatur	Kelvin	K
jumlah bahan	Mole	mol
intensitas penerangan	Kandela	cd
sudut datar	Radian	rad
sudut ruang	Steradian	sr

Satuan-satuan turunan yang biasanya digunakan dalam teori rangkaian listrik terlihat pada tabel 1.2.

Tabel 1.2 Satuan Turunan dari Satuan Dasar

Besaran	Satuan	Simbol
muatan listrik	coloumb	C
potensial listrik	Volt	V
Tahanan	Ohm	Ω
Konduktansi	siemens	S
Induktansi	henry	H
Frekuensi	hertz	Hz
Gaya	newton	N
energi, kerja	joule	J
Daya	watt	W
fluksi magnet	weber	wb
kerapatan fluksi magnet	tesla	T

1.2 GAYA, KERJA, DAYA

Gaya adalah perkalian antara massa dan percepatan.

Definisi : gaya setimbang yang memberikan percepatan sebesar satu meter setiap sekon kuadrat pada massa 1 kilogram.

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg.m/s}^2$$

Kerja (usaha) dihasilkan bila sebuah gaya bekerja melalui suatu jarak. Satu *joule* kerja ekuivalen dengan satu *newton meter* ($1 \text{ J} = 1 \text{ N m}$). Kerja dan energi memiliki satuan yang sama yaitu *newton meter* atau *joule*.

Daya adalah laju pada mana kerja dilakukan, atau laju di mana energi berubah dari satu bentuk ke bentuk lain. Satuan turunan untuk daya adalah *watt* (W) yaitu satu *joule* tiap satu *sekon* (J/s).

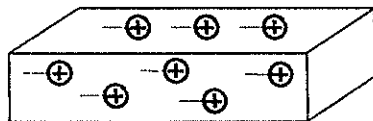
$$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$$

ARUS DAN MUATAN LISTRIK

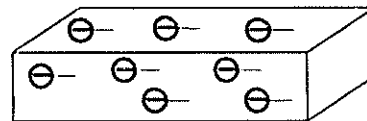
Muatan listrik, satuan muatan listrik adalah *coloumb*(C). 1 *coloumb* identik dengan 2 partikel yang mempunyai muatan sama, berjarak 1 *meter* dalam vakum dan tolak menolak dengan gaya sebesar $10^{-7} \text{c}^2 \text{ newton}$.

Arus adalah muatan yang bergerak, satuan dari arus adalah *ampere* (A). 1 *ampere* adalah satu *coloumb* muatan yang bergerak melewati sebuah lokasi yang tetap dalam satu *sekon*.

$$1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$$



gambar.a



gambar. b

- **Gambar 1.1** Muatan yang bergerak dalam suatu penghantar

Arus dihasilkan oleh muatan yang bergerak; dan satu ampere adalah satu coulomb muatan yang bergerak melewati sebuah lokasi yang tetap dalam satu sekon. Muatan yang bergerak bisa positif atau negative. Suatu cairan bisa mengandung ion ion positif seperti gambar a, atau ion ion negative seperti gambar b.

Untuk penghantar logam, atom atom penghantarnya adalah tetap didalam struktur kristal. Proton-proton yang bermuatan positif dalam inti atom

dikelilingi oleh electron-elektron yang bermuatan negative. Semua penghantar yang baik akan memiliki satu atau dua electron dalam kulit terluar dengan semua electron-elektron lain terkunci didalam kulit-kulit bagian dalam yang lebih dekat ke inti. Electron electron terluar ini bebas bergerak dari satu atom ke atom lainnya. Namun gaya-gaya coulomb mencegah mereka bertumpuk dalam suatu tempat.

POTENSIAL LISTRIK

Potensial listrik adalah selisih pot antara 2 titik sebuah penghantar yang mempunyai arus konstan 1 A dan daya yang terdisipasi antara kedua titik tersebut adalah 1 W.

$$1 \text{ V} = 1 \text{ W/A} \quad (1.1)$$

$$1 \text{ V} = \frac{1 \text{ W}}{1 \text{ A}} = \frac{1 \text{ J/s}}{1 \text{ C/s}} = \frac{1 \text{ J}}{1 \text{ C}} \quad (1.2)$$

Daya p adalah hasil kali arus dengan beda tegangan, $p=vi$ atau $v=p/i$.

BAB II

KONSEP RANGKAIAN

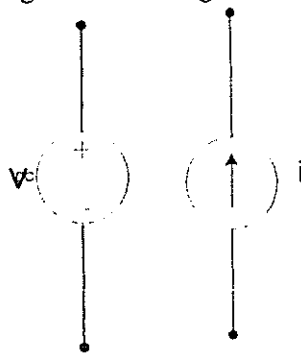
2.1 ELEMEN-ELEMEN RANGKAIAN

Sebuah diagram rangkaian (*circuit diagram*) atau jaringan (*network*) terbentuk dari gabungan seri dan paralel dari elemen-elemen dua terminal untuk menyatakan sebuah alat listrik. Analisis diagram rangkaian meramalkan hasil alat yang sebenarnya..

Sebuah rangkaian listrik terdiri atas elemen-elemen :

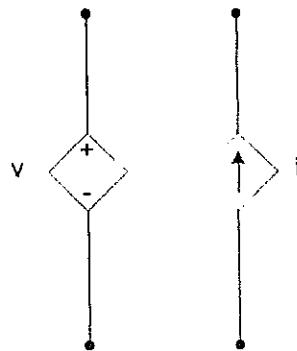
Elemen aktif yaitu sumber tegangan dan sumber arus yang mampu menyalurkan energi ke jaringan.

Elemen-elemen aktif yang bebas (tegangan atau arus) tidak berubah nilainya oleh perubahan dalam jaringan tersambung.



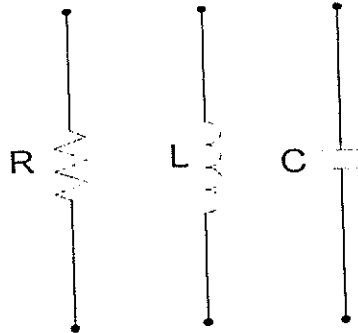
Gambar 2.1 Simbol Sumber Tegangan Bebas dan Sumber Arus Bebas

Elemen-elemen aktif tak bebas, merupakan sumber tegangan atau sumber arus yang nilainya berubah menurut variable-variabel dalam jaringan tersebut.



Gambar 2. 2 Simbol Sumber Tegangan Bebas dan Sumber Arus Bebas

Elemen-elemen pasif yaitu elemen-elemen yang sifatnya menyerap atau menyimpan energi dari sumber. Contoh : *resistor, inductor, kapasitor*.



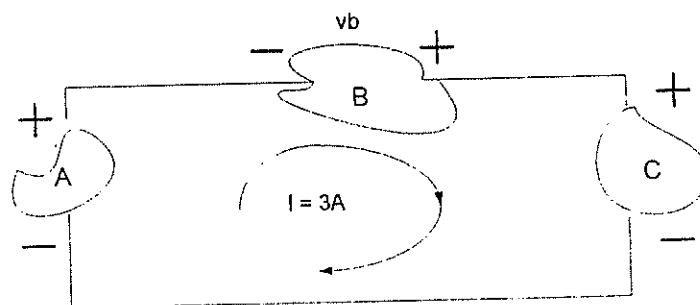
Gambar 2. 2 Simbol Elemen-elemen pasif

2.2 KESEPAKATAN TANDA

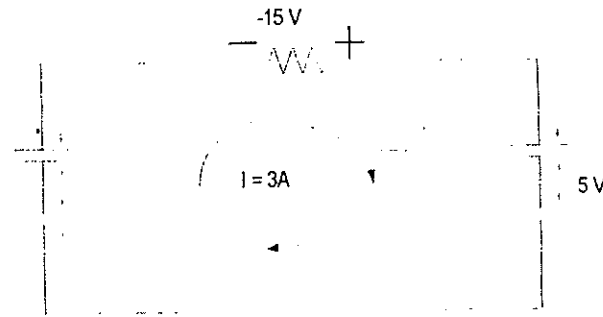
Bila suatu arus memasuki sebuah elemen rangkaian pada terminal bertanda + untuk tegangan V pada elemen tersebut, daya yang diserap adalah $p=vi$. Dalam gambar a, $v_a=20V$, $v_b=-15V$. pada elemen A

$$P = v_a i = -(20)(3) = -60 \text{ W}$$

Penyerapan negative adalah emisi positif, akibatnya elemen A pastilah sebuah sumber. Elemen-elemen B dan C berturut-turut mempunyai 45W dan 15W daya terserap. Rangkaian gambar b bersama dua baterai dan satu resistor seri berhubungan secara tepat sekali dengan rangkaian. Baterai 5V dimuati pada laju sebesar 15 joule setiap sekon.



gambar. a



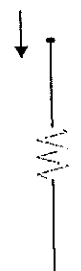

gambar. b


Gambar 2.3 Gambar (a) dan (b) Kesepakatan tanda pada suatu Rangkaian Listrik

2.3 HUBUNGAN TEGANGAN-ARUS

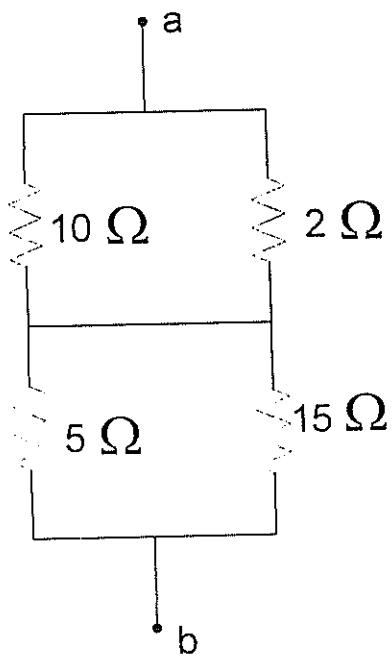
Elemen-elemen rangkaian pasif yakni tahanan, induktansi, dan kapasitansi baik sekali didefinisikan dengan cara dalam mana tegangan dan arus dikaitkan pada masing-masing elemen. Pada tabel 2.1, arus dianggap memasuki elemen pada terminal tegangan bertanda positif.

Tabel 1.1 Simbol Elemen dan satuannya

Elemen rangkaian	Satuan	Tegangan	Arus	Daya
 tahanan	ohm (Ω)	$v = Ri$ (Hukum Ohm)	$i = \frac{v}{R}$	$p = vi = i^2R$
	henry (H)	$v = L \frac{di}{dt}$	$i = \frac{1}{L} \int v dt + \dots$	$p = vi = Li \frac{di}{dt}$

<p>induktansi</p>  <p>kapasitansi</p>	<p>farad (F)</p>	$v = \frac{1}{C} \int i dt + k_2$	$i = C \frac{dv}{dt}$	$p = vi = C v \frac{dv}{dt}$
--	------------------	-----------------------------------	-----------------------	------------------------------

Contoh soal :



- Tahanan pengganti ?
- R yang menyerap daya terbesar?

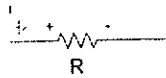
BAB III

HUKUM EKSPERIMENTAL DAN RANGKAIAN SEDERHANA

3.1 HUKUM OHM

Tegangan melintasi berbagai jenis bahan penghantar adalah sebanding lurus dengan arus yang mengalir melalui beban tersebut

$$V = R \cdot I$$



$$P = V \cdot i = i^2 R = \frac{V^2}{R}$$

Elemen pasif paling sederhana, yakni tahanan, dapat diperkenalkan dengan meninjau hasil kerja seorang ahli fisika Jerman yang tak terkenal, George Simon Ohm, yang menerbitkan sebuah selebaran pada tahun 1827. selebaran itu berisi hasil salah satu usaha pertama untuk mengukur arus dan tegangan serta menerangkannya dan menghubungkannya secara matematis. Salah satu hasil adalah pernyataan mengenai hubungan fundamental yang sekarang kita namai Hukum Ohm, walaupun semenjak itu telah diperlihatkan bahwa hasil ini telah ditemukan 46 tahun sebelumnya di Inggris oleh Henry Cavendish, seorang ahli yang brilian. Akan tetapi, tidak seorangpun, termasuk Ohm yang mengetahui hasil kerja Cavendish karena hasil itu tidak diungkapkan dan tidak diterbitkan sampai keduanya sudah lama meninggal.

Hukum Ohm mengatakan bahwa tegangan melintasi berbagai jenis bahan pengantar adalah berbanding lurus kepada arus yang mengalir melalui bahan tersebut,

$$V = Ri \tag{3.1}$$

Dimana konstanta perbandingan R dinamai resistansi (tahanan). Satuan tahanan adalah ohm, yang sama dengan 1 V/A dan biasanya disingkat dengan huruf omega besar, Ω .

Jika persamaan ini digambarkan pada sumbu-sumbu v terhadap I , maka diperoleh sebuah garis lurus yang melalui titik pusat koordinat. Persamaan tersebut adalah linear, dan kita akan mengambilnya sebagai definisi tahanan linear. Jadi, jika perbandingan (ratio) di antara arus dan tegangan dari suatu

elemen rangkaian sederhana adalah sebuah konstanta, maka elemen tersebut adalah sebuah tahanan linear yang mempunyai tahanan yang sama dengan ratio (perbandingan) tegangan terhadap arus.

Gambar diatas memperlihatkan simbol rangkaian yang paling umum yang dipakai untuk sebuah tahanan. Sesuai dengan konvensi tegangan, arus, dan daya yang dipakai dalam bab yang lalu, hasil perkalian antara v dan i akan memberikan daya yang diserap oleh tahanan tersebut. Yakni, v dan i dipilih sehingga memenuhi konvensi tanda pasif. Daya yang diserap timbul sebagai panas dan nilainya selalu positif; sebuah tahanan adalah elemen pasif, yang tidak bisa menyerahkan daya atau menyimpan energi. Cara lain untuk menyatakan daya yang diserap adalah

$$p = vi = i^2 R = \frac{v^2}{R} \quad (3.2)$$

perbandingan diantara arus dan tegangan adalah juga sebuah konstanta,

$$\frac{i}{v} = \frac{1}{R} = G \quad (3.3)$$

dimana G dinamai konduktansi. Satuan untuk konduktansi. Satuan untuk konduktansi adalah mho, yakni, 1 A/V , dan disingkat dengan huruf omega yang terbalik. Simbol rangkaian yang sama digunakan untuk menyatakan resistansi dan konduktansi. Satuan SI untuk konduktansi adalah Siemens.

Daya yang diserap juga positif dan dapat dinyatakan dalam konduktansi

$$p = vi = v^2 G = \frac{i^2}{G} \quad (3.4)$$

Resistansi dapat digunakan sebagai dasar untuk mendefinisikan dua istilah yang umum digunakan, yakni, hubungan pendek (short circuit), dan rangkaian terbuka (open circuit). Kita definisikan hubungan pendek sebagai sebuah tahanan yang besarnya nol ohm; maka, karena $v = Ri$, tegangan melintasi sebuah rangkaian pendek harus sama dengan nol, walaupun besarnya arus boleh sembarang. Dengan cara yang sama, kita definisikan rangkaian terbuka sebagai tahanan yang mempunyai tahanan tak berhingga. Jelaslah bahwa arusnya sama dengan nol, tak peduli berapa tegangan melintasi rangkaian terbuka tersebut.

3.2 HUKUM ARUS KIRRCHOFF(KCL)

Jumlah aljabar semua arus yang memasuki sebuah simpul adalah nol.

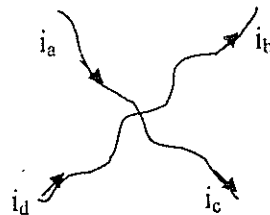
Simpul adalah sebuah titik dimana dua atau lebih elemen mempunyai hubungan bersama.

$$i_a - i_b - i_c + i_d = 0$$

atau

$$-i_a + i_b + i_c - i_d = 0$$

$$\sum_{n=1}^N i_n = 0$$

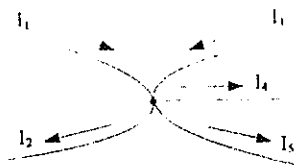


Gambar 3.1 Jumlah aljabar arus pada sebuah simpul

Hubungan dua elemen rangkaian atau lebih menghasilkan sebuah titik sambung yang disebut *simpul (node)*. Sebuah titik sambung dua elemen adalah sebuah *simpul sederhana (simple node)*; titik sambung empat elemen atau lebih adalah *simpul utama (principal node)*. Dalam metode tegangan simpul untuk menganalisis rangkaian, persamaan-persamaan akan diperoleh pada simpul-simpul utama dengan menerapkan *hukum arus kirchoff (kirchoff's current law)*. Hukum ini menyatakan bahwa pada setiap simpul (utama atau bukan) jumlah arus yang masuk sama dengan jumlah arus yang keluar. Konservasi muatan listrik adalah dasar dari hukum ini. Pernyataan hukum arus Kirchoff dalam bentuk lain adalah (i) arus total ke dalam sebuah simpul adalah nol; (ii) arus total ke luar sebuah simpul adalah nol.

Contoh, pada gambar 3.2, lima cabang berhubungan pada sebuah titik sambung bersama membentuk sebuah simpul utama. Arus total ke dalam simpul adalah

$$I_1 - I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0$$



Gambar 3.2 Lima cabang arus terhubung pada sebuah simpul

Persamaan yang sama diperoleh bila jumlah arus yang masuk dibuat sama dengan jumlah arus yang keluar:

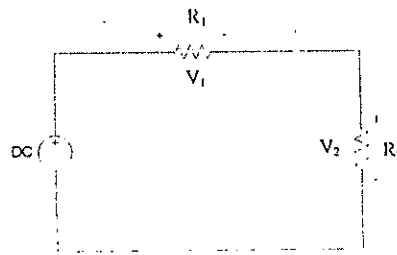
$$I_1 + I_3 = I_2 + I_4 + I_5$$

3.3 HUKUM TEGANGAN KIRCHOFF (KVL)

Jumlah aljabar seluruh tegangan mengelilingi sebuah jalan tertutup dalam sebuah rangkaian adalah nol.

$$\sum_{n=1}^N V_n = 0 \quad (3.5)$$

$$-V_s + V_{R1} + V_{R2} = 0$$



Gambar 3.3 Sebuah lintasan tertutup tunggal

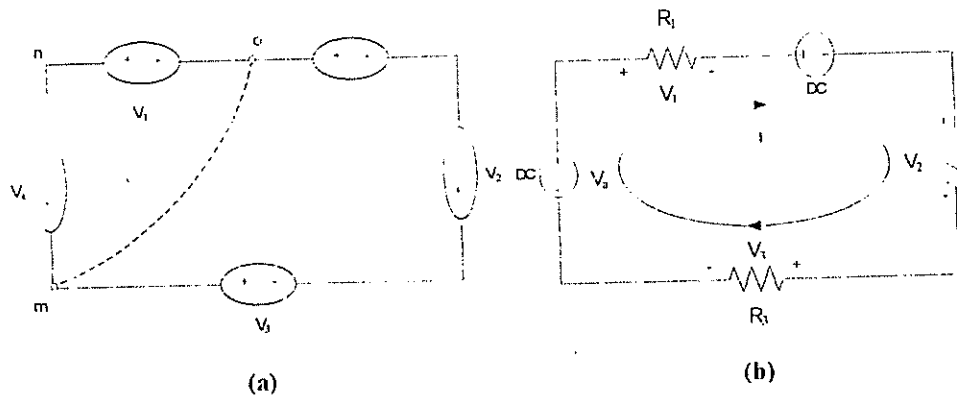
Untuk setiap lintasan tertutup dalam sebuah jaringan yang diikuti (dilintasi) dalam satu arah tunggal, *hukum tegangan Kirchoff* (*Kirchoff's voltage law*) menyatakan bahwa jumlah aljabar dari tegangan –tegangan adalah nol. Sebagian dari tegangan tersebut mungkin adalah sumber tegangan, sedang yang lainnya diakibatkan oleh elemen–elemen pasif. Pada rangkaian resistif arus searah (dc), tegangan terakhir ini adalah dalam bentuk $V=IR$. Dalam melintasi lup (loop), jika sebuah elemen dimasuki pada ujung potensial yang negatif, maka dalam penjumlahan tegangan diambil negatif.

Contoh, dengan memulai dari pojok kiri bawah dari rangkaian satu lup pada gambar 3.4 dan menerapkan hukum tegangan Kirchoff pada lintasan elemen yang searah jarum jam, dihasilkan persamaan berikut :

$$-V_a + V_1 + V_b + V_2 + V_3 = 0$$

Sebuah persamaan dapat dituliskan untuk sebuah lintasan tertutup seperti $mnom$ pada gambar 3.4 dengan mengemukakan tegangan V_{om} , dimana o dianggap positif berkenaan dengan m . dengan memulai lagi dari pojok kiri bawah,

$$-V_a + V_1 + V_{om} = 0$$



Gambar 3.4 Analisis Rangkaian listrik Loop tunggal

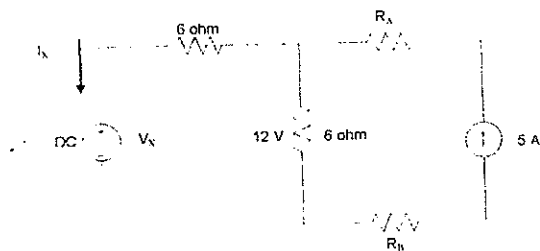
Persamaan hukum tegangan kirchoff untuk rangkaian pada gambar 3.4(a) adalah identik dengan rangkaian yang telah umum dipakai pada gambar 3.4(b).

$$-V_a + V_1 + V_b + V_2 + V_3 = 0 \quad \text{atau} \quad -V_a + IR_1 + V_b + IR_2 + IR_3 = 0$$

Lup dapat diikuti dalam arah yang berlawanan dengan jarum jam, yang hanya mengubah tanda dari masing-masing ruas tegangan. Biasanya yang paling sederhana adalah pertama-tama menetapkan arah arus positif dan kemudian mengikuti lup dalam arah tersebut.

