

BUKU AJAR

MANAGEMENT INDUSTRI



Disusun oleh:
Dr. Ir. Abdullah

LPT-POSTER-1999
No. Daft: 0146/BA/FT/C
Tgl. : 16-7-'89

JURUSAN TEKNIK KIMIA, FAKULTAS TEKNIK
UNIVERSITAS DIPONEGORO

2007

KATA PENGANTAR

Dengan mengucapkan syukur kepada Allah SWT telah dapat disusun Buku Ajar Menegemen Industri dengan tujuan memudahkan dan meringankan mahasiswa dalam mengikuti dan mempelajari mata kuliah Menegemen Industri yang diberikan di semester enam pada Jurusan Teknik Kimia Fakultas Teknik Universitas Diponegoro.

Buku Ajar ini berisi tentang modal, biaya, aliran kas, bunga, beberapa teknik analisa, pengendalian persediaan dan program linier. Untuk itu segala kritik dan saran dari semua pihak diharapkan untuk perbaikan dan penyempurnaan buku ini karena disusun dalam waktu yang relatif singkat.

Akhirnya penulis menyampaikan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dalam penyusunan buku ajar ini, semoga dapat dimanfaatkan bagi semua yang membacanya.

Semarang, Desember 2007

Penyusun

4.2	Analisa Rate of Return (ROR)	31
4.3	Analisa Break Even dan Kepekaan	35
4.3.1	Analisa Break Even Dua Alternatif	36
4.3.2	Analisa Kepekaan (Sensitivity Analysis)	38
5. PENGENDALIAN PERSEDIAAN		40
5.1	Pendahuluan	41
5.2	Pengendalian Persediaan Sederhana	41
5.3	Pengendalian Persediaan Produk	43
5.4	Pengendalian Persediaan Khusus	45
5.5	Pengendalian Persediaan Banyak Jenis Barang Dgn Konstrain	48
6. LINEAR PROGRAMING		51
6.1	Persoalan Maksimasi	52
6.2	Persoalan Minimasi	56
6.3	Masalah Transportasi	60

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

Tabel Bunga

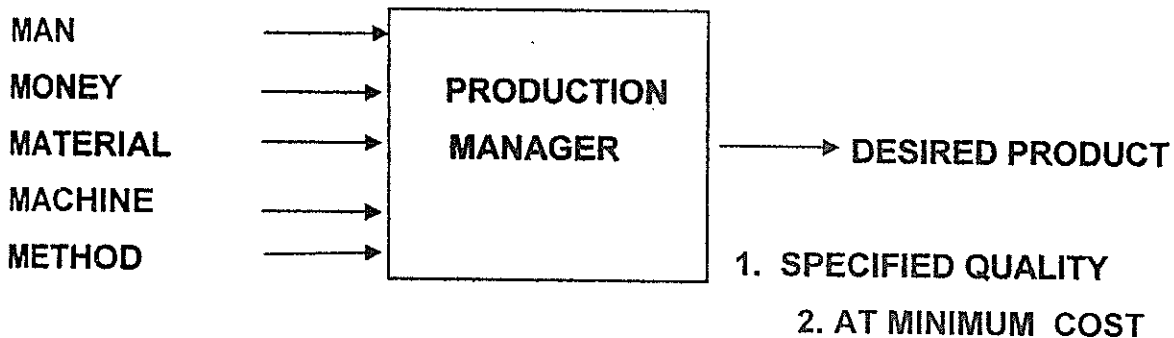
DAFTAR ISI

	Halaman
KATA PENGANTAR	ii
DAFTAR ISI	iii
1. EFISIENSI, BIAYA DAN MODAL	1
1.1 Efisiensi	1
1.2 Biaya	3
1.3 Modal	3
2. TEKNIK DASAR PENGAMBILAN KEPUTUSAN	4
2.1 Teknik Pengambilan Keputusan	4
2.2 Cash Flow (Aliran Kas)	6
2.3 Menghitung Cash Flow	7
3. INTEREST (BUNGA)	9
3.1 Rumus-rumus Interest	9
3.2 Suku Bunga Nominal dan Effektif	15
4. TEKNIK ANALISA	22
4.1 Analisa Cash Flow Tahunan	22
4.1.1 Perhitungan – perhitungan Cash Flow Tahunan	22
4.1.2 Treatment Terhadap Nilai Sisa (Salvage Value)	23
4.1.3 Kriteria Analisa Cash Flow Tahunan	25
4.1.4 Periode Analisa	27
4.1.5 Periode Analisa Sama Dengan Masa Guna dari Alternatif	28
4.1.6 Periode Analisa Sama Dengan Kelipatan Masa Guna dari Alternatif	28
4.1.7 Periode Analisa dari Suatu Kebutuhan yang Kontinu	28
4.1.8 Periode Analisa Tak Berhingga (Tak Terbatas)	29

I. EFISIENSI, BIAYA DAN MODAL

PRODUCTION MANAGER (PM):

ARE RESPONSIBILITY FOR TRANSFORMING INPUT RESOURCES INTO DESIRED OUTPUT OF SOME SPECIFIED QUALITY AT MINIMUM COST



UNTUK MENCAPAI TUJUAN HARUS DIADAKAN EFFISIENSI SEMUA SUMBER DAYA. Pada manajemen produksi akan dipelajari cara – cara memperoleh efisiensi ekonomis dari pemakaian modal / biaya dari suatu pekerjaan yang bersifat teknis.

1.1 Efisiensi

Pengertian efisiensi disini ada 2 :

- a. Efisiensi physis (E_p)
- b. Efisiensi ekonomis (E_e)

Pada manajemen produksi akan dipelajari cara – cara memperoleh efisiensi ekonomis dari pemakaian modal / biaya dari suatu pekerjaan yang bersifat teknis.

Secara matematis efisiensi dapat dituliskan sebagai berikut :

$$E_p = \frac{\text{Output}}{\text{input}} \quad \text{dan} \quad E_e = \frac{\text{Nilai}}{\text{Biaya}}$$

E_p diusahakan mendekati 100% dan E_e harus $> 100\%$

Apabila : $E_e = 100\%$, keadaan impas atau tidak untung atau rugi

$E_e < 100\%$, keadaan rugi.

Contoh :

Suatu Pabrik Carbon black membuat bahan tersebut dari gasolin, satu ton gas alam hanya dihasilkan 50 kg carbon, tetapi nilai carbon dipasaran \$ 700/ ton. Sedangkan biaya produksi untuk membuat atau mengolah 1 ton gas alam adalah \$ 30.

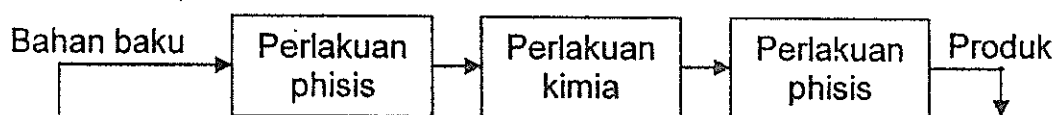
Hitung Effisiensi physis dan ekonomisnya.

$$- E_p = \frac{\text{Output}}{\text{Input}} = \frac{50 \text{ kg}}{1000 \text{ kg}} \times 100\% = 5\%$$

$$- E_e = \frac{\text{Nilai}}{\text{Biaya}} = \frac{50 \text{ kg} \times \$ 0,7 / \text{kg}}{\$ 30} \times 100\% = 166\%$$

Walaupun E_p rendah tetapi E_e cukup tinggi.

Secara umum diagram alir proses industri kimia adalah sebagai berikut.



Spesifikasi tertentu

Spesifikasi tertentu

Untuk memperoleh efisiensi ekonomis dilakukan dengan cara :

1. Memutuskan alternatif yang ditawarkan berdasarkan kriteria ekonomi.
2. Mencari biaya yang paling minimum atau profit yang paling maksimum dari suatu proses industri.

1.2 Biaya

Biaya (cost) dapat dikelompokkan menjadi :

a. Biaya tetap (Fixed cost)

Biaya yang tidak dipengaruhi oleh banyak sedikitnya volume produksi.

Contoh : *Penyusutan, Asuransi, Interest, Sewa, Pajak* dan lain-lain.

b. Biaya berubah (Variabel cost)

Biaya yang dipengaruhi secara proporsional oleh banyak sedikitnya volume produksi.

Contoh : *Bahan baku, Utilitas, Patent* dan lain-lain.

1.3 Modal

a. Modal tetap (Fixed capital)

Modal yang diperlukan untuk mendirikan fasilitas-fasilitas produksi dan pembantunya.

Contoh : *Pendirian pabrik secara fisik siap jalan.*

b. Modal kerja (Working capital)

Modal yang diperlukan untuk menjalankan usaha.