Contoh soal:

Tentukan i_x dan V_x nya !



Penyelesain :

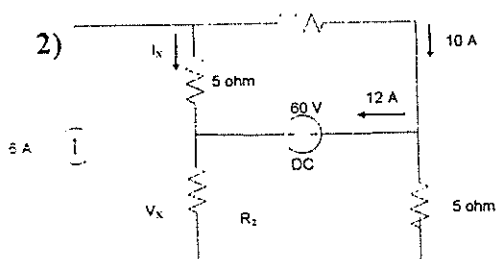
Lihat resistor 6Ω yang diparalel

$$I_{6\Omega p} = \frac{12V}{6\Omega} = 2A$$

$$I_{total} = I_x = 2A + 5A = 7A$$

$$V_{total} = V_x$$

$$\begin{aligned} V_x &= V_{6\Omega s} + V_{6\Omega p} = I_x \cdot 6 + 12 \\ &= 7 \cdot 6 + 12 \\ &= 42 + 12 \\ &= 54 \text{ volt} \end{aligned}$$

**Penyelesaian :**

$$\text{Cabang} = 6$$

$$\text{Simpul} = 4$$

Dari simpul A

$$2A - i_x - 10A = 0$$

$$i_x = -4A$$

Dari simpul B

$$-i_{R5} - 12A + 10A = 0$$

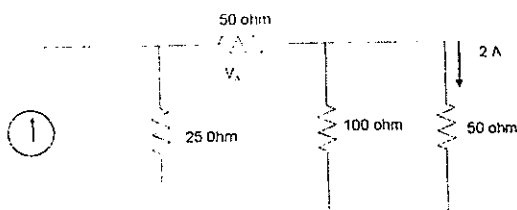
$$i_{R5} = -2A$$

Dari loop C

$$-V_x + 60V + (-2 \cdot 5) = 0$$

$$V_{x1} = 50V$$

3)



Penyelesaian :

Lihat pada resistor 50 ohm paling kanan, $V = I \cdot R = 2 \text{ A} \cdot 50\Omega = 100 \text{ volt}$

Tegangan ini sama besar pada resistor 100 ohm, maka besarnya I pada resistor

$$\text{ini adalah, } I = \frac{V}{R} = \frac{100}{100} = 1 \text{ A}$$

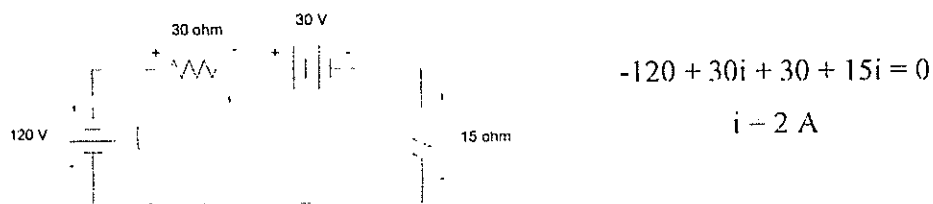
Selingga arus pada resistor 50 ohm (tengah) adalah $2 \text{ A} + 1 \text{ A} = 3 \text{ A}$

$$\text{Maka } V_x = 3 \cdot 50 = 150 \text{ volt}$$

Tegangan pada resistor 15 ohm adalah sama dengan samabungan yang diparalelnya yaitu sebesar: $100 \text{ V} + 150\text{V} = 250 \text{ Volt}$

$$\text{Arus pada resistor 25 ohm} = 250/25 = 10 \text{ A}$$

$$\text{Sehingga besarnya } I_x \text{ adalah } 10 \text{ A} + 3 \text{ A} = 13 \text{ A}$$

3.4 ANALISA RANGKAIAN LOOP TUNGGAL

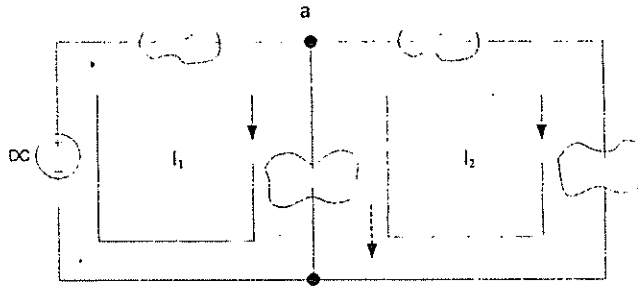
Gambar 3.5 Contoh Rangkaian listrik Loop tunggal

Langkah – langkah analisa :

1. Memisalkan arah referensi untuk arus i
 - a. Pemilihan referensi tegangan pada tahanan (arus masuk tahanan referensi tegangan positif)
2. Gunakan KVL

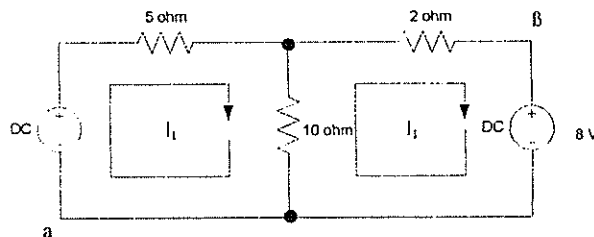
Daya yang digunakan oleh setiap elemen

$$\begin{aligned}
 P_{120 \text{ V}} &= 120(-2) = -240 \text{ (elemen menyuplai daya 240 W)} \\
 P_{30\Omega} &= i^2 R = 2^2 \cdot 30 = 120 \text{ (menyerap 120 W)} \\
 P_{30\text{V}} &= 30(2) = 60 \text{ W} \\
 P_{15\Omega} &= 2^2 \cdot 15 = 60 \text{ W}
 \end{aligned}$$



Gambar 3.6 Analisa Rangkaian listrik dengan memakai arus loop

Pada gambar 3.6, arus mata jala (mesh current) I_1 dan I_2 ditetapkan untuk jaringan tiga cabang yang sama. Arus di dalam cabang tengah (panah putus-putus) diberikan oleh selisih kedua arus mata jala $I_1 - I_2$ yang tidak diketahui dapat diperoleh dengan menerapkan hukum tegangan Kirchoff bagi kedua lup (loop) dalam mana kedua arus mata jala tersebut mengalir. Umumnya paling baik adalah mengikuti lup-lup dalam arah yang sama seperti arus sehingga tanda-tanda suku tegangan mengikuti suatu pola yang sederhana. Untuk suatu jaringan planar (bidang yang umum, suatu arus mata jala ditetapkan pada garis keliling masing-masing daerah terbatas ke dalam mana jaringan membagi bidang tersebut. Adalah mungkin juga menggunakan pasangan lup yang lain, dalam hal mana orang biasanya membicarakan arus sebagai arus-arus lup (loop currents)



Gambar 3.7 Analisa Rangkaian listrik dengan memakai arus loop

Dengan menggunakan hukum tegangan kirchhoff sepanjang lup kiri, mulai dari titik a

$$-20 + 5I_1 + 10(I_1 - I_2) = 0$$

dan sekeliling lup kanan, mulai dari titik b

$$8 + 10(I_2 - I_1) + 2I_2$$

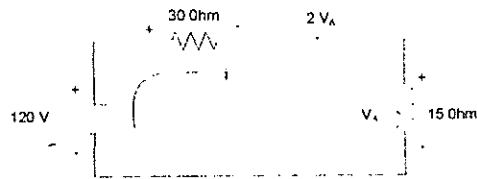
Susun kembali suku – suku,

$$15I_1 - 10I_2 = 20$$

$$-10I_1 + 12I_2 = -8$$

penyelesaian persamaan – persamaan ini secara serentak menghasilkan $I_1 = 2$ A dan $I_2 = 1$ A. jika arus yang pada resistor $10\ \Omega$ dengan arah ke bawah diperlukan, arus ini diperoleh sebagai $I_1 - I_2 = 1$ A

Contoh : Tentukan i !



Penyelesain :

$$\sum E + \sum iR = 0$$

$$-120 + 30i + 2V_A - 15i = 0 \dots\dots\dots(1)$$

$$V_A = iR = i(15) \dots\dots\dots(2)$$

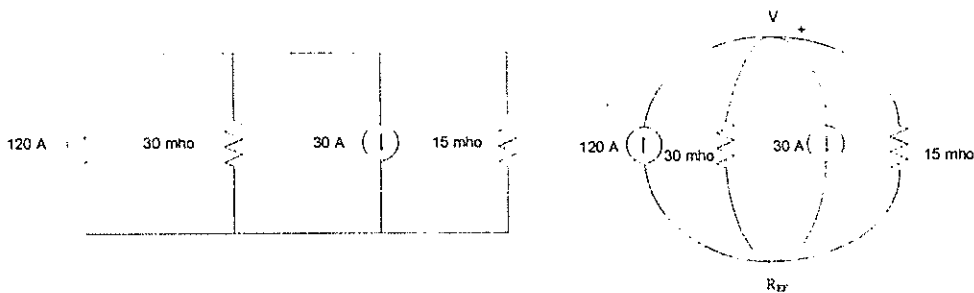
Kedua persamaan dipadukan,

$$-120 + 15i + 30i = 0$$

$$45i = 120$$

$$i = 2067\text{ A}$$

3.5 RANGKAIAN PASANGAN SIMPUL TUNGGAL



Gambar 3.7 Analisa Rangkaian listrik dengan metode tegangan simpul

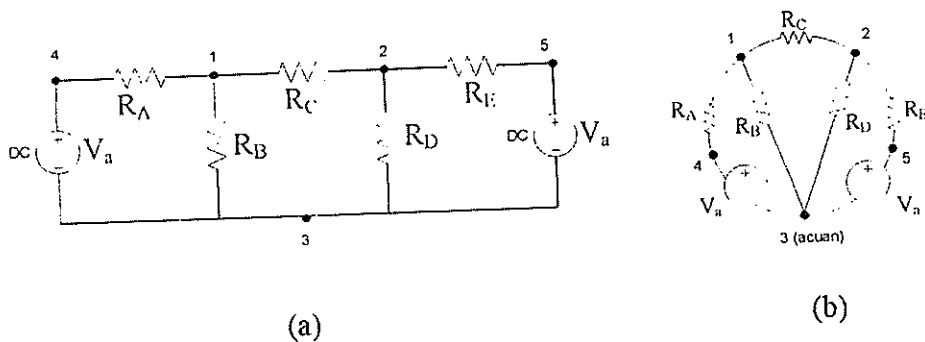
$$-120 + 30 V + 30 + 15 V = 0$$

$$V = 2 \text{ volt}$$

Langkah – langkah analisa :

1. Menghubungkan elemen secara parallel dan menganggap adanya tegangan V yang melintasi setiap elemen
2. Pilih satu titik referensi yang lebih negative dari V , tentukan arah arus
3. Gunakan KCL

Jaringan yang diperlihatkan pada gambar (b) berisi lima simpul dimana 4 dan 5 adalah simpul – simpul sederhana dan 1,2,3 adalah simpul – simpul utama. Dalam metode tegangan simpul, salah satu simpul utama dipilih sebagai acuan dan persamaan – persamaan yang didasarkan pada hukum arus kirchhoff dituliskan pada simpul – simpul utama lainnya. Pada masing – masing simpul utama lainnya ini suatu tegangan ditetapkan , dimana dapat dimengeti bahwa ini adalah tegangan berkenaan dengan simpul acuan. Tegangan – tegangan ini adalah yang tidak diketahui dan bila ditentukan dengan metode yang sesuai, menghasilkan penyelesaian jaringan.



Gambar 3.8 Analisa Rangkaian listrik dengan metode tegangan simpul

Jaringan digambarkan kembali pada gambar (b) dan simpul 3 dipilih sebagai acuan untuk tegangan- tegangan $V1$ dan $V2$. hokum arus kirchhoff memerlukan bahwa arus total keluar dari simpul 1 adalah nol :

$$\frac{V1 - Va}{RA} + \frac{V1}{RB} + \frac{V1 - V2}{Rc} = 0 \quad (3.6)$$

Dengan cara sama, arus total yang keluar dari simpul 2 harus nol :

$$\frac{V2 - V1}{Rc} + \frac{V2}{RD} + \frac{V2 - Vb}{RE} = 0 \quad (3.7)$$

menerapkan hukum arus kirchhoff dalam bentuk ini tidak berarti bahwa arus – arus cabang yang sebenarnya semuanya diarahkan keluar dari salah satu simpul. Sesungguhnya arus dalam cabang 12 perlu diarahkan keluar dari satu simpul dan masuk ke yang lain.

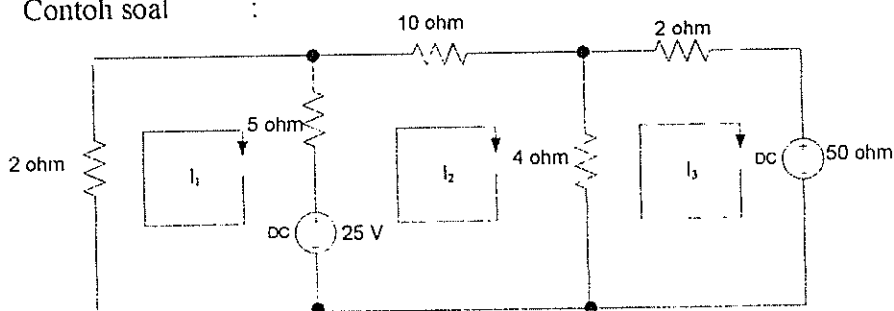
Persamaan dalam bentuk matriks :

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{RA} + \frac{1}{RB} + \frac{1}{Rc} & -\frac{1}{Rc} \\ -\frac{1}{Rc} & \frac{1}{Rc} + \frac{1}{RD} + \frac{1}{RE} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V1 \\ V2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Va/RA \\ Vb/RE \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

perhatikan simetri matriks koefisien. Elemen 1,1 mengandung kebalikan dari semua tahanan yang dihubungkan ke simpul 1 ; elemen 2,2 berisi kebalikan dari semua tahanan yang dihubungkan ke simpul 2. elemen 1,2 dan 2,1 masing – masing adalah sama dengan negative dari penjumlahan kebalikan tahanan – tahanan dari semua cabang yang menghubungkan simpul 1 dan 2 (hanya satu cabang seperti ini di dalam rangkaian yang ada)

pada sisi sebelah kanan, matriks arus berisi arus – arus penggerak Va/RA dan Vb/RE . kedua suku ini diambil positif sebab keduanya mengalirkan arus ke dalam sebuah simpul.

Contoh soal :



Pada rangkaian diatas tentukan besar I_1, I_2 dan I_3

Penyelesaian :

Menurut hukum arus Kirchoff, arus netto yang keluar dari simpul 1 harus nol

$$\frac{V1}{2} + \frac{V1-25}{5} + \frac{V1-V2}{10} = 0$$

Dengan cara yang sama , pada simpul 2,

$$\frac{V2-V1}{104} + \frac{V2}{4} + \frac{V2+50}{2} = 0$$

buatlah kedua persamaan dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} & -\frac{1}{10} \\ -\frac{1}{10} & \frac{1}{10} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V1 \\ V2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -25 \end{bmatrix}$$

Determinan koefisien-koefisien pembilang adalah

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0,80 & -0,10 \\ -0,10 & 0,85 \end{vmatrix} = 0,670$$

$$N_1 = \begin{vmatrix} 5 & -0,10 \\ -25 & 0,85 \end{vmatrix} = 1,75 \quad N_2 = \begin{vmatrix} 0,80 & 5 \\ -0,10 & -25 \end{vmatrix} = -19,5$$

Dari sini,

$$V_1 = \frac{1,75}{0,670} = 2,61 \text{ V} \quad V_2 = \frac{-19,5}{0,670} = -29,1 \text{ V}$$

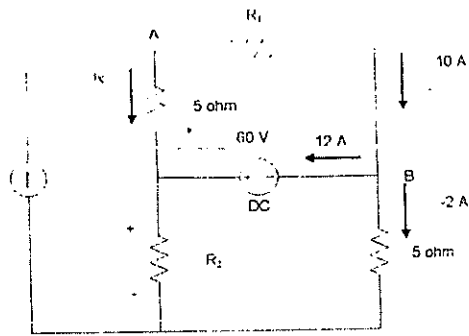
Dihubungkan dengan tegangan ini, arus ditentukan sebagai berikut :

$$I_1 = \frac{-V1}{2} = -1,31 \text{ A} \quad I_2 = \frac{V2-V1}{10} = 3,17 \text{ A} \quad I_3 = \frac{V2+50}{2} = 10,45 \text{ A}$$

Contoh soal :

❖ Tentukan jumlah cabang dan simpul

Harga i_x dan V_x



Cabang = 6

Simpul = 4

Dari simpul A

$$2 \text{ A} - i_N - 10 \text{ A} = 0$$

$$i_N = -4 \text{ A}$$

Dari simpul B

$$-i_{R5} - 12 \text{ A} + 10 \text{ A} = 0$$

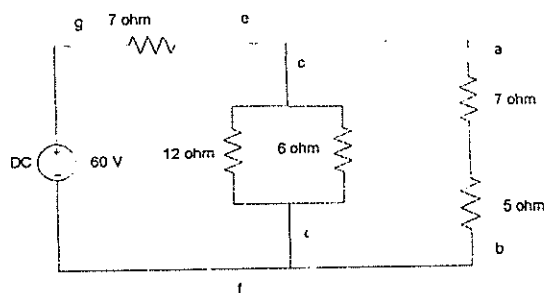
$$i_{R5} = -2 \text{ A}$$

Dari loop C

$$-V_N + 60 \text{ V} + (-2 \cdot 5) = 0$$

$$V_N = 50 \text{ V}$$

❖ Hitung daya total yang disalurkan oleh sumber 60 V dan daya yang diserap oleh masing – masing resistor.



Penyelesain :

Besarnya hambatan cd

$$R_{ef} = \frac{12 \cdot 6}{12 + 6} = 4 \Omega$$

Besarnya hambatan ab

$$R_{ab} = 7 + 5 = 12 \Omega$$

Besarnya hambatan parallel cd dan ab

$$R_p = \frac{4 \cdot 12}{4 + 12} = 3 \Omega$$

Besar hambatan total

$$R_t = 3 + 7 = 10 \Omega$$

Arus total pada rangkaian

$$I_t = \frac{V}{R_t} = \frac{60V}{10\Omega} = 6A$$

$$I_{ef} = \frac{12}{12+4} 6A = 4,5A$$

$$I_{ab} = 6A - 4,5A = 1,5 A$$

$$I \text{ pada resistor } 6 \text{ ohm} = \frac{12}{18} 4,5A = 3A$$

$$I \text{ pada resistor } 12 \text{ ohm} = 4,5A - 3A = 1,5 A$$

Daya total (Pt)

$$P_t = V \cdot I_t = 60 \text{ volt} \cdot 6 A = 360 \text{ Watt}$$

$$P_{7\Omega} = I^2 \cdot R = 6^2 \cdot 7 = 252 \text{ Watt (pada g-e)}$$

$$P_{6\Omega} = I^2 \cdot R = 9 \cdot 6 = 54 \text{ Watt}$$

$$P_{12\Omega} = I^2 \cdot R = 2,25 \cdot 12 = 27 \text{ Watt}$$

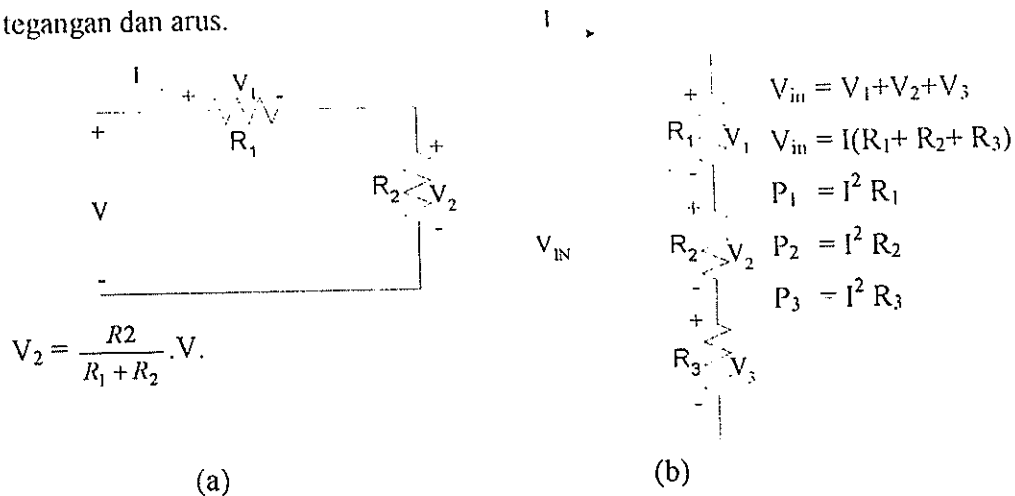
$$P_{7\Omega} = I^2 \cdot R = 2,25 \cdot 7 = 15,75 \text{ Watt (pada a-b)}$$

$$P_{5\Omega} = I^2 \cdot R = 2,25 \cdot 5 = 11,25 \text{ watt}$$

BAB IV

PEMBAGIAN TEGANGAN DAN ARUS

Dengan mengkombinasikan tahanan-tahanan dan sumber maka kita telah mendapatkan satu metode untuk memperpendek kerja untuk menganalisa sebuah rangkaian. Jalan singkat lain yang berguna adalah pemakaian ide pembagian tegangan dan arus.



Gambar 4.1 Pembagian tegangan

Kedua gambar di atas adalah contoh pembagian tegangan. Pembagian tegangan digunakan untuk menyatakan tegangan melalui salah satu diantara kedua tahanan seri tersebut di dalam tegangan melalui kombinasi itu. Di dalam gambar 1.1(a) tegangan melalui R_2 dijelaskan,

$$V_2 = R_2 I = R_2 \frac{V}{R_1 + R_2}$$

Atau,

$$V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V$$

Dengan tegangan melalui R_1 adalah dengan cara yang serupa,

$$V_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot V$$

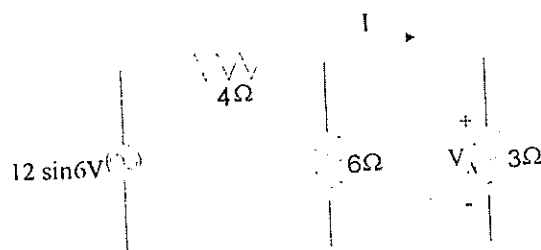
Tegangan yang timbul melalui salah satu tahanan seri tersebut adalah tegangan total dikali rasio (perbandingan) daripada tahanan total pembagian tegangan dan kombinasi tahanan kedua-duanya dapat digunakan, seperti dalam rangkaian yang

diperlihatkan gambar 1.2. Diluar kepala maka kita kombinasikan tahanan 3Ω dan 6Ω untuk mendapatkan 2Ω sehingga kita dapatkan bahwa V_A adalah $2/6$ dari $12 \sin t$ V atau $4 \sin t$ V.

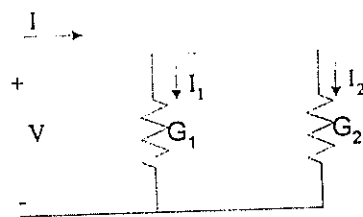
Ganda (Dual) daripada pembagian tegangan adalah pembagian arus bila sekarang diberi arus total yang masuk kepada dua konduktansi paralel, sebagai yang digambarkan oleh rangkaian dari gambar 3(a)

Arus yang mengalir pada G_2 adalah,

$$I_2 = G_2 V = G_2 \frac{I}{G_1 + G_2}$$



Gambar 1.2. Contoh numerik yang menggambarkan kombinasi tahanan dan pembagian tegangan garis berombak. Di dalam simbol sumber menyatakan sebuah variasi sumber dengan waktu.

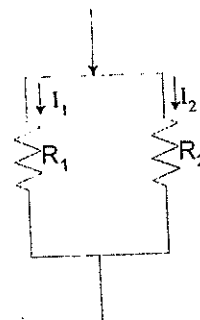


(a)

$$I_2 = I \frac{G_2}{G_1 + G_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

Dan dengan cara yang serupa,

$$I_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} I$$

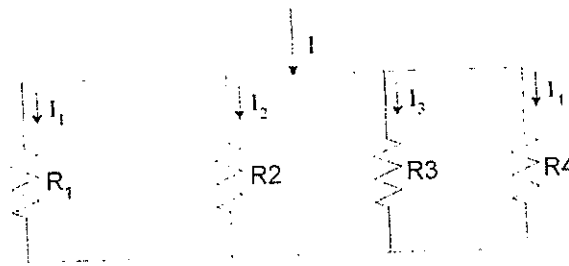


(b)

$$I = I_1 + I_2$$

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{R_1}{R_1 + R_2}$$



Gambar 1.3 Pembagian arus

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$$

$$I_1 = \frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} I$$

$$I_1 = \frac{R_{tot(Paralel)}}{R_1} I$$

Jadi arus yang mengalir melalui salah satu diantara konduktansi paralel pada Gambar 1.3(a) adalah arus total dikali perbandingan daripada konduktansinya dengan konduktansi total.

Karena kita diberikan nilai tahanan lebih sering daripada konduktansi maka bentuk yang lebih penting daripada hasil terakhir didapatkan dengan mengganti G_1 dengan $1/R_1$ dan G_2 dengan $1/R_2$,

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I \quad \text{dan} \quad I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I$$

Alam tidak bergembira melihat kita disini karena kedua persamaan terakhir mempunyai sebuah factor yang sangat berbeda. Dari factor yang digunakan dengan pembagian tegangan dan sejumlah usaha diperlukan untuk menghindari kesalahan. Banyak mahasiswa memandang pengertian pembagian tegangan ebagai yang “jelas” dan pembagian arus sebagai sesuatu yang “berbeda” akan menolong juga untuk menyadari bahwa tahanan yang lebih besar selalu menyangkut arus yang lebih kecil.

Sebagai satu contoh penggunaan kedua pembagian arus dan kombinasi tahanan, maka kita kembali ke contoh Gambar 1.2 dan menuliskan sebuah pernyataan untuk arus yang melalui tahanan 3Ω arus total yang mengalir ke dalam kombinasi 3Ω dan 6Ω adalah:

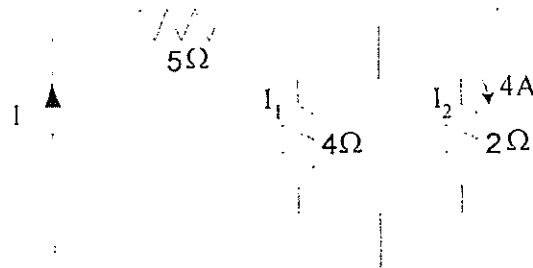
$$I = \frac{12 \sin t}{4 + (6)(3)/(6+3)}$$

Dan arus yang diinginkan adalah,

$$I = \frac{12 \sin t}{4 + (6)(3)/(6+3)} \cdot \frac{6}{6+3} = 4/3 \sin t$$

Contoh soal

1. Berapa I..?



Jawab:

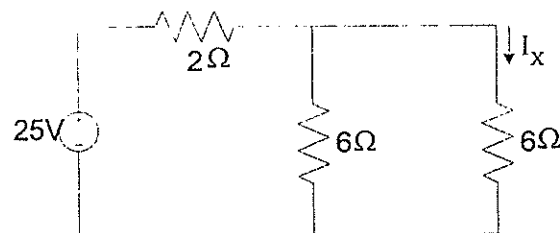
$$I_2 = \frac{R_{tot}}{R_2} I$$

$$I = \frac{I_2 R_2}{R_{tot}}$$

$$= \frac{4 \cdot 2}{4/3}$$

$$= 6A$$

2. Berapa I_x ...?



Jawab:

$$\begin{aligned} I &= \frac{V}{R} \\ &= \frac{25}{2} \\ &= 12,5 \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I &= \frac{I_x \cdot R_x}{R_{tot}} \\ I_x &= \frac{I_x \cdot R_{tot}}{R_x} \\ &= \frac{12,5 \cdot 3}{6} \\ &= \frac{12,5}{2} \\ &= 6,25 \text{ A} \end{aligned}$$

HUBUNGAN DELTA

Tegangan transformator tiga fasa dengan kumparan yang dihubungkan secara delta yaitu V_{AB} , V_{BC} dan V_{CA} yang masing-masing berbeda fasa 120° .

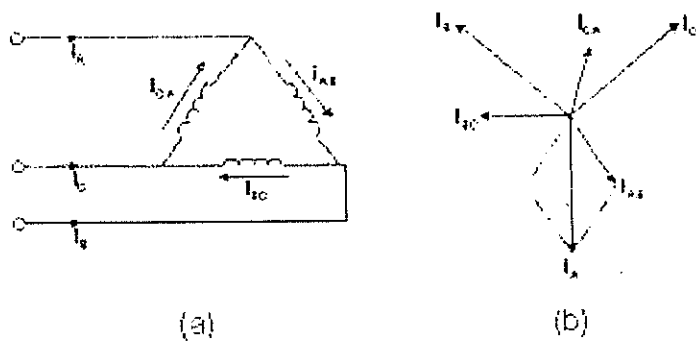
$$V_{AB} + V_{BC} + V_{CA} = 0$$

Untuk beban yang seimbang :

$$I_A = I_{AB} - I_{CA}$$

$$I_B = I_{BC} - I_{AB}$$

$$I_C = I_{CA} - I_{BC}$$



Gambar 1.4

HUBUNGAN BINTANG

Arus transformator tiga fasa dengan kumparan yang dihubungkan secara bintang yaitu I_A , I_B , I_C yang masing-masing berbeda fasa 120° .

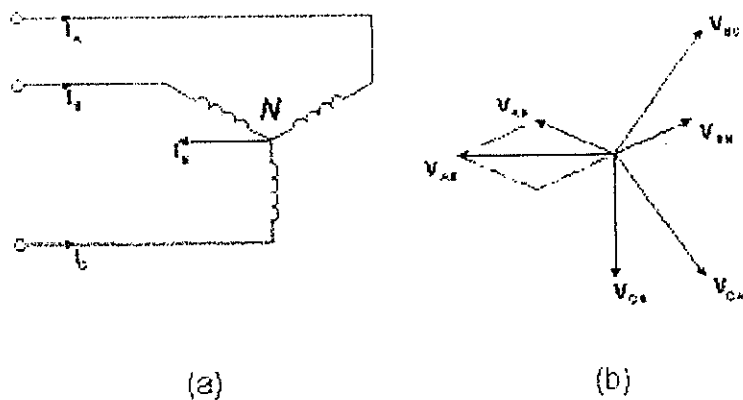
Untuk beban yang seimbang :

$$I_N = I_A + I_B + I_C$$

$$V_{AB} = V_{AN} + V_{BN} = V_{AN} - V_{BN}$$

$$V_{BC} = V_{BN} + V_{CN} = V_{BN} - V_{CN}$$

$$V_{CA} = V_{CN} - V_{AN}$$



Gambar 1.5

Dari gambar 1.5a dan 1.5b diketahui bahwa untuk hubungan bintang berlaku hubungan :

$$V_{AB} = \sqrt{3}V_{AN} \text{ atau } V_p = \sqrt{3}V_L$$

$$\text{atau } I_p = I_L$$

Jadi, VA hubungan bintang :

$$= 3V_p I_p = 3 \left(\frac{V_L}{\sqrt{3}} \right) I_L = \sqrt{3} V_L I_L$$

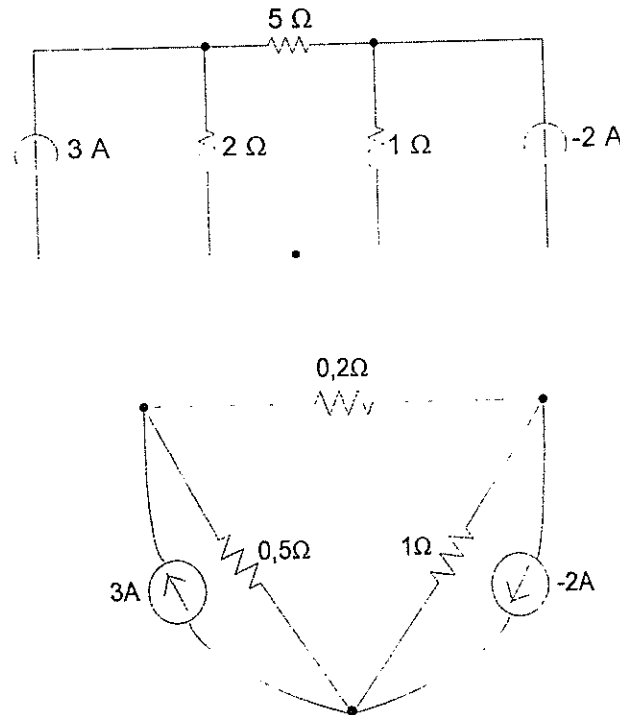
BAB V

METODE ANALISIS RANGKAIAN

5.1 METODE TEGANGAN SIMPUL

Jaringan yang diperlihatkan pada gambar 5.1 terdiri dari 3 simpul. Dalam metode tegangan simpul, salah satu simpul utama dipilih sebagai acuan dan persamaan-persamaan yang didasarkan pada hukum arus Kirchoff dituliskan pada simpul lainnya. Pada masing-masing simpul utama lainnya ditetapkan suatu tegangan. Tegangan-teganagan ini adalah yang tidak diketahui dan bila ditentukan dengan metode yang sesuai, menghasilkan pemecahan jaringan.

- Contoh bentuk jaringan dengan 3 simpul acuan :



Gambar 5.1 Analisa tegangan simpul untuk menganalisa rangkaian

Pada simpul 1

$$0,5V_1 + 0,2(V_1 - V_2) = 3$$

$$0,7V_1 - 0,2V_2 = 3$$

Pada simpul 2

$$1V_2 + 0,2(V_2 - V_1) = 2$$

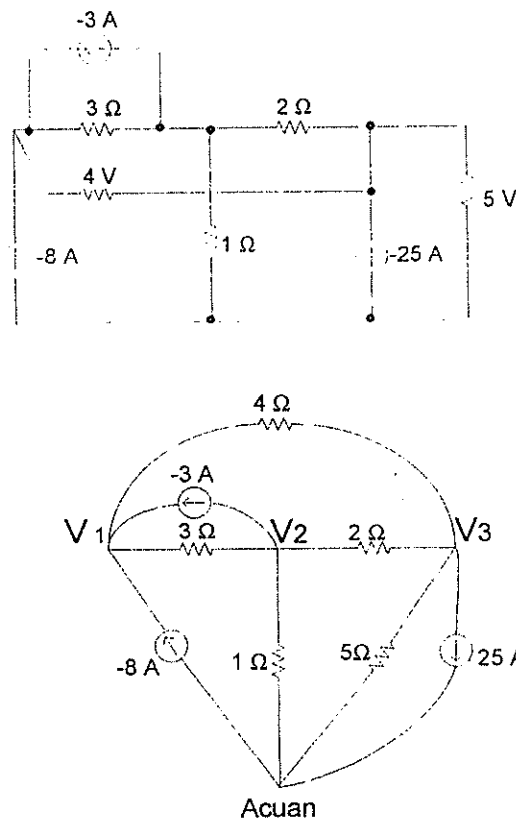
$$-0,2V_1 + 1,2V_2 = 2$$

Dengan metode substitusi dari persamaan 1 dan 2 dihasilkan:

$$V_1 = 5 \text{ V}$$

$$V_2 = 2,5 \text{ V}$$

- Bentuk jaringan dengan 4 simpul acuan:



Gambar 5.2 Analisa tegangan simpul dengan 4 simpul acuan

Pada simpul 1

$$\begin{aligned} 3(V_1 - V_2) + 4(V_1 - V_3) - (-8) - (-3) &= 0 \\ 7V_1 - 3V_2 - 4V_3 &= -11 \end{aligned}$$

Pada simpul 2

$$\begin{aligned} 3(V_2 - V_1) + 1V_2 + 2(V_2 - V_3) - 3 &= 0 \\ -3V_1 + 6V_2 - 2V_3 &= 3 \end{aligned}$$

Pada simpul 3

$$\begin{aligned} 4(V_3 - V_1) + 2(V_3 - V_2) + 5V_3 - 25 &= 0 \\ 4V_1 - 2V_2 - 11V_3 &= 25 \end{aligned}$$

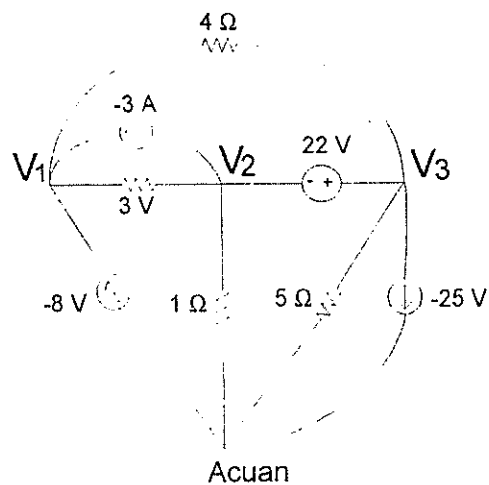
Buat ketiga persamaan dalam bentuk matriks:

$$\begin{bmatrix} 7 & -3 & -4 \\ -3 & 6 & -2 \\ -4 & -2 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 \\ 3 \\ 25 \end{bmatrix}$$

$$V_1 = \frac{\begin{vmatrix} -11 & -3 & -4 \\ 3 & 6 & -2 \\ 25 & -2 & 11 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 7 & -3 & -4 \\ -3 & 6 & -2 \\ -4 & -2 & 11 \end{vmatrix}} = 1 \text{ V}$$

Untuk mencari nilai V_2 dan V_3 lakukan hal seperti di atas.

- Bentuk jaringan dengan sumber tegangan:



Gambar 5.3 Analisa tegangan simpul dimana ada sumber tegangan dan sumber arus di dalamnya

Apabila terdapat sumber tegangan maka jumlah simpul dicirikan (dari 2 menjadi 1 simpul super)

$$V_3 - V_2 = 22$$

Pad. simpul 1

$$3(V_1 - V_2) + 4(V_1 - V_3) - (-8) - (-3) = 0$$

$$7V_1 - 3V_2 - 4V_3 = -11$$

Pada simpul super (kuning)

jumlah keenam arus yang meninggalkan simpul super = 0

$$3(V_2 - V_1) - 3 + 4(V_3 - V_1) - 25 + 5V_3 + 1V_2 = 0$$

$$7V_1 + 4V_2 - 0V_3 = 28$$

selesaikan dengan metode matriks

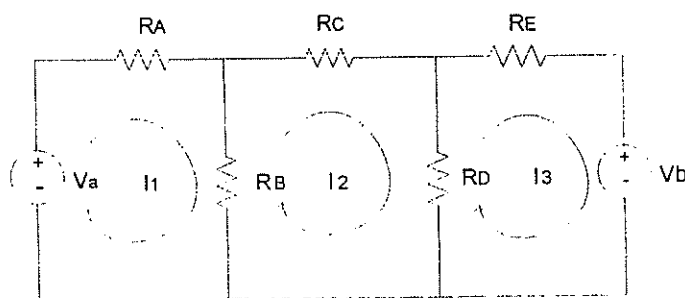
$$\begin{bmatrix} 7 & -3 & -4 \\ 7 & 4 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 \\ 28 \\ 22 \end{bmatrix}$$

$$V_1 = \frac{\begin{vmatrix} -11 & -3 & -4 \\ 28 & 4 & 0 \\ 22 & -1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 7 & -3 & -4 \\ -7 & 4 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix}} = -24 \text{ V}$$

Untuk mencari nilai V_2 dan V_3 lakukan hal seperti dia atas

5.2 PENGGUNAAN MATRIKS PADA METODE ARUS MATA JALA (MESH CURRENT)

Persamaan simultan dari sebuah jaringan mata jala n dapat dituliskan dalam bentuk matrik, seperti pada contoh penyelesaian di atas. Untuk lebih jelasnya lihat jaringan gambar 4 di bawah ini. Apabila hukum tegangan kirchoff diterapkan pada jaringan tiga mata jala maka akan diperoleh persamaan seperti dibawah ini:



Gambar 5.4 Analisa arus mata jala untuk menganalisa rangkaian

I_1 , I_2 , dan I_3 adalah arus mata jala KVL diterapkan pada tiap loop.

$$\text{Loop 1} \Rightarrow -V_a + I_1.R_A + R_B(I_1 - I_2) = 0 \quad (5.1)$$

$$\text{Loop 2} \Rightarrow R_B(I_2 - I_1) + I_2.R_C + R_D(I_2 - I_3) = 0 \quad (5.2)$$

$$\text{Loop 3} \Rightarrow R_D (I_3 - I_2) + V_b + I_3 R_E = 0 \quad (5.3)$$

$$(R_A + R_B) I_1 - R_B I_2 = V_a$$

$$-R_B I_1 + (R_B + R_C + R_D) I_2 - R_D I_3 = 0$$

$$-R_D I_2 + (R_D + R_E) I_3 = -V_b$$

$$\begin{bmatrix} R_A + R_B & -R_B & 0 \\ -R_B & R_B + R_C + R_D & -R_D \\ 0 & -R_D & R_D + R_E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_a \\ 0 \\ -V_b \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

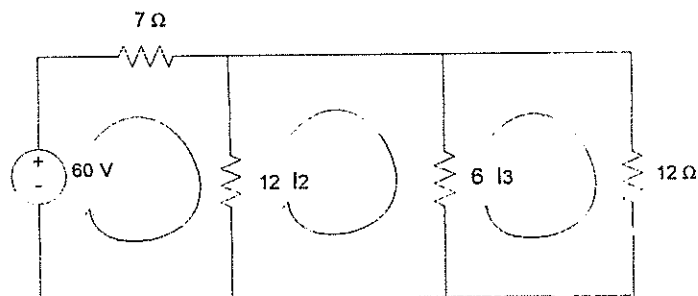
$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

$$I_1 = \left| \begin{array}{ccc|ccc} V_1 & R_{12} & R_{13} & R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ V_2 & R_{22} & R_{23} & R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ V_3 & R_{32} & R_{33} & R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{array} \right| = ?$$

$$I_2 = \left| \begin{array}{ccc|ccc} R_{12} & V_1 & R_{13} & R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{22} & V_2 & R_{23} & R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{32} & V_3 & R_{33} & R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{array} \right| = ?$$

$$I_3 = \left| \begin{array}{ccc|ccc} R_{12} & R_{12} & V_1 & R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & V_2 & R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & V_3 & R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{array} \right| = ?$$

Untuk lebih jelasnya lihat contoh penyelesaian dibawah ini:



$$\begin{bmatrix} 19 & -12 & 0 \\ -12 & 18 & -6 \\ 0 & -6 & 18 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 60 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

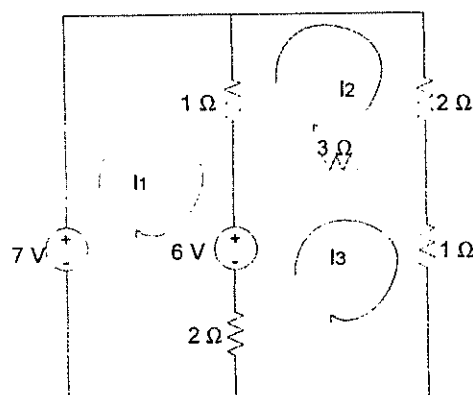
$$I_1 = \left| \begin{array}{ccc|ccc} 60 & -12 & 0 & 19 & -12 & 0 \\ 0 & 18 & -6 & -12 & 18 & -6 \\ 0 & -6 & 18 & 0 & -6 & 18 \end{array} \right| = 17280 : 2880 = 6A$$

$$I_2 = \left| \begin{array}{ccc|ccc} 19 & 60 & 0 & 19 & -12 & 0 \\ -12 & 0 & -6 & -12 & 18 & -6 \\ 0 & 0 & 18 & 0 & -6 & 18 \end{array} \right| = 12960 : 2880 = 4.5A$$

$$I_3 = \left| \begin{array}{ccc|ccc} 19 & -12 & 60 & 19 & -12 & 0 \\ -12 & 18 & 0 & -12 & 18 & -6 \\ 0 & -6 & 0 & 0 & -6 & 18 \end{array} \right| = 4320 : 2880 = 1.5 A$$

5.3 METODE MESH CURRENT

Mesh adalah sifat rangkaian sebidang. Metode ini tidak dapat dipakai pada setiap jaringan. Analisis mesh hanya dapat dipakai pada jaringan yang terletak dalam satu bidang. Kita definisikan mesh sebagai sebuah loop yang tidak mengandung loop didalamnya. Untuk melakukan penyelesaian pada rangkaian berloop tunggal, kita menggunakan hukum kirchof II. Berikut contoh penyelesaiannya:



Persamaan yang dapat di peroleh pada tiap-tiap loop:

$$\text{loop 1} \quad 3i_1 - i_2 - 2i_3 = 7 - 6$$

$$\text{loop 2} \quad -i_1 + 6i_2 - 3i_3 = 0$$

$$\text{loop 3} \quad -2i_1 - 3i_2 - 6i_3 = 6$$

Kita ubah ke dalam bentuk persamaan matriks :

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & -2 \\ -1 & 6 & -3 \\ -2 & -3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7-6 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix}$$

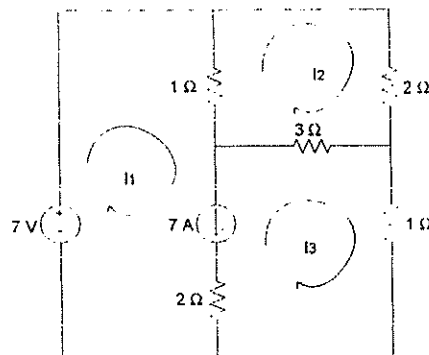
$$I_1 = \left| \begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & -2 & 3 & -1 & -2 \\ 0 & 6 & -3 & -1 & 6 & -3 \\ 6 & -3 & 6 & -2 & -3 & 6 \end{array} \right| = 117 : 39 = 3 A$$

$$i_2 = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 3 & 1 & -2 & 3 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & -3 & -1 & 6 & -3 \\ 2 & 6 & 6 & -2 & -3 & 6 \end{array} \right] = 48 : 39 = 1.23 \text{ A}$$

$$i_3 = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 3 & -1 & 1 & 3 & -1 & -2 \\ -1 & 6 & 0 & -1 & 6 & -3 \\ 2 & -3 & 6 & -2 & -3 & 6 \end{array} \right] = 93 : 39 = 2.38 \text{ A}$$

Bila di dalam rangkaian terdapat sumber arus, maka akan mereduksi jumlah mesh menjadi mesh super.

Contoh:



Mesh super (gabungan mesh 1 dan 3) :

$$-7 + 1(i_1 - i_2) + 3(i_3 - i_2) + 1 i_3 = 0$$

$$i_1 - 4i_2 + 4i_3 = 7$$

Mesh 2:

$$i_2 - i_1 + 2i_2 + 3(i_2 - i_3) = 0$$

Sumber arus dihubungkan dengan arus mesh

$$-i_3 = 7$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -4 & 4 \\ -1 & 6 & -3 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix}$$

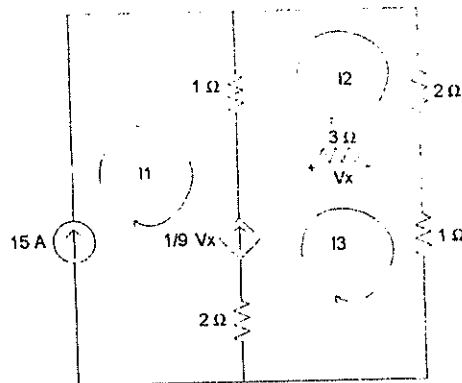
$$i_1 = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 7 & -4 & 4 & 1 & -4 & 4 \\ 0 & 6 & -3 & -1 & 6 & -3 \\ 7 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 \end{array} \right] = 9 \text{ A}$$

$$i_2 = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 7 & 4 & 1 & -4 & 4 \\ -1 & 0 & -3 & -1 & 6 & -3 \\ 1 & 7 & -1 & 1 & 0 & -1 \end{array} \right] = -2 \text{ A}$$

$$i_3 = \begin{vmatrix} 1 & -4 & 7 \\ -1 & 6 & 0 \\ 1 & 0 & 7 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} 1 & -4 & 4 \\ -1 & 6 & -3 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 2 \text{ A}$$

Bila sumber arus terletak di keliling rangkaian, maka mesh dimana sumber arus ter dapat diabaikan .

Contoh:



Pada mesh 1:

$$i_1 = 15 \text{ A}$$

Pada mesh 2:

$$1(i_2 - i_1) + 2i_2 + 2(i_2 - i_3) = 0$$

$$-15 - 6i_2 - 3i_3 = 0 \dots\dots\dots (1)$$

Pada mesh 3:

$$19V_x = i_3 - i_1 = 1/9(i_3 - i_2)$$

$$-i_1 - 13i_2 + 2/3i_3 = 0$$

$$-15 - 13i_2 + 2/3i_3 = 0 \dots\dots\dots (2)$$

Dari persamaan diatas, kita ubah ke bentuk matriks :

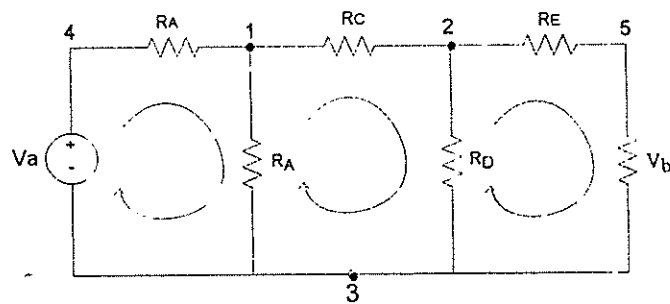
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & -3 \\ 0 & 1/3 & 2/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ 15 \\ 15 \end{bmatrix}$$

$$i_1 = \begin{vmatrix} 15 & 0 & 0 \\ 15 & 6 & -3 \\ 15 & 1/3 & 2/3 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & -3 \\ 0 & 1/3 & 2/3 \end{vmatrix} = 75 : 5 = 15 \text{ A}$$

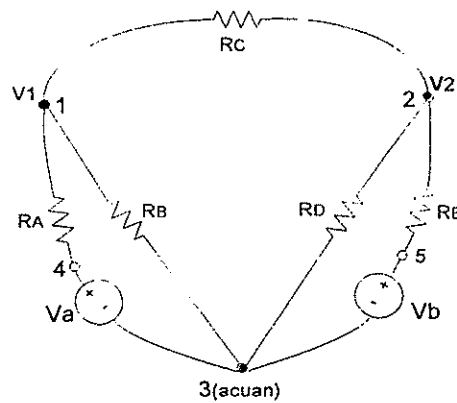
$$i_2 = \left| \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 15 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 15 & -3 & 0 & 6 & -3 \\ 0 & 15 & 2/3 & 0 & 1/3 & 2/3 \end{array} \right| = 55 : 5 = 11 \text{ A}$$

$$i_3 = \left| \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 15 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 15 & 0 & 6 & -3 \\ 0 & 1/3 & 15 & 0 & 1/3 & 2/3 \end{array} \right| = 85 : 5 = 17$$

5.4 METODE TEGANGAN SIMPUL



Dipilih salah satu simpul sebagai acuan



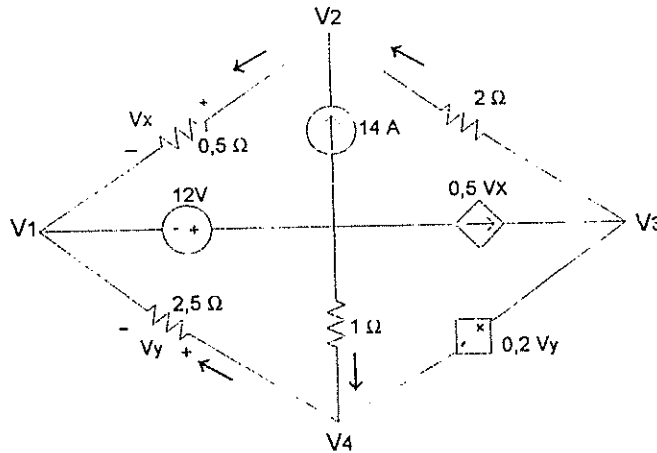
Arus total yang masuk dan keluar dari simpul 1

$$\frac{V_1 - V_a}{R_A} + \frac{V_1}{R_B} + \frac{V_1 - V_2}{R_C} = 0$$

$$\frac{V_2 - V_1}{R_C} + \frac{V_2}{R_D} + \frac{V_2 - V_b}{R_E} = 0$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} & -\frac{1}{R_C} \\ -\frac{1}{R_C} & \frac{1}{R_C} + \frac{1}{R_D} + \frac{1}{R_E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_A/R_A \\ V_B/RE \end{bmatrix}$$

Contoh soal:



$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} V_A/RA & \frac{1}{R_C} \\ V_B/RE & \frac{1}{R_C} + \frac{1}{R_D} + \frac{1}{R_E} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} & -\frac{1}{R_C} \\ -\frac{1}{R_C} & \frac{1}{R_C} + \frac{1}{R_D} + \frac{1}{R_E} \end{bmatrix}$$

$$\frac{V_2 - V_1}{0.5} - \frac{V_2 - V_3}{2} = 4 \dots\dots\dots (1)$$

Simpul super 3:4

$$\frac{V_3 - V_2}{2} = -0.5i_x + \frac{V_4}{1} + \frac{V_4 - V_1}{2.5} = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$V_1 V_3 - V_2 = 0.2V_y - 0.2(V_4 - V_1) \dots\dots\dots (3)$$

$$0.5V_y = 0.5(V_2 - V_1)$$

Persamaan menjadi

$$2.5V_2 - 3.5V_3 = -10$$

$$-V_2 + 0,5V_3 + 1,4V_4 = 1,2$$

$$V_3 - 1,2V_4 = 24$$

$$I_{0,5} = \frac{V_2 - V_1}{0,5} = \frac{-4 + 12}{0,5} = 16A$$

$$P_{0,5} = (16)^2 \cdot 0,5 = 128W$$

$$I_2 = \frac{V_3 - V_2}{2} = \frac{0 + 4}{2} = 2A$$

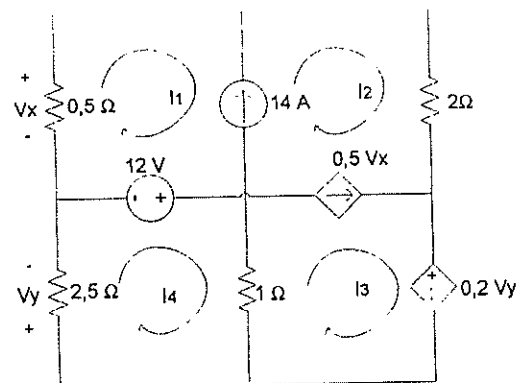
$$P_{2\Omega} = (2)^2 \cdot 2 = 8W$$

$$I_{1\Omega} = \frac{V_0 - V_4}{1} = \frac{0 + 2}{1} = 2A$$

$$P_{1\Omega} = (2)^2 \cdot 1 = 4W$$

$$I_{2,5\Omega} = \frac{V_4 - V_1}{2,5} = \frac{-2 + 12}{2,5} = 4A$$

$$P_{2,5} = (4)^2 \cdot 2,5 = 40W$$



$$I_2 - I_1 = 14$$

$$I_2 = 14 + I_1 \dots \dots \dots (1)$$

$$I_3 - I_2 = 0,5 V_x - 0,5(-0,5I_1)$$

$$I_3 - I_2 = -0,25I_1$$

$$0,25I_1 - (14 + I_1) + I_3 = 0$$

$$-0,75I_1 + I_3 = 14 \dots\dots\dots (2)$$

$$0,5I_1 + 12 + 2I_2 + 0,2V_y + 1(I_3 - I_4) = 0$$

$$0,5I_1 + 2I_2 + I_3 - 0,5I_4 = -12$$

$$2,5I_1 + I_3 - 0,5I_4 = -40 \dots\dots\dots (3)$$

$$\therefore -I_3 + 3,5I_4 = 12 \dots\dots\dots (4)$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 14 & 1 & 0 & 14 & 1 \\ -40 & 1 & -0,5 & -40 & 1 \\ 12 & 1 & 3,5 & 12 & 1 \\ -0,75 & 1 & 0 & -0,75 & 1 \\ 2,5 & 1 & -0,5 & 2,5 & 1 \\ 0 & -1 & 3,5 & 0 & -1 \end{vmatrix}}{-11} = \frac{176}{-11} = -16A$$

$$I_2 = 14 - 16 = -2A$$

$$I_3 = 14 + 0,75I_1 = 14 + 0,75(-16) = 2A$$

$$I_4 = \frac{12 - I_3}{3,5} = \frac{12 + 2}{3,5} = 4A$$

$$I_{0,5} = -16A$$

$$I_2 = -2A$$

$$I_1 = I_4 - I_3$$

$$= 4 - 2 = 2A$$

$$I_{2,5} = I_4 = 4A$$

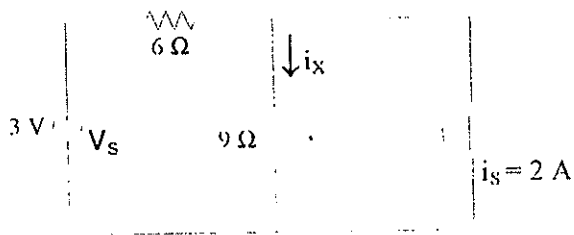
5.5 METODE SUPERPOSISI

Dalam suatu rangkaian listrik yang mengandung lebih dari satu sumber, tanggapan arus / tegangan dapat diperoleh dengan menjumlahkan semua tanggapan yang diperoleh dari masing-masing sumber secara tersendiri.

(sumber tegangan \rightarrow dihubungkan singkat, sumber arus \rightarrow rangkaian terbuka)

contoh:

1.

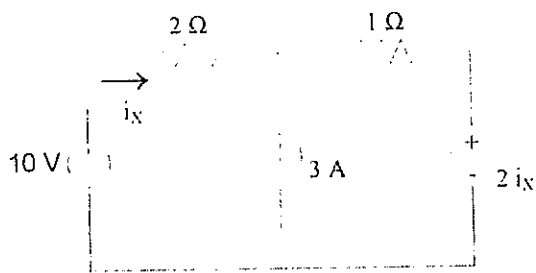


$$i_x = \frac{3}{6+10} + \frac{6}{6+9} \cdot 2$$

$$= 0,2 + 0,8$$

$$= 1 \text{ A}$$

2.

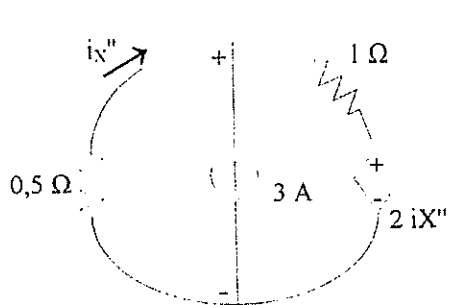


Bila sumber 3A menjadi rangkaian terbuka

$$-10 + 2 i'_x + 1 i'_x + 2 i'_x = 0$$

$$i'_x = 2 \text{ A}$$

Bila sumber 10V dihubungkan pendekkan



$$\frac{V''}{2} + \frac{V'' - 2i_x''}{1} = 3$$

$$3V'' - 4i_x'' = 6 \dots\dots\dots (1)$$

sedangkan $V'' = -2i_x'' \dots\dots\dots (2)$

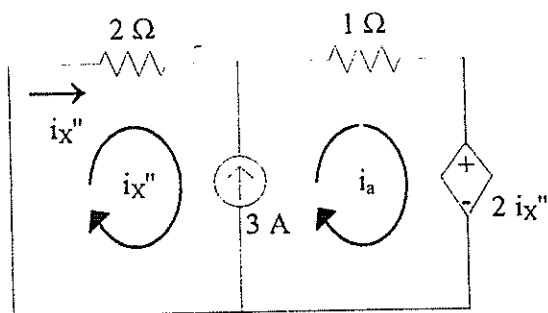
maka lewat persamaan (1) dan (2)

$$i_x'' = -0,6 \text{ A}$$

Sehingga didapatkan

$$i_x = i'_x + i_x'' = 2 - 0,6 = 1,4 \text{ A}$$

atau



Pada mesh super :

$$2i_x'' + i_a + 2i_x'' = 0$$

$$5i_x'' + i_a = 0$$

sehingga $i_x'' = -0,6 \text{ A}$

$$-i'_x + i_a = 3$$

Sebuah jaringan linier yang mengandung dua atau lebih sumber independen dapat dianalisis untuk memperoleh berbagai tegangan dan arus cabang dengan membiarkan sumber-sumbernya bekerja satu persatu, kemudian mensuperposisikan (menjumlahkan hasilnya). Prinsip ini dapat diterapkan karena adanya hubungan linier antara arus dan tegangan. Dengan sumber yang *dependen*, superposisi dapat digunakan hanya ketika fungsi kontrolnya bersifat eksternal terhadap jaringan yang mengandung sumbernya, sehingga kontrolnya tidak berubah ketika sumbernya bekerja satu persatu.

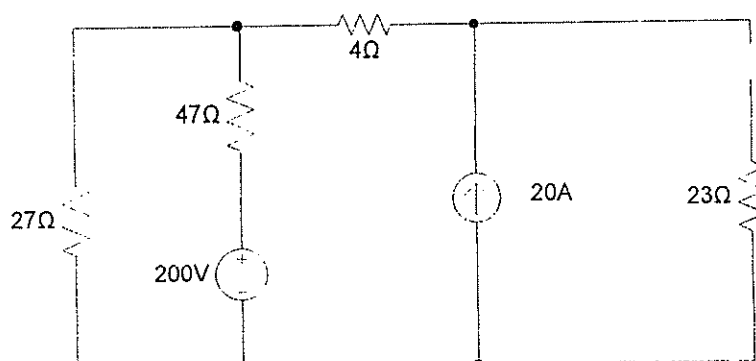
Catatan:

Sumber-sumber tegangan yang dihilangkan ketika sebuah sumber tunggal bekerja, diganti dengan hubung pendek,,sedangkan untuk sumber arus digantikan dengan hubung terbuka (open circuit).

Superposisi tidak dapat secara langsung diterapkan pada perhitungan daya karena daya pada sebuah elemen sebanding dengan kuadrat dari arus atau kuadrat dari tegangan, yang bersifat nonlinier.

Contoh :

Hitunglah arus dalam resistor 23Ω pada gambar berikut:



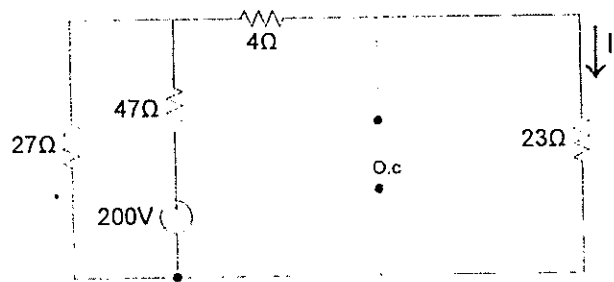
Gambar 5.5 contoh rangkaian superposisi

Jawaban :

Dengan sumber 200 V bekerja sendirian, sumber arus 20A digantikan dengan jalur terbuka seperti ditunjukkan pada gambar di bawah.

$$R_{eq} = 47 + \frac{(27)(4 + 23)}{27 + (4 + 23)} = 60,5\Omega$$

$$I_T = \frac{200}{60,5} = 3,31 \text{ A}$$

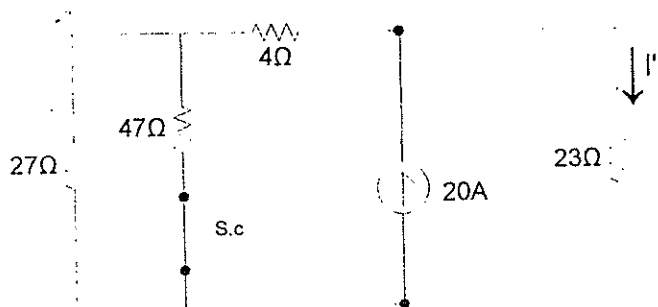


Gambar 5.6 Sumber arus sekarang terbuka

Sumbangan sumber 200V terhadap arus pada resistor 23Ω adalah

$$I'_{23\Omega} = \frac{[27]}{[54]} \times 3,31 = 1,65 \text{ A}$$

Ketika sumber arus 20A bekerja sendirian, sumber 200V digantikan dengan jalur tertutup seperti yang ditunjukkan pada gambar dibawah



Gambar 5.7 Sumber tegangan dihubungpendekkan

Hambatan ekuivalen di sebelah kiri sumber adalah

$$R_{eq} = 4 + \frac{(27)(27)}{27 + 47} = 21,25\Omega$$

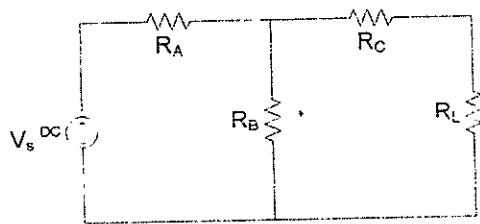
Kontribusi sumber 20 A terhadap arus pada resistor 23Ω adalah

$$I''_{23\Omega} = \frac{21,15}{21,15 + 23} (20) = 9,58 \text{ A}$$

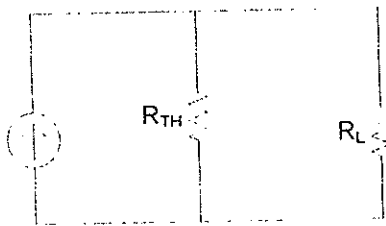
Total arus pada resistor 23Ω diberikan oleh

$$I_{23\Omega} = I'_{23\Omega} + I''_{23\Omega} = 11,23 \text{ A}$$

TEOREMA THEVENIN DAN NORTON

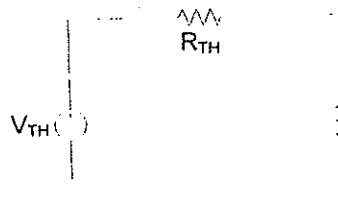


Jaringan A



Rangkaian pengganti Northon

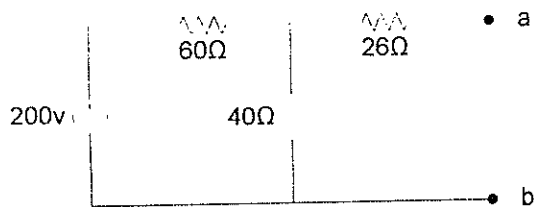
$$I_N = I_{sc}$$



Rangkaian pengganti Thevenin

$$V_{TH} = V_{oc}$$

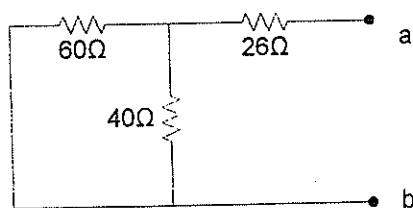
Contoh :



Rangkaian pengganti Thevenin dan Northon pada terminal ab

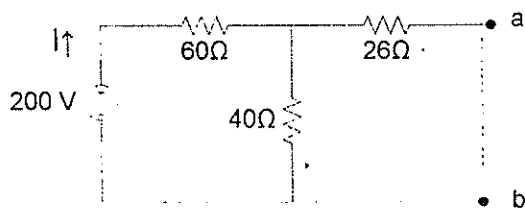
1. Cari R_{TH}

- Sumber arus dihubung buka
- Sumber tegangan dihubung singkat



$$R_{TH} = 26 + \frac{40 \cdot 60}{40 + 60} = 50\Omega$$

2. Cari I_N dengan menghubusingkatkan ab



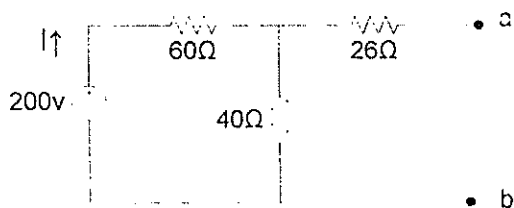
$$I_N = I_{SC} = I_{ab}$$

$$R_T = 60 + \frac{26 \cdot 40}{26 + 40} = 75,76 \Omega$$

$$I = \frac{200}{75,76} = 2,64 \text{ A}$$

$$I_{hs} = \frac{40}{40 + 26} \times 2,64 = 1,6 \text{ A}$$

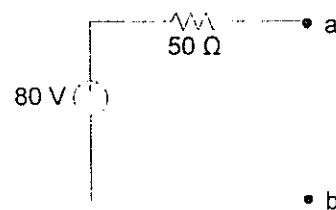
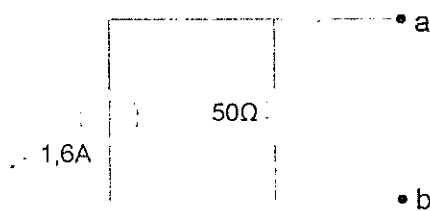
3. Cari V_{TH} dengan ab terbuka



$$V_{TH} = V_{OC} = V_{AB} = V_{40\Omega}$$

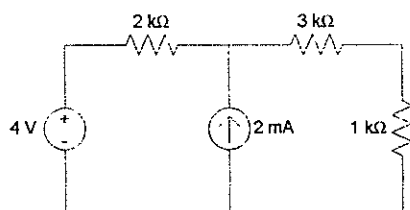
$$V_{TH} = \frac{40}{60 + 40} \times 200 = 80 \text{ V}$$

Pengecekan :



$$R_{TH} = \frac{V_{th}}{I_n}$$

4.



$$R_{TH} = 5 \text{ K}\Omega$$

$$I_{SC} = I_{SC} | 4 \text{ V} + I_{SC} | 2 \text{ mA}$$

$$= \frac{4}{2+3} + 2 \cdot \frac{2}{2+3} = 0,3 + 0,3 = 1,6 \text{ mA}$$

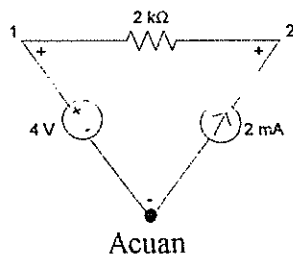
$$V_1 = 4 \text{ V}$$

Pada simpul 2 $\sum_i = 0$

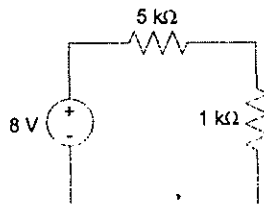
$$2 \cdot 10^{-3} - \frac{1}{2 \cdot 10^3} (V_2 - 4) = 0$$

$$V_2 = 8 \text{ V}$$

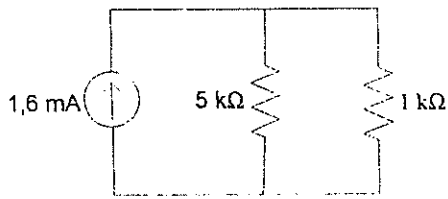
$$V_2 = V_{TH} = 8 \text{ V}$$



Cari rangkaian ekuivalen Thevenin dan Norton pada jaringan di sebelah kiri 1 KΩ

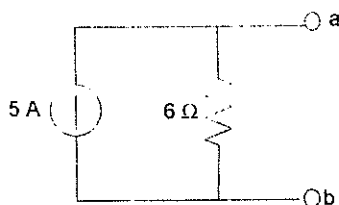
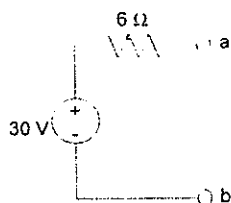
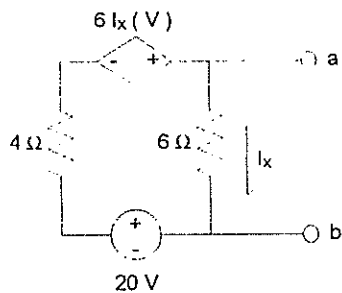


Rangkaian pengganti Thevenin



Rangkaian pengganti Norton

3.



Karena rangkaian mengandung sumber tak bebas maka V_{OC} dan I_{SC} dicari untuk mendapatkan R_{TH}

Bila ab dihubung singkat maka $I_X = 0$

$$-20 + 4 I_{SC} - 6 I_X = 0$$

$$-20 + 4 I_{SC} = 0$$

$$I_{SC} = I_N = 5 \text{ A}$$

Bila ab dihubung buka

$$6 I_X - 20 + 4 I_X - 6 I_X = 0$$

$$4 I_X = 0$$

$$I_X = 5 \text{ A}$$

$$V_{OC} = V_{6\Omega} = V_{TH} = 6 \cdot 5 = 30 \text{ V}$$

Maka

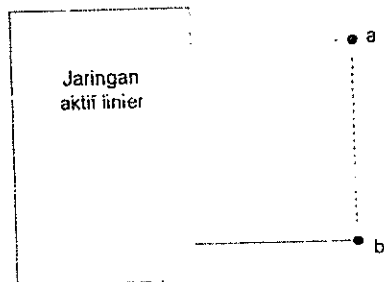
$$R_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_N} = \frac{30}{5} = 6 \Omega$$

Sebuah jaringan resistif, aktif, dan linier yang mengandung satu atau lebih sumber tegangan atau arus, dapat diganti dengan satu sumber tegangan tunggal dan satu hambatan seri (*teorema thevenin*), atau dengan satu sumber arus tunggal dan satu hambatan parallel (*teorema Norton*).

Catatan :

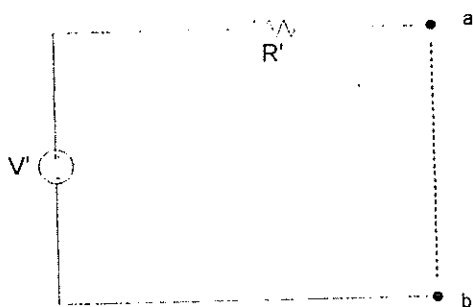
Tegangannya disebut tegangan ekuivalen Thevenin, V' , dan arusnya disebut arus ekuivalen Norton, I' .

Kedua hambatannya sama, R' . Ketika terminal ab pada gambar di bawah ini dibuka, sebuah tegangan akan muncul di antara kedua titik tersebut.



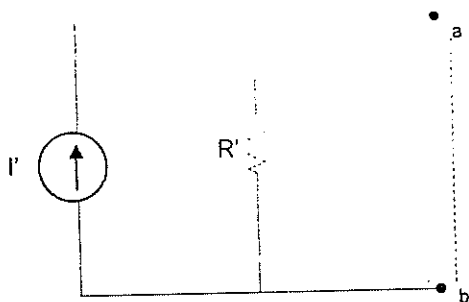
Gambar 5.8 Jaringan linier represntatif

Dari gambar dibawah ini, jelas bahwa tegangan ini haruslah tegangan V' dari rangkaian ekuivalen Thevenin. Bila sebuah hubung pendek diberlakukan maka sebuah arus akan muncul.



Gambar 5.5 Rangkaian Ekuivalen Thevenin

Dari gambar di bawah ini jelas bahwa arus ini haruslah arus I' dari rangkaian ekuivalen Norton.



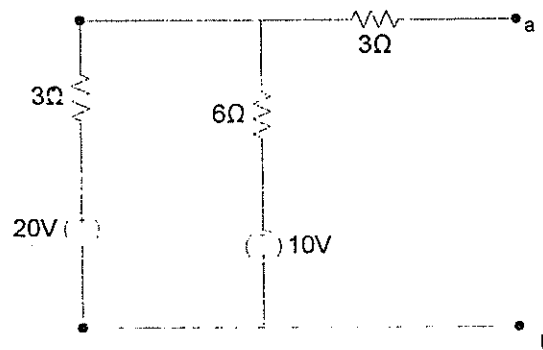
Gambar 5.9 rangkaian ekuivalen Norton

Sekarang, bila rangkaian di gambar rangkaian ekuivalen thevenin dan Norton adalah ekuivalen dari jaringan aktif yang sama maka keduanya ekuivalen satu sama lain. Sehingga

akibatnya $I' = \frac{V'}{R'}$. Bila kedua V' dan I' telah ditentukan dari jaringan aktif, maka $R' = \frac{V'}{I'}$.

Contoh

Carilah rangkaian ekuivalen thevenin dan Northonnya untuk jaringan aktif pada gambar dibawah..

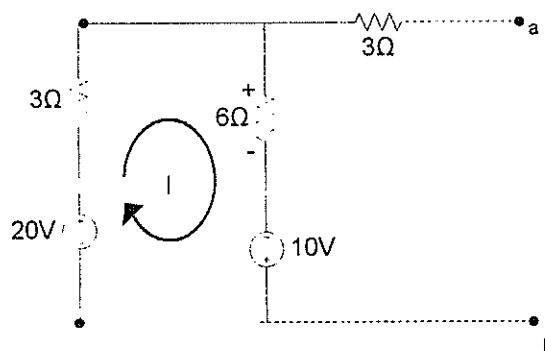


Gambar 5.10 contoh jaringan aktif linier

Jawaban:

Dengan terminal ab terbuka, kedua sumber mengarahkan arus searah jarum jam melalui resistor 3Ω dan 6Ω (lihat gambar dibawah).

$$I = \frac{20 + 10}{3 + 6} = \frac{30}{9} \text{ A}$$



Gambar 5.11 Aliran arus searah jarum jam dengan ab terbuka

Karena tidak ada arus yang mengalir melalui resistor 3Ω di bagian atas kanan, tegangan thevenin dapat diambil dari cabang aktif manapun :

$$V_{ab} = V' = 20 - \frac{30}{9}(3) = 10\text{V}$$

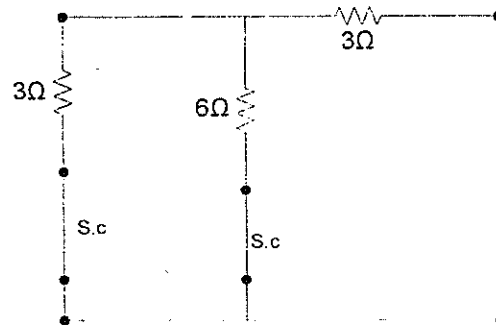
Atau

$$V_{ab} = V' = \frac{30}{9}(6) - 10 = 10\text{V}$$

Hambatan R' diperoleh dengan menghubungpendekkan sumber tegangannya (gambar rangkaian hambatan ekuivalen) dan mencari hambatan ekuivalen jaringan ini pada terminal ab:

$$R' = 3 + \frac{(3)(6)}{9} = 5\Omega$$

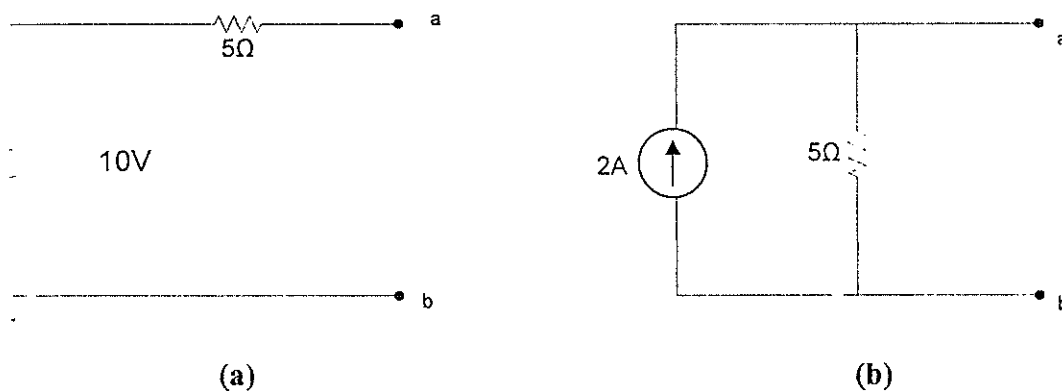
Ketika sebuah hubungan pendek diterapkan pada terminal, arus $I_{s.c}$ muncul dari kedua sumber. Dengan mengasumsikan bahwa arus tersebut mengalir melalui hubungan pendek dari a ke b, kita dapatkan, dari superposisi,



Gambar 5.12 rangkaian hambatan ekuivalen

$$I_{sc} = I' = \frac{(6)}{(6+3)} \frac{(20)}{3 + \frac{(3)(6)}{9}} - \frac{(3)}{(3+3)} \frac{10}{6 + \frac{(3)(3)}{6}} = 2 \text{ A}$$

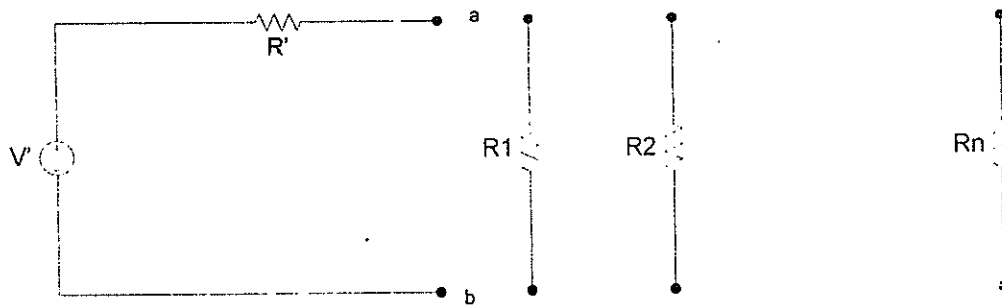
Gambar dibawah (gambar ekuivalen thevenin dan ekuivalen Norton) menunjukkan kedua rangkaian ekuivalen. Dalam kasus sekarang ini, V' , R' dan I' diperoleh secara independent. Karena mereka terkait dengan hukum ohm, dua kuantitas yang manapun dapat digunakan untuk mendapatkan yang ketiga.



Gambar 5.13 (a) Ekuivalen Thevenin; (b) Ekuivalen Norton

Kegunaan rangkaian ekuivalen Thevenin dan Northon akan jelas ketika sebuah jaringan aktif akan diteliti terhadap sejumlah kondisi beban, yang masing-masingnya diwakili oleh sebuah resistor. Hal ini ditunjukkan pada gambar dibawah (gambar rangkaian ekuivalen dengan variaai kondisi beban), dimana tampak bahwa resistor-resistornya dapat disambungkan satu-persaatu. Arus dan daya yang muncul dapat langsung diperoleh. Bila hal ini dicobakan pada

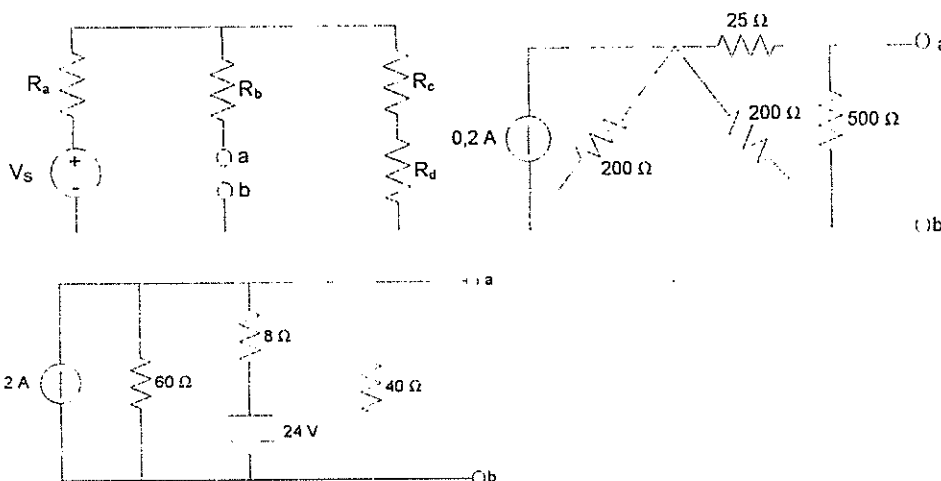
rangkaian aslinya dengan menggunakan , sebagai contoh, reduksi jaringan, tugasnya akan lebih sulit dan memakan banyak waktu.



Gambar 5.14 rangkaian ekuivalen dengan variasi kondisi beban

Contoh :

Carilah rangkaian pengganti Thevenin dan Nortonnya !

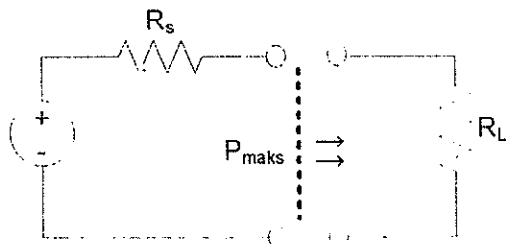


PENTING UNTUK DIINGAT :

- Ω Untuk sembarang lintasan tertutup dalam sebuah jaringan, hukum Kirchoff untuk tegangan (KVL) menyatakan bahwa jumlah aljabar tegangan adalah nol.
- Ω KCL menyatakan bahwa jumlah aljabar arus yang memasuki sebuah simpul sama dengan jumlah arus yang keluar dari simpul tadi dan hal ini berdasarkan pada asas kekekalan muatan.
- Ω Untuk resistor yang tersambungkan secara seri, resistansi seri ekuivalennya adalah jumlah dari resistansi – resistansi tunggalnya, demikian pula untuk induktansi dalam keadaan seri dan kapasitansi dalam keadaan parallel.
- Ω Dalam menggunakan superposisi, sumber tegangan yang tidak aktif digantikan dengan jalur sambungan pendek dan jalur terbuka digunakan untuk menggantikan sumber arus yang tidak aktif.

Ω Untuk jaringan-jaringan linier, rangkaian-rangkaian ekuivalen Thevenin dan Norton dapat digunakan untuk menyederhanakan penghitungan ketika akan dilakukan penyelidikan terhadap sejumlah beban. Mereka juga dapat digunakan untuk mengevaluasi transfer daya maksimum.

PENGALIHAN DAYA MAKSIMUM



$$I = \frac{V_s}{R_s + R_L}$$

$$P_L = I^2 R_L = \frac{V_s^2 R_L}{(R_s + R_L)^2}$$

Gambar 5.15 ilustrasi rangkaian dengan satu sumber dan beban seri untuk pengalihan daya maksimum. Untuk mencari R_L yang menyerap daya maksimum, maka dicari turunan P terhadap $R_L = 0$

$$\frac{dP_L}{dR_L} = \frac{(R_s + R_L)^2 V_s^2 - V_s^2 R_L (2)(R_s + R_L)}{(R_s + R_L)^4}$$

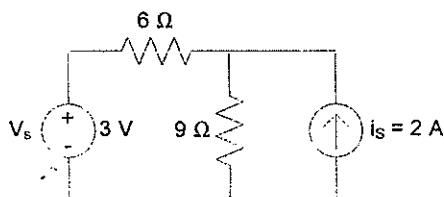
$$\frac{dP_L}{dR_L} = 0 \rightarrow 2 R_L (R_s + R_L) = (R_s + R_L)^2$$

$$R_s = R_L$$

PRINSIP SUPERPOSISI

Dalam suatu rangkaian listrik yang mengandung lebih dari satu sumber (arus atau tegangan), tegangan arus atau tegangan dapat diperoleh dengan menjumlahkan semua tanggapan yang diperoleh dari masing-masing sumber itu secara tersendiri, dengan semua sumber lainnya dianggap sama dengan nol.

(hubung singkat untuk sumber tegangan dan rangkaian terbuka untuk arus)



$$i_x = \frac{3}{6+9} + 2 \cdot \frac{6}{6+9}$$

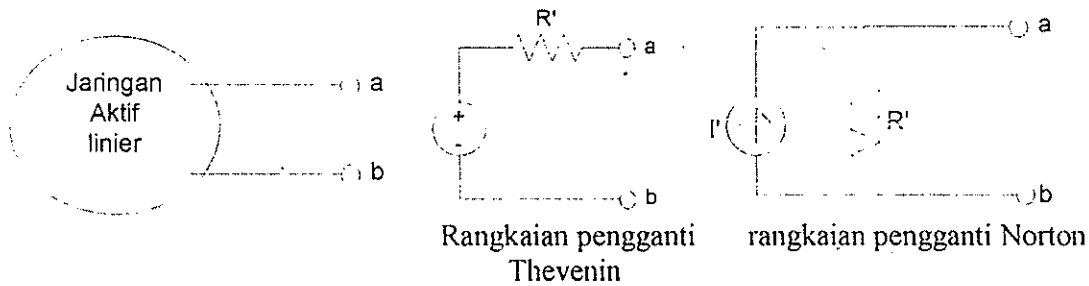
$$= 0,2 + 0,8$$

$$= 1 \text{ A}$$

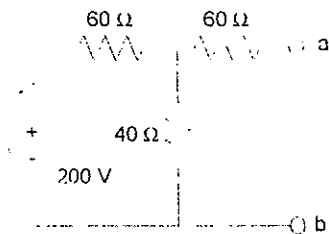
TEOREMA THEVENIN DAN NORTON

Sebuah jaringan aktif linier resistif yang mengandung satu atau lebih sumber tegangan atau sumber arus dapat diganti dengan :

- * satu sumber tegangan dan satu tahanan seri
- * satu sumber arus dan satu tahanan paralel



Contoh :



Tentukan :

- a) rangkaian pengganti Thevenin
- b) rangkaian pengganti Norton

Jawab :

Tegangan rangkaian terbuka V_{AB} adalah tegangan pada resistor 40Ω

$$V_{AB} = \frac{40}{60 + 40} \cdot 200 \text{ V} = 80 \text{ V}$$

R' diperoleh dengan menghubungsingkatkan sumber tegangan

$$R' = 26 + \frac{40 \cdot 60}{60 + 40} = 50 \Omega$$

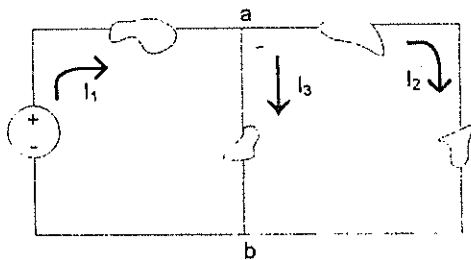
$$R_{\text{Tet}} = 60 + \frac{26 \cdot 40}{26 + 40} = 75,76 \Omega$$

$$I_{\text{Tet}} = \frac{200}{75,76} = 2,64 \text{ A}$$

$$I_{hs} = \frac{40}{40 + 26} \cdot 2,64 = 1,6 \text{ A}$$

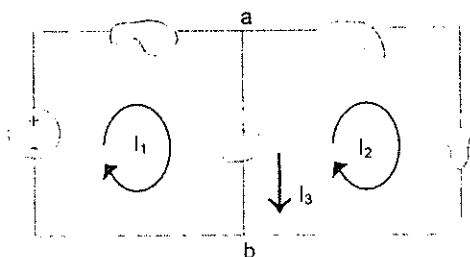
$$\text{Untuk pengecekan} \rightarrow R' = \frac{V_{AB}}{I_{hs}} = \frac{80}{1,6} = 50 \Omega$$

METODE ARUS CABANG (BRANCH CURRENTS)



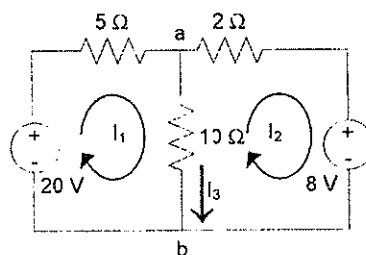
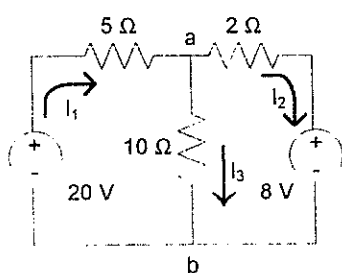
I_1 , I_2 dan I_3 dapat diperoleh dengan menetapkan hukum arus Kirchoff pada simpul - simpul utama, dan menyamakan tegangan pada cabang - cabang paralel

METODE ARUS MATA (MESH CURRENT)



I_1 , I_2 adalah arus mata jala, dapat diperoleh dengan menerapkan hukum tegangan Kirchoff pada loop - loopnya, disini $I_3 = I_1 - I_2$

Contoh soal :



$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \dots\dots\dots(1)$$

$$20 - 5 I_1 = 10 I_3 \dots\dots\dots(2)$$

$$20 - 5 I_1 = 2 I_2 + 8 \dots\dots\dots(3)$$

$$I_1 - I_2 = I_3 \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{loop 1. } -20 \text{ V} + 5 I_1 + 10 (I_1 - I_2) \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{loop 2. } 8 + 10 (I_2 - I_1) + 2 I_2 \dots\dots\dots(3)$$

MATRIKS

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ s \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

matriks A : 3 X 3 3 X 1 3 X 1

syarat perkalian

$$\Delta A = a \cdot e \cdot i + b \cdot f \cdot g + c \cdot d \cdot h - c \cdot e \cdot g$$

$$- a \cdot h \cdot f - d \cdot i \cdot b$$

Kofaktor $A_{1-1} = \Delta_{1-1}$

$$\Delta_{1-1} = (-1)^{1+1} \begin{bmatrix} e & f \\ h & i \end{bmatrix}$$

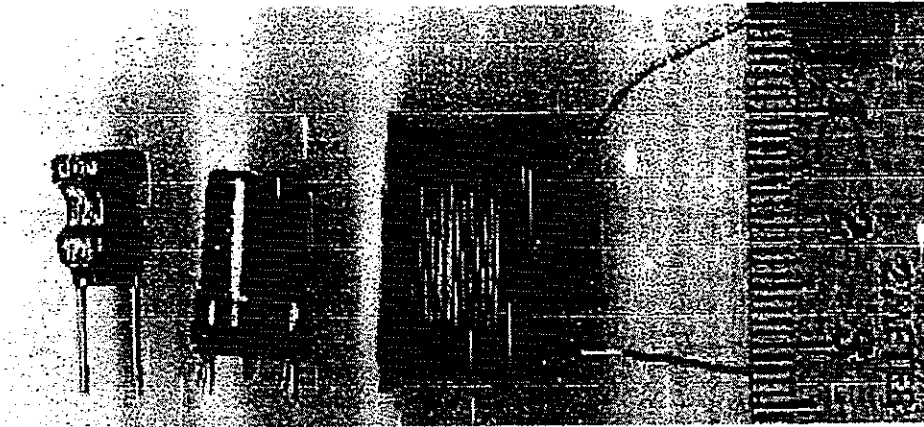
$$= e \cdot i - f \cdot h$$

BAB VI

INDUKTOR DAN KAPASITOR

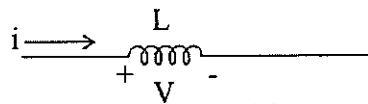
6.1 INDUKTOR

Induktor adalah komponen elektronik pasif yang menyimpan energi dalam bentuk medan magnet. Yaitu dengan kumparan yang terdiri dari beberapa lilitan, sehingga bila dialiri arus kumparan ini akan mengubahnya menjadi medan magnet. Bentuk dari induktor seperti gambar 6.1.



6.1 Bentuk Induktor

Sedangkan pada aplikasinya, induktor dilambangkan sebagai berikut



6.2 Lambang Induktor

Dalam suatu rangkaian tidak ada tegangan antara kedua terminal induktor jika arus yang melalui induktor tersebut tidak berubah terhadap waktu. Karena itu induktor adalah hubungan pendek bagi arus DC. Sebagaimana rumus berikut :

$$V = L \cdot \frac{di}{dt} \quad (6.1)$$

$$i(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t v dt + k \quad (6.2)$$

$$p = v.i = L.i \frac{di}{dt} \quad (6.3)$$

sebagaimana fungsi sebenarnya, induktor menyimpan energi sementara berupa medan magnet yang besarnya seperti rumus berikut.

$$\int_{t_0}^t p dt = L \int_{i(t_0)}^{i(t)} i \frac{di}{dt} dt = L \int_{i(t_0)}^{i(t)} i di = \frac{1}{2} L [\{I(t)\}^2 - \{I(t_0)\}^2] \quad (6.4)$$

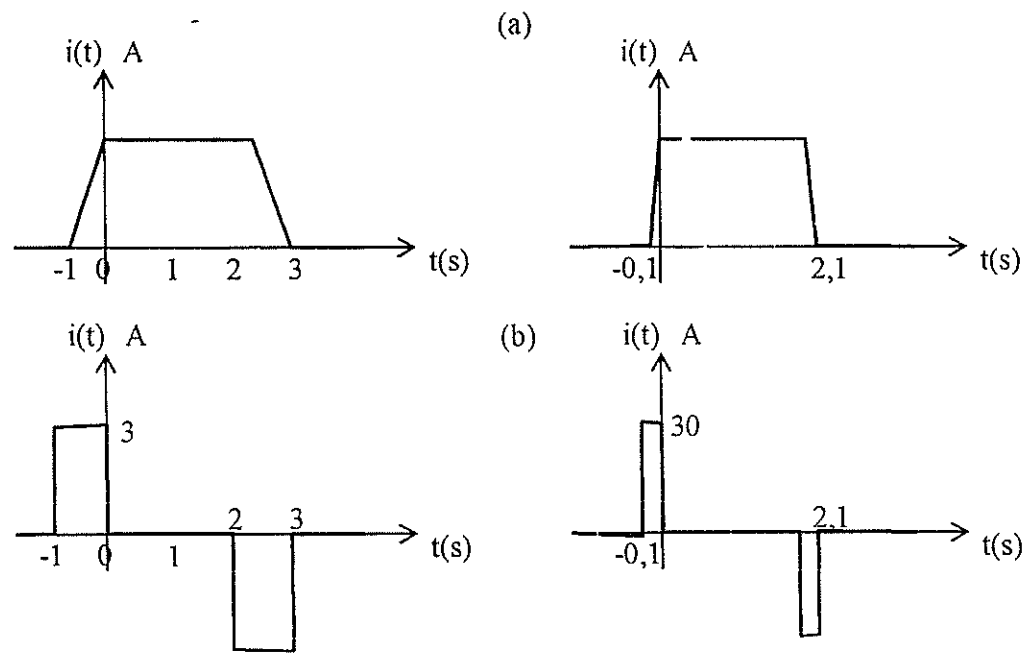
$$W_L(t) - W_L(t_0) = \frac{1}{2} L [\{I(t)\}^2 - \{I(t_0)\}^2] \quad (6.5)$$

Bila t_0 adalah waktu saat $i = 0$, maka :

$$W_L = \frac{1}{2} L i^2 \quad (6.6)$$

Contoh :

Bentuk gelombang arus di dalam sebuah induktor 3H. (a)

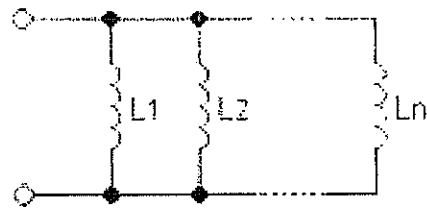


6.3 Bentuk gelombang arus dalam Induktor

Bentuk gelombang tegangan $v = 3 di/dt$ (b)

Rangkaian beberapa induktor akan menghasilkan induktansi yang beragam sesuai susunannya.

Bila susunannya paralel seperti gambar dibawah ini

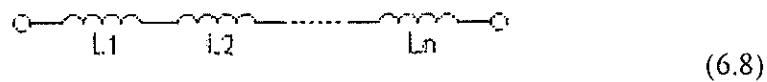


6.4 Induktor yang diparalelkan

maka, induktansinya akan semakin kecil seperti dirumuskan pada persamaan berikut.

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n} \quad (6.7)$$

Sedangkan susunan induktor seri seperti gambar berikut

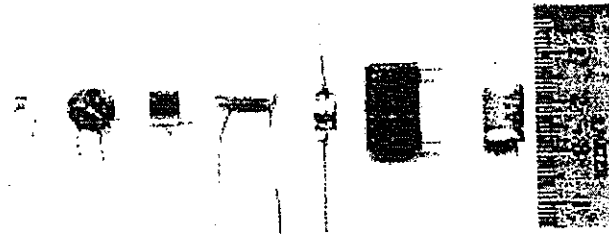


(6.8)

akan memperbesar induktansi. Induktansi totalnya merupakan jumlah masing-masing induktor seperti rumus berikut.

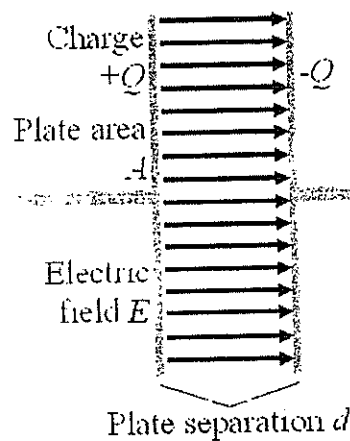
$$L_{eq} = L_1 + L_2 + \dots + L_n \quad (6.9)$$

6.2 KAPASITOR



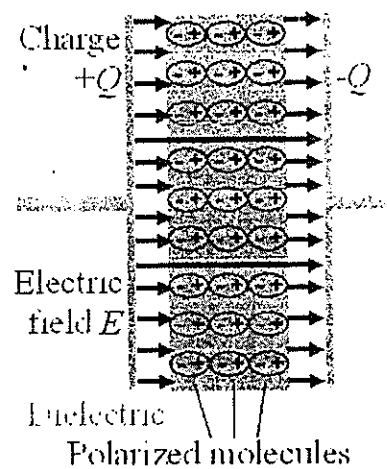
6.5 Bentuk-bentuk Kapasitor

Kapasitor adalah alat komponen pasif pada suatu rangkaian listrik yang menyimpan energi pada medan listrik yang terjadi di antara sepasang keping sejajar. Pada dasarnya bentuk kapasitor adalah seperti gambar 6.6.



6.6 Susunan dasar kapasitor

Seperti gambar 6.6, bila kedua lempeng dihubungkan pada potensial yang berbeda, akan timbul medan listrik diantara keduanya, dan akan seperti gambar berikut.



6.7 Medan listrik pada Kapasitor

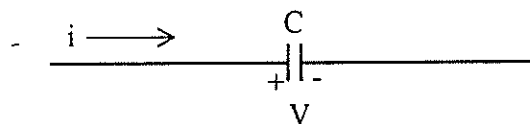
Pada gambar 6.7 nampak bahwa medan listrik diantara kedua lempeng tersebut akan membuat molekul-molekul didalamnya mengarah sesuai medannya.

Suatu kapasitor memiliki kapasitas tertentu. Besar dari kapasitas suatu kapasitor adalah seperti rumus berikut.

$$C = \frac{Q}{V} \quad (6.10)$$

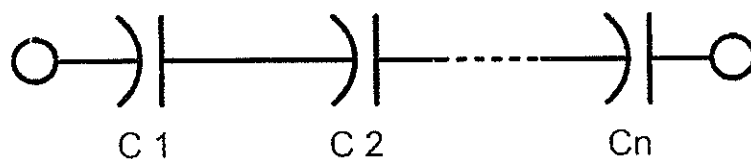
yaitu jumlah muatan (Q) yang disimpan setiap beda potensial (V). Sedangkan satuan kapasitas suatu kapasitor menurut SI adalah farad.

Pada aplikasinya, kapasitor dilambangkan seperti gambar 6.7.



6.7 Lambang Kapasitor

Bila beberapa kapasitor disusun, akan menghasilkan kapasitas yang beragam sesuai susunannya. Misalnya susunan seri seperti gambar 6.8.

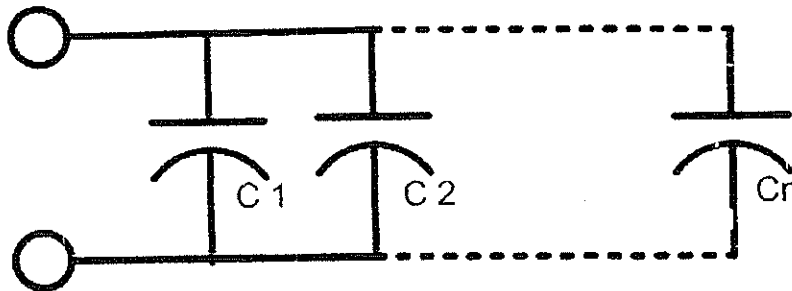


6.8 Kapasitor yang diserikan

maka kapasitas total atau ekivalennya akan mengecil seperti rumus berikut.

$$C_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}} \quad (6.11)$$

sedangkan pada penyusunan kapasitor secara paralel, seperti gambar 6.9.



6.9 Kapasitor yang disusun paralel

kapasitas totalnya adalah jumlah masing-masing kapasitor seperti rumus berikut.

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots + C_n \quad (6.12)$$

Dalam suatu rangkaian, arus yang melalui kapasitor adalah nol jika tegangan yang melintasinya tak berubah terhadap waktu. Karena itu maka kapasitor adalah rangkaian terbuka bagi arus DC. Sebagaimana rumus berikut.

$$i = C \frac{dv}{dt} \quad (6.13)$$

$$V(t) = \frac{1}{C} \int i dt + k \quad (6.14)$$

Seperti pada pengertiannya, kapasitor dapat menyimpan energi. Besarnya energi yang disimpan di dalam medan listriknya dirumuskan sebagai berikut

$$\int_{t_0}^t p dt = C \int_{t_0}^t V \frac{dv}{dt} dt = C \int_{v(t_0)}^{v(t)} V di = \frac{1}{2} C [\{V(t)\}^2 - \{V(t_0)\}^2] \quad (6.15)$$

$$W_C(t) - W_C(t_0) = \frac{1}{2} C [\{V(t)\}^2 - \{V(t_0)\}^2] \quad (6.16)$$

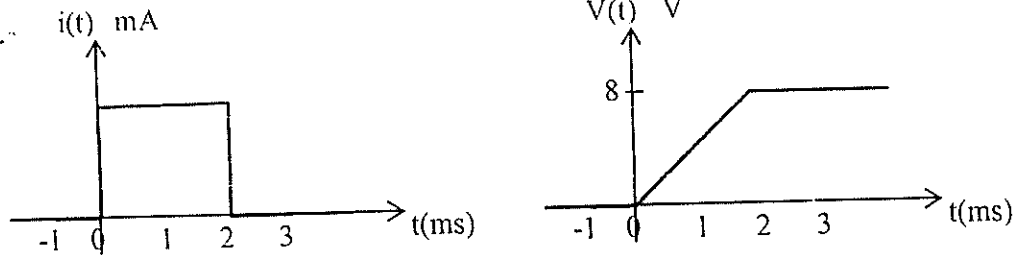
Jika energi nol pada saat t_0 adalah

$$W_C(t) = \frac{1}{2} CV^2 \quad (6.17)$$

Sedangkan besarnya daya yang dihabiskan suatu kapasitor adalah sebagai berikut.

$$p = v i = C V \frac{dv}{dt} \quad (6.18)$$

Bentuk gelombang arus yang diberikan kepada kapasitor $5\mu\text{F}$



Bentuk gelombang tegangan yang dihasilkan

6.3 RANGKAIAN-RANGKAIAN RL DAN RC TANPA SUMBER

Pembatasan \implies rangkaian yang mengandung hanya R dan L atau hanya R dan C tanpa sumber-sumber namun ada energi yang tersimpan di dalam induktor atau kapasitornya.

Respon yang ditimbulkannya dinamai respon alami.

Rangkaian tidak menyimpan energi selamanya, tahanan yang irangkaian dengan L atau C akan mengubah energi menjadi panas, karena respon akan lenyap maka dinamai respon transien (sementara).

RANGKAIAN RL SEDERHANA

$i(t)$ = arus yang berubah-ubah terhadap waktu.

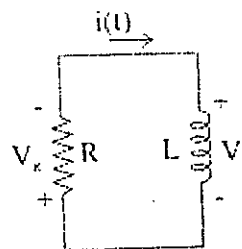
i_0 = i saat $t = 0$, maka

$$V_R + V_L = 0$$

$$R \cdot i + L \frac{di}{dt} = 0$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = 0$$

$$\frac{di}{i} = -\frac{R}{L} dt$$



6.10 Rangkaian RL tanpa sumber

$$\int_{I_0}^{i(t)} \frac{di}{i} = \int_0^t -\frac{R}{L} dt \quad \text{sehingga} \quad \ln i \Big|_{I_0}^t = -\frac{R}{L} t \Big|_0^t$$

$$\ln i - \ln I_0 = -\frac{R}{L} (t-0)$$

$$i(t) = I_0 e^{-2Rt/L}$$

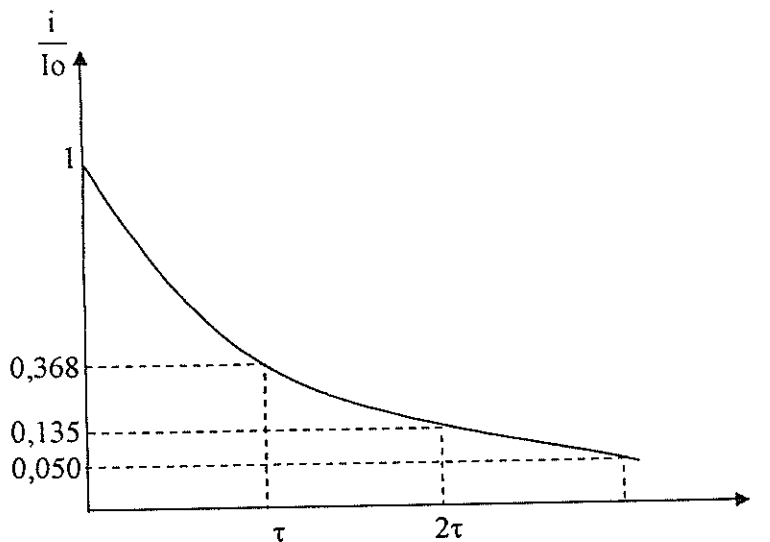
Daya yang hilang di dalam rangkaian adalah :

$$P_R = i^2 R = I_0^2 R e^{-2Rt/L}$$

Maka energi total yang diubah menjadi panas di dalam tahanan :

$$\begin{aligned} W_R &= \int_0^{\infty} P_R dt = I_0^2 R \int_0^{\infty} e^{-2Rt/L} dt \\ &= I_0^2 R \left[-\frac{L}{2R} \right] e^{-2Rt/L} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{2} L I_0^2 \end{aligned} \quad (6.19)$$

SIFAT RESPON DALAM RANGKAIAN RL SERI



6.11 Respon rangkaian RL seri

$$i(t) = I_0 e^{-Rt/L}$$

Pada saat $t = 0 \implies i(t) = I_0$

Grafik \implies bentuk eksponensial menurun

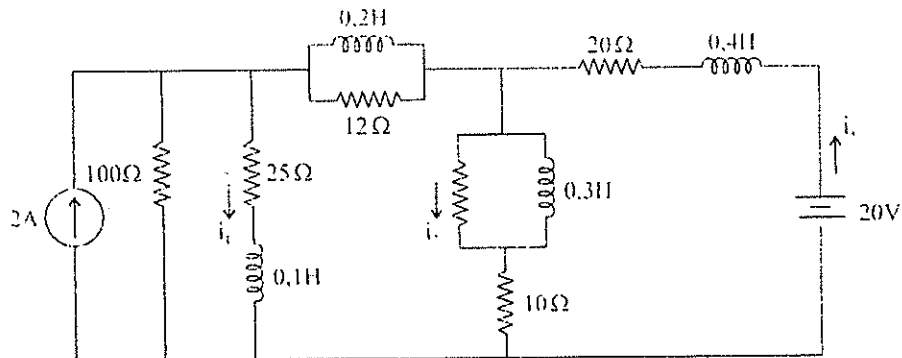
Bila $\tau = L/R =$ Konstanta waktu, saat $t = \tau$

Maka harga $\frac{i(\tau)}{I_0} = e^{-1} = 0,368$

Atau dalam satu konstanta waktu maka respon telah turun 36,8% dari harga semula.

Contoh soal

1. Untuk rangkaian di bawah ini carilah i_1, i_2, i_3 .



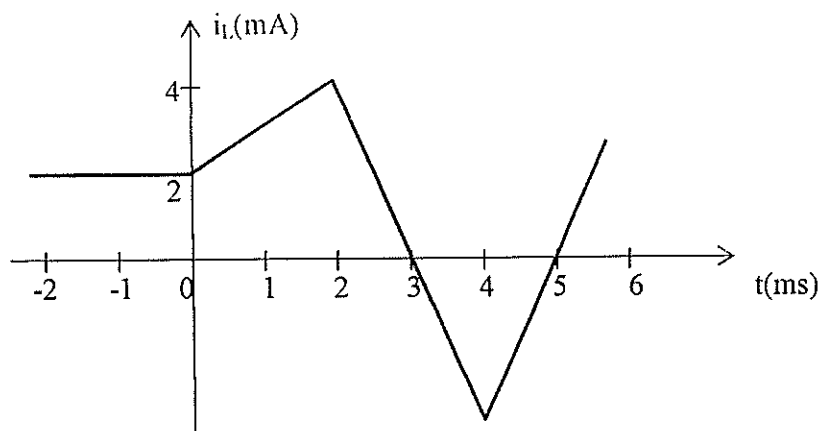
2. Untuk grafik berikut, carilah $V_1(t)$ pada saat :

$$t = 1$$

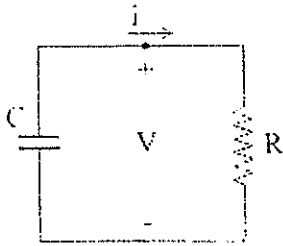
$$t = 3$$

$$t = 5$$

bila $L = 40\text{mH}$



RANGKAIAN RC SEDERHANA



Kita anggap ada energi awal yang tersimpan dalam kapasitor

$$V(0) = V_0$$

Arus total yang meninggalkan simpul = 0

$$C \frac{dv}{dt} + \frac{V}{R} = 0$$

6.12 Rangkaian RC tanpa sumber

Pembagian dengan C mendapatkan

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{RC} = 0$$

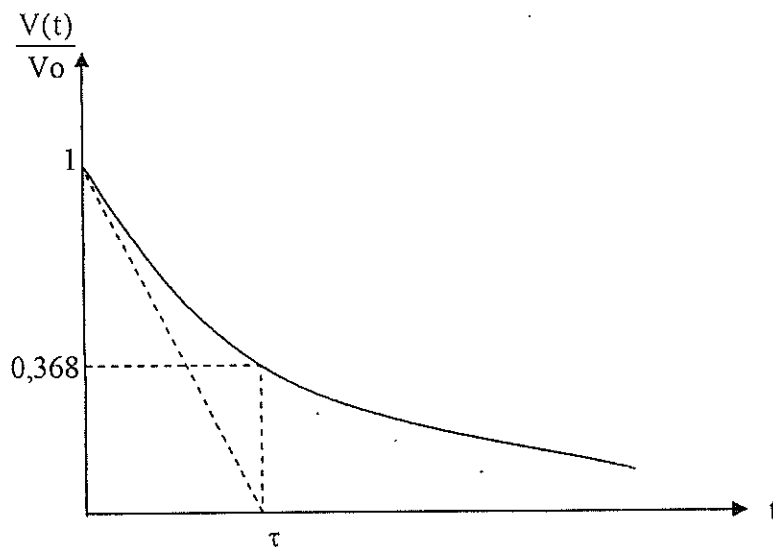
$$\frac{dv}{v} = -\frac{1}{RC} dt$$

$$\int_{v_0}^{v(t)} \frac{dv}{v} = \int_0^t -\frac{1}{RC} dt \quad \text{sehingga} \quad \ln v \Big|_{v_0}^t = -\frac{R}{C} t \Big|_0^t$$

$$\ln v - \ln v_0 = -\frac{1}{RC} (t - 0)$$

$$V(t) = V_0 e^{-t/RC} \quad (6.20)$$

Bila $\tau = RC$; $\frac{\tau}{RC} = 1$



6.13 Respon RC seri

Harga-harga yang lebih besar dari R dan C memberi konstanta waktu yang lebih besar dan energi yang tersimpan akan hilang lebih lambat. Jadi perlu waktu yang lebih panjang untuk mengubah energi yang tersimpan menjadi panas.

BAB VII

PENERAPAN FUNGSI PEMAKSA

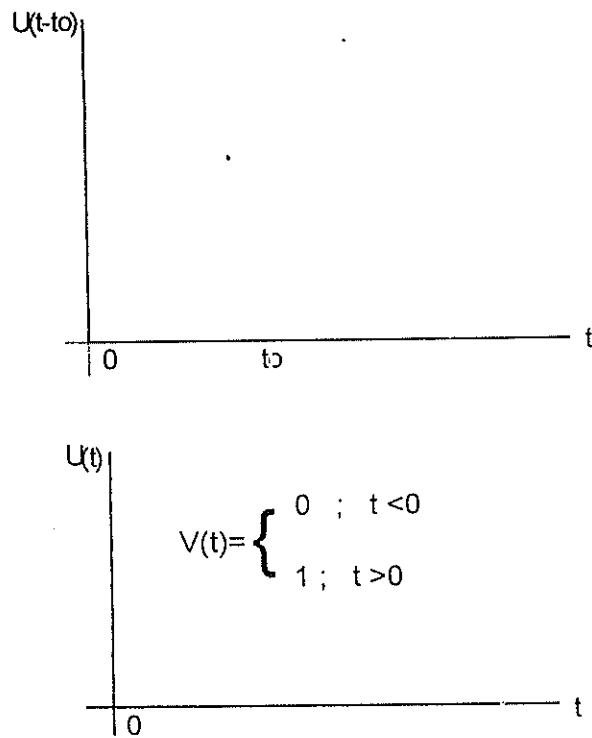
TANGGA SATUAN DALAM RANGKAIAN RL & RC

Kita telah memecahkan soal-soal dimana sumber energi tiba-tiba dipindahkan dari rangkaian. Saat ini kita mencari respon bila sumber energi tiba-tiba diterapkan pada suatu rangkaian (sumber yang dipakai adalah sumber DC)

7.1 Fungsi Pemaksa Tangga Satuan (UNIT-STEP FORCING FORCION)

Setelah dilakukan pembahasan mengenai tanggapan rangkaian tanpa sumber bebas, maka dalam bagian ini akan dibahas tanggapan rangkaian yang mempunyai sumber bebas dari luar. Sumber bebas yang diterapkan pada rangkaian ini untuk sementara dibatasi hanya berupa sumber DC, Dalam rangkaian tanpa sumber bebas, Sebenarnya juga diterapkan sumber bebas dari luar, tetapi pada saat $t = 0$ diputus secara tiba-tiba, hal ini dimaksudkan untuk membuat kondisi awal pada rangkaian. Kebalikan dari hal tersebut, pada rangkaian yang akan dibahas pada bagian ini, sumber bebas justru diterapkan secara tiba-tiba, meskipun begitu, tidak berarti bahwa anggapan sebelumnya mengenai kondisi awal dalam rangkaian ditiadakan, karena penerapan sumber bebas tidak harus dilakukan pada saat $t = 0$, sumber bebas bisa diterapkan dalam rangkaian yang sedang mengalami masa transien. Oleh karena itu saat dimulainya penerapan sumber bebas ini dinamakan fungsi pemaksa (*forcing function*) adalah karena sumber bebas ini akan mempengaruhi tanggapan rangkaian yang sebelumnya hanya tergantung pada komponen-komponen di dalamnya. Dapat dikatakan bahwa, seolah-olah sumber bebas dari luar ini akan memaksa rangkaian untuk tidak hanya bergantung pada karakteristik alaminya.

Jadi, Fungsi Pemaksa Tangga Satuan adalah sebuah fungsi yang sama dengan nol bila semua harga argumennya < 0 dan sama dengan satu bila semua harga argumennya positif.



Gambar 7.1 Fungsi tangga satuan

$$V(t-t_0)$$

0 jika $t < t_0$

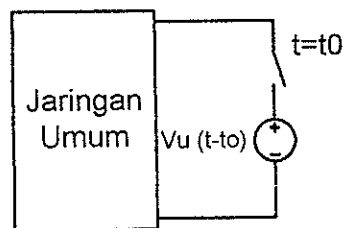
1 jika $t > t_0$

$(t-t_0) \rightarrow$ argumen

(7.1)

Nilai di $t = t_0$ tidak terdefinisi karena terjadi diskontinuitas saat pemindahan kedudukan kontak.

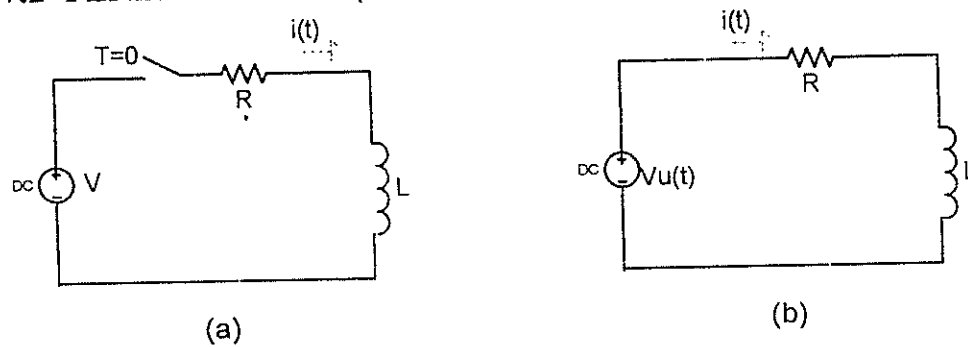
Ekivalen sebuah fungsi pemaksa tangga satuan adalah sebuah kontak (sakelar) yang seri dengan sebuah baterai.



$V(t-t_0) \Rightarrow$ tidak berdimensi, maka perlu dikalikan dengan suatu tegangan konstan V

$$V_u(t-t_0) = \begin{cases} 0, & t_0 < 0 & (t < t_0) \\ V, & t_0 > 0 & (t > t_0) \end{cases} \quad (7.2)$$

7.2 PENERAPAN FUNGSI PADA RANGKAIAN RL



Gambar 7.2 Rangkaian RL dengan sumber fungsi tangga satuan

Gambar (b) menurut Hukumtegangan Kirchoff :

$$Ri + L \frac{di}{dt} = VU(t), \quad \text{ditinjau penyelesaian untuk } t < 0 \text{ dan } t > 0$$

Pemakaian tegangan nol sejak $t = -\infty$ tidak menghasilkan suatu respons, maka

$$I(t)=0, \quad t < 0$$

Untuk $t > 0$ maka $u(t)$ adalah satu satuan, dengan demikian

$$Ri + L \frac{di}{dt} = V$$

$$\frac{Ldi}{V - Ri} \cdot dt \quad \Leftrightarrow \quad \int \frac{Ldi}{V - Ri} = \int dt$$

$$\text{dihasilkan } -\frac{L}{R} \ln(V - Ri) = t + k$$

dengan mengambil $i = 0$ saat $t = 0$ didapatkan \Rightarrow dihasilkan $-\frac{L}{R} \ln V = k$

$$i(0^-) = 0$$

$$i(0^+) = 0$$

$$\frac{V - Ri}{V} = e^{-Rt/L}$$

$$i = \frac{V}{R} - \frac{V}{R} e^{-Rt/L} \quad t > 0$$

Jadi ungkapan untuk respons yang berlaku untuk seluruh waktu t

$$i(t) = \left(\frac{V}{R} - \frac{V}{R} e^{-Rt/L} \right) u(t) \quad (7.3)$$

Assumsi lain untuk rangkaian pada gambar (b) di atas, jika tanggapan yang diinginkan adalah arus $i(t)$, maka arus ini merupakan penjumlahan arus alami I_n dan arus paksa I_f , yaitu :

$$i(t) = I_n + I_f$$

Sehingga tanggapan alaminya adalah :

$$i_n = A e^{-\frac{Rt}{L}} \quad (7.4)$$

Untuk sumber bebas yang ditetapkan adalah konstan untuk semua harga waktu t , maka tanggapan paksa juga konstan. Setelah tanggapan alami hilang, maka induktor berlaku sebagai penghubung pendek. Hal itu berarti tidak ada tanggapan yang melintasi induktor, dan tegangan hanya melintasi resistor saja sehingga :

$$I_f = \frac{V}{R}$$

Sehingga, I_n dan I_f disubsitusikan :

$$I = A e^{-\frac{Rt}{L}} + \frac{V}{R} \quad (7.5)$$

Untuk menghitung A , harus diperhatikan kondisi awal rangkaian dengan sumber bebasnya. Pada saat $t=0$, ujung resistor yang tidak terhubung ke induktor masih terhubung pendek ke titik simpul rangkaian ($i=0$), arus ini tidak akan berubah dengan segera dan masih tetap sampai $t=0$, jadi :

$$0 = A + \frac{V}{R}$$

Atau

$$A = -\frac{V}{R}$$

Sehingga tanggapan lengkap rangkaian adalah :

$$I = -\frac{V}{R} e^{-\frac{Rt}{L}} + \frac{V}{R} \quad (7.6)$$

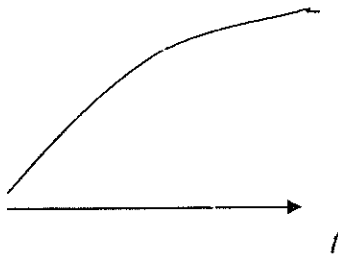
Hasilnya sama dengan perhitungan sebelumnya, jadi :

Respon merupakan jumlah dua suku

$\frac{V}{R} e^{-Rt/L}$ \Rightarrow respon alami, mendekati nol sewaktu energi lambat laun menghilang

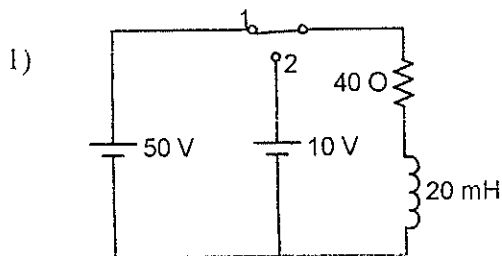
$\frac{V}{R}$ \rightarrow respons paksaan, respon yang bersumber pada fungsi pemaksa (*periode* tunak / steady state). Ini adalah respons yang akan ada untuk waktu yang lama setelah kontak ditutup.

$$i = i_n + i_f \quad (7.7)$$



Respons merupakan jumlah dua suku, dimana satu suku mempunyai bentuk fungsi yang identik dengan suku yang diberikan oleh respons tanpa sumber, tapi mempunyai amplitudo yang tergantung pada fungsi pemaksa.

Contoh soal:



Saklar telah berada pada posisi 1 untuk waktu yang lama, kemudian dipindahkan ke posisi 2 saat $t = 0$, tentukan : i untuk $t > 0$

Jawab:

$$i = i_n + i_f$$

$$i_n = A e^{-t/\tau}$$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{20 \cdot 10^{-3}}{40} = \frac{1}{2000} \text{ detik}$$

$$i(t) = A e^{-t/\tau}, \quad t > 0 \quad i(0^-) = A e^{2000t}$$

Saat saklar dipindah ke posisi 2

$$i_f = \frac{10}{40} = 0,25 \text{ A}$$

$$\text{Maka } i(t) = A e^{-t/\tau} = 0,25$$

Untuk mendapatkan A, kita harus mendapatkan arus awal dari induktor

$$i(0^-) = 50/40 = 1,25 \text{ A}$$

Dalam induktor arus tidak dapat berubah segera, jadi $i(0^+) = i(0^-)$

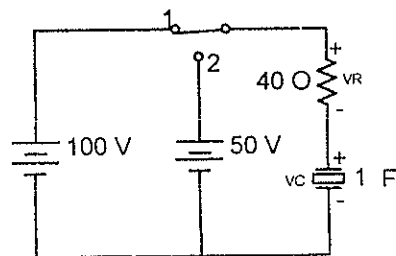
sehingga saat $t = 0^+$:

$$1,25 \text{ A} = 0,25$$

A = 1 Ampere

$$\text{Maka untuk } t > 0 \rightarrow i = 1 \cdot e^{-2000t} + 0,25$$

2)



Tentukan V_C untuk $t > 0$

Jawab :

$V_C = V_{CN} + V_{CF} \rightarrow$ posisi sakelar di nomor 2

$$\tau = RC = 5 \cdot 10^{-3} \quad V_{CF} = -50 \text{ V}$$

$$V_{CN} = A e^{-2000t}$$

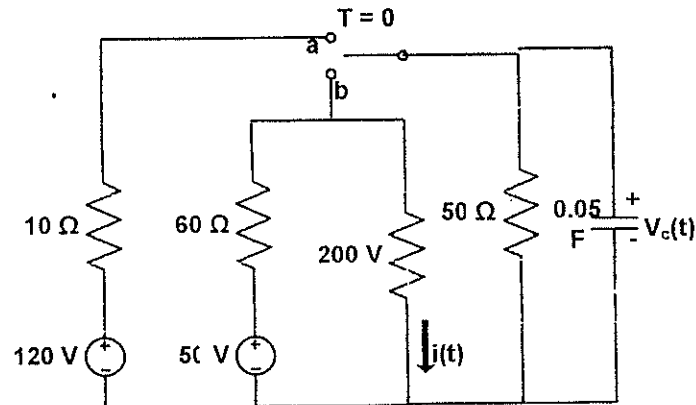
$$\text{maka : } V_C = A e^{-2000t} - 50 \text{ V}$$

Untuk $V(0^+) = 100 \text{ V}$, maka saat $t = 0$

$$100 = A - 50, \quad A = 150 \text{ V}$$

$$V_C = 150 e^{-2000t} - 50 \text{ (V)}, \quad t > 0$$

7.3 PENERAPAN FUNGSI PADA RANGKAIAN RC



Gambar 7.3 Gambar sebuah rangkaian RC dimana respon lengkap V_c dan I di dapat dengan menambahkan respon paksaan dan respon alami.

Pada rangkaian tersebut, respon paksaan disebabkan oleh sumber 120 V. Kita ditanyakan $V_c(t)$, sehingga kita mulai mencari respon paksaan ini sebelum $t = 0$ ketika kontak penghubung ada pada posisi (a). tegangan dalam seluruh rangkaian semua konstan, sehingga tidak ada arus melalui kapasitor. Pembagian tegangan sederhana memberikan tegangan awal :

$$V_C(0) = \frac{50}{50+10} 120 = 100$$

Karena tegangan kapasitor tidak dapat berubah segera, maka tegangan ini berlaku juga pada $t=0^-$ dan $t=0^+$

Kontak penghubung sekarang dilempar ke (b) dan respon lengkap adalah :

$$V_C = V_{CF} + V_{CN} \quad (7.8)$$

Bentuk respon alami didapat dengan mengganti sumber 50 V dengan sebuah hubung pendek dan dengan menghitung tahanan ekivalen.

$$V_{CN} = A e^{-\frac{R}{Req.C} t} \quad (7.9)$$

$$R_{EQ} = \frac{1}{\frac{1}{50} + \frac{1}{200} + \frac{1}{60}} = 24$$

$$V_{CN} = Ae^{-\frac{t}{1.2}} \quad (7.10)$$

Untuk menghitung respon paksaan bila kontak penghubung berada di (b), kita tunggu sampai semua tegangan dan arus telah berhenti berubah, jadi diperlakukan kapasitor sebagai rangkaian terbuka, dan menggunakan pembagi tegangan sekali lagi,

$$V_{CF} = \frac{\frac{(50)(200)}{(50+200)}}{60 + \frac{(50)(200)}{(50+200)}} 50 = 20$$

Jadi,

$$V_C = 20 + Ae^{-\frac{t}{1.2}}$$

Dan dari syarat awal yang sudah didapat,

$$100 = 20 + A$$

Atau,

$$V_c = 20 + 80e^{-\frac{t}{1.2}}$$

Bila saklar penghubung ada pada posisi (b), respons paksaan arus ini sekarang menjadi,

$$I_F = \frac{50}{60 + \frac{(50)(200)}{50+200}} \frac{50}{(50+200)} = 0.1$$

Bentuk respon alami ini sama seperti yang telah kita tentukan untuk rangkaian kapasitor,

$$I_N = Ae^{-\frac{t}{1.2}} \quad (7.11)$$

Dengan mengkombinasikan respon alami dan paksaan, kita dapatkan

$$I = 0.1 + Ae^{-\frac{t}{1.2}} \quad (7.12)$$

Karena $V_c(0^+) = 100$ V, dan karena kapasitor adalah paralel dengan tahanan 200 Ω , maka kita dapatkan $I(0^+) = 0.5$ A sedangkan $A = 0.4$ sehingga:

$$I(t) = 0,192 \quad t < 0$$

$$I(t) = 0,1 + 0,4e^{-1,2t} \quad t > 0$$

$$I(t) = 0,192 + (-0,092 + 0,4e^{-1,2t}) u(t) \text{ A}$$

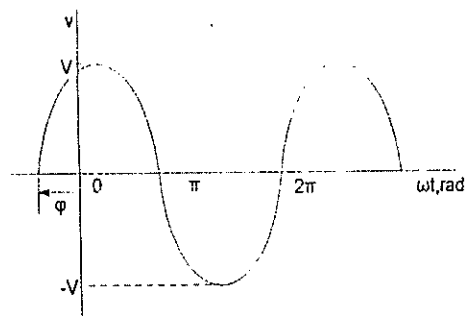
Maka respons lengkap untuk semua t dapat dituliskan dengan singkat menggunakan $U(-t)$, yang sama dengan satu satuan untuk $t < 0$ dan 0 untuk $t > 0$. Jadi,

$$I(t) = 0,192 u(-t) + (0,1 + 0,4 e^{-1,2t}) u(t) \text{ A}$$

BAB VIII ANALISIS RANGKAIAN SINUSOIDA

Pada bab ini akan dibahas mengenai respons keadaan tunak dan rangkaian-rangkaian yang digerakkan oleh sumber yang berbentuk sinus. Dalam hal tersebut respons juga akan berbentuk sinus. Pada sebuah rangkaian linear, anggapan sebuah sumber berbentuk sinus tidak menunjukkan pembatasan yang nyata, sebab setiap sumber periodic dapat digantikan oleh sebuah kombinasi pengganti (deret Fourier) dari bentuk-bentuk sinus.

8.1 Tegangan dan Arus Sinusoida



Gambar 8.1 Gelombang tegangan sinus

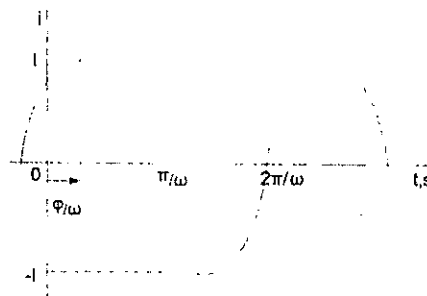
Tinjaulah sebuah gelombang tegangan sinus di samping, di mana nilai maksimumnya adalah V dan di mana φ yakni sudut fasa (phase angle) adalah fase gelombang pada $t = 0$. Fungsi tersebut dapat dituliskan:

$$v = V \sin(\omega t + \varphi) \quad \text{atau} \quad v = V \cos(\omega t + \varphi - 90^\circ) \quad (8.1)$$

kita biasanya akan menganggap ωt dinyatakan dalam radian dan φ dalam derajat. Frekuensi gelombang f dalam Hz dan periode T dalam s, diberikan oleh;

$$f = 1/T = \omega / 2\pi \quad (8.2)$$

dimana ω adalah dalam rad/s^2 .



Gambar 8.2 Gelombang arus

Sedangkan suatu arus gelombang diperlihatkan pada gambar di samping, di mana variable bebasnya adalah waktu t .

$$I = I \cos(\omega t - \varphi) \quad \text{atau} \quad I = I \sin(\omega t - \varphi + 90^\circ) \quad (8.3)$$

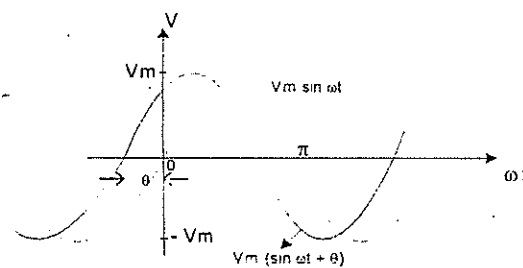
Analisis rangkaian-rangkaian yang digerakkan oleh sumber-sumber berbentuk sinus, rangkaian dalam keadaan steady state.

Contoh sebuah tegangan yang berubah secara sinusoida:

$$V(t) = V_m \sin \omega t \quad (8.4)$$

Dibandingkan dengan:

$$V(t) = V_m \sin(\omega t + \theta) \quad (8.5)$$



Gambar 8.3 Tegangan yang berubah secara sinusoida

Dimana:

V_m = amplitudo

ωt
 $\omega t + \theta$ } argumen

ω = frekuensi radian / frekuensi sudut

$$= 2 \pi f$$

Dikatakan bahwa $V_m \sin(\omega t + \theta)$ mendahului $V_m \sin \omega t$ dengan θ radian atau $V_m \sin \omega t$ tertinggal terhadap $V_m \sin(\omega t + \theta)$ sebesar θ radian.

Syarat membandingkan fase dua buah gelombang:

- keduanya harus ditulis sebagai gelombang sinus atau keduanya merupakan gelombang cosinus
- kedua gelombang harus ditulis dengan amplitudo positif atau negatif saja
- frekuensinya sama

Contoh:

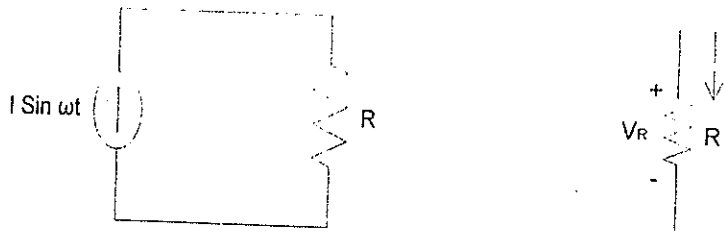
$$V_1 = V_{m1} \sin(5t - 30^\circ)$$

$$V_2 = V_{m2} \cos(5t + \pi^p) = V_{m2} \sin(5t + 10^\circ + 90^\circ)$$

maka dikatakan bahwa V_2 mendahului V_1 dengan 30°

8.2 Respons Elemen R, L, C Terhadap Sumber Sinusoidal

8.2.1 Respons elemen R



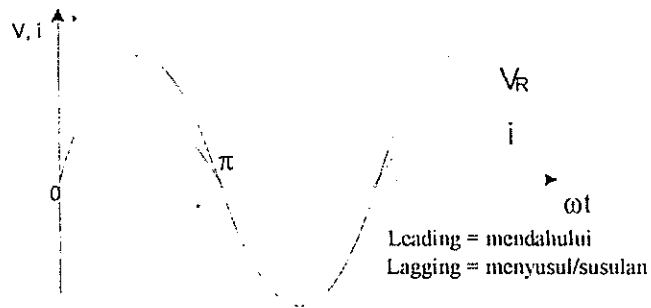
Gambar 8.4 Sumber arus dan R

Apabila $I = I \sin \omega t$ (8.6)

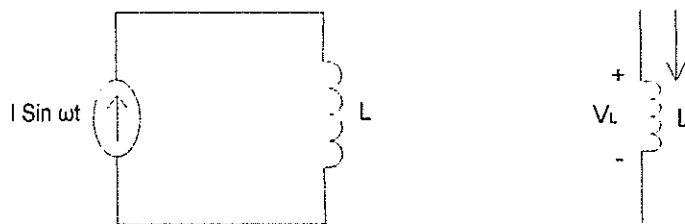
$$V_R = R I \sin \omega t$$
 (8.7)

karena R adalah waktu konstanta maka antara I dan V_R adalah sefasa

Untuk grafiknya dapat dilihat pada kurva di bawah ini :

Gambar 8.5 Grafik I dan V_R

8.2.2 Respons elemen L

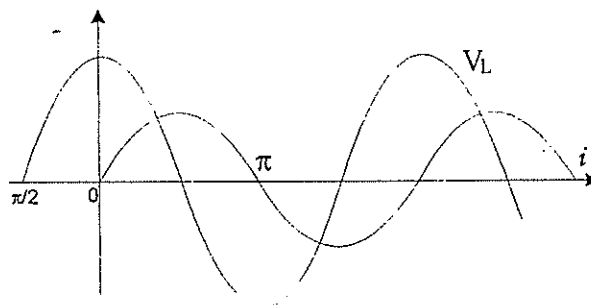


Gambar 8.6 Sumber arus dan L

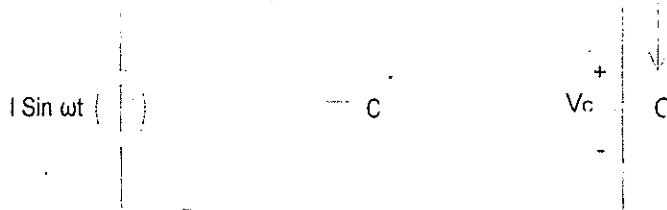
Apabila $I = I \sin \omega t$

$$\begin{aligned}
 V_L &= L \frac{di}{dt} = L \frac{d}{dt} I \sin \omega t \\
 &= \omega L I \cos \omega t = \omega L I \sin (\omega t + 90^\circ)
 \end{aligned}
 \tag{8.8}$$

Dari persamaan arus dan tegangan dapat diketahui arus tertinggal 90° dari tegangan. Sehingga grafiknya dapat dilukiskan sebagai berikut :

Gambar 8.7 Grafik V_L dan i

8.2.3 Respons elemen C



Gambar 8.8 Sumber arus dan C

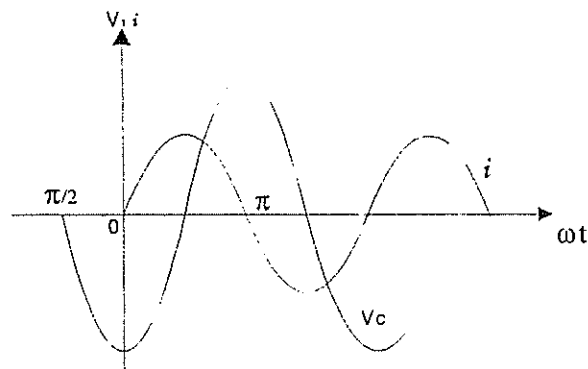
Apabila $I = I \sin \omega t$

$$V_c = \frac{1}{C} \int i dt = \frac{1}{C} \int I \sin \omega t$$

$$= -\frac{1}{\omega C} I \cos \omega t \quad \text{Tegangan tertinggal } 90^\circ \text{ dari arus}$$

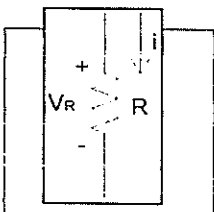
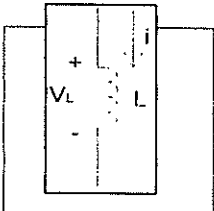
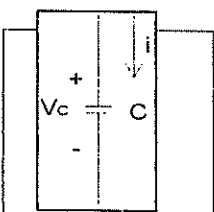
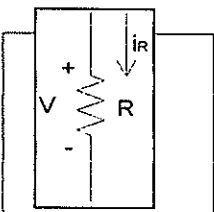
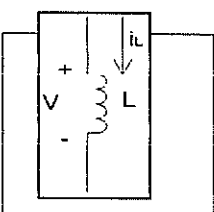
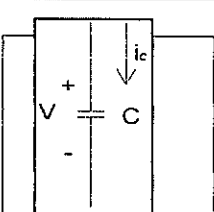
$$V_c = +\frac{1}{\omega C} \sin (\omega t - 90^\circ) \quad (8.9)$$

Dari persamaan arus dan tegangan di atas dapat diketahui bahwa tegangan tertinggal 90° dari arus. (V_c tertinggal 90° terhadap I). Dan kurvanya dapat terlihat seperti :



Gambar 8.9 Grafik i dan V_c

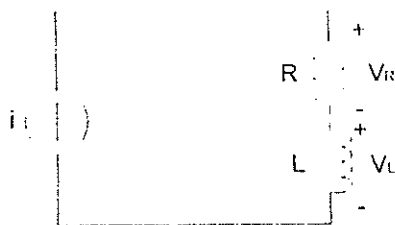
Elemen yang dapat diperlihatkan respons-responsnya pada arus dan tegangan sinusoida antara lain :

	$I = I \sin \omega t$	$I = I \cos \omega t$
	$V_R = R I \sin \omega t$	$V_R = R I \cos \omega t$
	$V_L = \omega L I \sin (\omega t + 90^\circ)$	$V_L = \omega L I \cos (\omega t + 90^\circ)$
	$V_C = \frac{I}{\omega C} \sin (\omega t - 90^\circ)$	$V_C = \frac{I}{\omega C} \cos (\omega t - 90^\circ)$
	$V = V \sin \omega t$	$V = V \cos \omega t$
	$i_R = \frac{V}{R} \sin \omega t$	$i_R = \frac{V}{R} \cos \omega t$
	$i_L = \frac{V}{\omega L} \sin (\omega t - 90^\circ)$	$i_L = \frac{V}{\omega L} \cos (\omega t - 90^\circ)$
	$i_C = \omega C V \sin (\omega t + 90^\circ)$	$i_C = \omega C V \cos (\omega t + 90^\circ)$

Gambar 8.10 Respon arus dan tegangan sinusoida

8.3 Respons Sinusoida RI Dan Rc Seri

8.3.1 Respons rangkaian RL



Gambar 8.11 Sumber arus dan RL

Jika arus terpasang $i = I \sin \omega t$, maka $V = ?$

$$V = V_R + V_L$$

$$V_R = R i = R I \sin \omega t$$

$$V_L = \omega L I \sin (\omega t + 90^\circ)$$

$$V = R I \sin \omega t + \omega L I \sin (\omega t + 90^\circ) \quad (8.10)$$

$$\text{Dianggap bahwa } V = V \sin (\omega t + \theta) = V \sin \omega t \cos \theta + V \cos \omega t \sin \theta \quad (8.11)$$

$$\text{Dari (8.10) didapat } V = R I \sin \omega t + \omega L I \sin \omega t \cos 90^\circ + \omega L I \cos \omega t \sin 90^\circ$$

Dengan menyamakan koefisien (1) dan (2) didapat:

$$V \sin \theta = \omega L I \text{ dan } V \cos \theta = R I \quad (8.12)$$

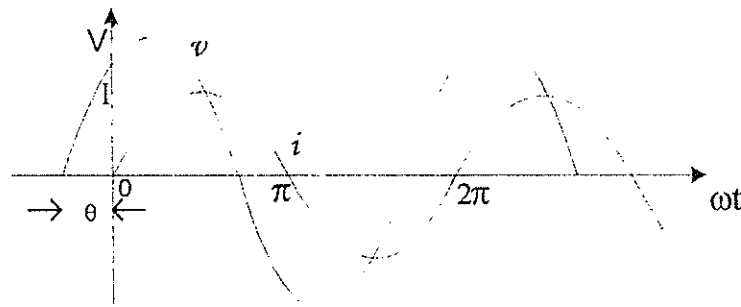
Sehingga,

$$(V \sin \theta)^2 + (V \cos \theta)^2 = R^2 I^2 + \omega^2 L^2 I^2$$

$$V^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = R^2 I^2 + \omega^2 L^2 I^2$$

$$V = I \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}, \quad \theta = \arctan \frac{\omega L}{R}$$

$$V = I \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \sin (\omega t + \theta) \quad (8.13)$$

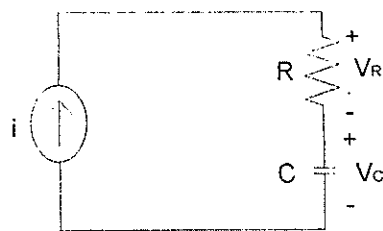
Gambar 8.12 Grafik i dan v

Jika tegangan yang terpasang adalah $V = V \sin \omega t$ maka,

$$i = \frac{V}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \sin(\omega t - \theta) \quad (8.14)$$

$\therefore i$ tertinggal dari V sejauh $\theta = \arctan \frac{\omega L}{R}$

8.3.1 Respons rangkaian RC



Gambar 8.13 Sumber arus dan RC

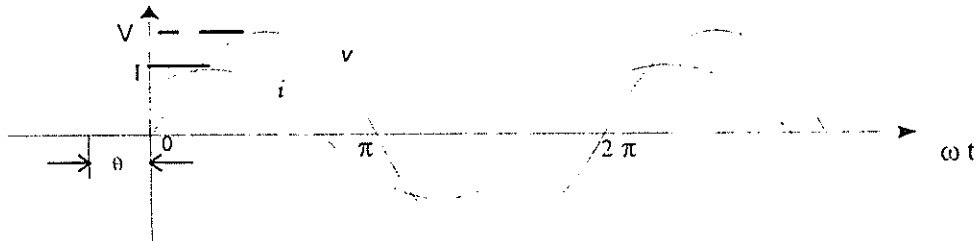
Untuk rangkaian RC seri dengan arus terpasang $i = I \sin \omega t$ maka

$$V = I \sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2} \sin(\omega t - \theta) \quad (8.15)$$

atau untuk sebuah tegangan terpasang $v = v \sin \omega t$ maka

$$i = \frac{V}{\sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}} \sin(\omega t + \theta) \quad (8.16)$$

i mendahului v sejauh $\theta = \arctan(1/\omega CR)$. Hal ini dapat dilihat dalam grafik berikut :



Gambar 8.14 Grafik i dan v