Contoh : *Persediaan bahan baku (Raw material inventory).*

Persediaan produk (Produk inventory).

II. TEKNIK DASAR PENGAMBILAN KEPUTUSAN

Analisa ekonomi merupakan penyelesaian yang pokok (mendasar) pada persoalan-persoalan keteknikan, dimana aspek ekonomi adalah dominan. Disini kita harus bisa memutuskan dengan cepat dari beberapa alternatif yang ditawarkan berdasarkan kriteria ekonomi.

2.1 Teknik Pengambilan Keputusan

Sebagai kriteria untuk pemilihan beberapa alternatif adalah efisiensi ekonomis. Untuk mempertimbangkan beberapa alternatif digunakan kriteria ekonomi sebagai berikut :

1. Memaksimum benetif.
2. Meminimumkan ongkos.
3. Memaksimum (benetif – ongkos) atau profit.

Beberapa bentuk yang termudah dari teknik pengambilan keputusan adalah persoalan-persoalan dari alternatif design, cara atau bahan, yaitu dengan cepat menjumlahkan ongkos dan benetif untuk tiap-tiap alternatif.

Dengan menggunakan kriteria ekonomi yang sesuai dapat diketahui alternatif yang terbaik, sehingga hasil keputusan dapat diperoleh dalam waktu yang singkat. Berikut ini adalah contoh dari alternatif cara dan bahan :

Contoh : 1

Untuk membuat suatu barang diperlukan investasi (mesin) seharga \$ 500.000. Jumlah pesanan 3.000.000 buah, setelah berproduksi separto dari jumlah pemesanan, ada tawaran cara baru untuk pembuatan barang tersebut. Yaitu dengan penambahan suatu alat harganya \$ 100.000.

Data-data biaya diberikan berikut ini :

Cara lama (Alternatif I)	Cara baru (Alternatif II)
Bahan: \$ 0,4	Bahan: \$ 0,34
Buruh : \$ 0,15	Buruh : \$ 0,10

Biaya-biaya lain 250% dari biaya buruh langsung.

Pertanyaan : Apakah lebih menguntungkan dengan cara yang baru.

Jawab :

Alternatif I (meneruskan cara yang ada)

Biaya bahan	=	$1.500.000 \times 0,40$	=	\$. 600.000
Biaya buruh	=	$1.500.000 \times 0,15$	=	\$. 225.000
Biaya-biaya lain	=	$2,5 \times 225.000$	=	<u>\$. 562.000</u>
Biaya untuk 1.500.000 barang (sisanya)	=		=	\$1.387.000

Alternatif II (mengganti dengan cara baru)

Biaya peralatan tambahan	=	\$. 100.000
Biaya bahan	=	$1.500.000 \times 0,34$ = \$. 510.000
Biaya buruh	=	$1.500.000 \times 0,1$ = \$. 150.000
Biaya-biaya lain	=	$2,5 \times 150.000$ = <u>\$. 375.000</u>
Biaya untuk 1.500.000 barang (sisanya)	=	\$1.135.000

Biaya (Cost) Alternatif II < Alternatif I

Keputusan adalah menambah peralatan (cara baru).

Contoh : 2

Dalam perancangan suatu Cold Storage, maksimum perpindahan panas melalui dinding yang diperkenankan adalah 30.000 Joule/ jam m² dengan perbedaan temperatur antara permukaan dalam dan permukaan luar isolasi adalah 30°C.

Data-data dari bahan isolasi adalah :

Bahan isolasi	Biaya / m ³	Konduktivitas (J-m/m ² °C jam)
Rock Wool	12,5	140
Foamed insulation	14	110

Pertanyaan : Bahan isolasi mana yang dipilih

Jawab : Persamaan dasar untuk konduksi panas melalui dinding adalah :

$$Q = \frac{K \times \Delta T}{L}$$

Dengan :

Q = perpindahan panas, youle/jam m².

K = konduktivitas, youle m/m² °C - jam.

Δ T = perbedaan suhu antara 2 permukaan.

L = tebal bahan isolasi, m.

Tebal isolasi yang dibutuhkan Biaya isolasi per m² dinding :

$$\text{Rock Wool: } 30.000 = \frac{140 \times 30}{L} \Rightarrow L = 0,14 \text{ m}$$

$$\text{Foamed insulation : } 30.000 = \frac{110 \times 30}{L} \Rightarrow L = 0,11 \text{ m}$$

Biaya unit = Biaya/m³ x tebal isolasi dalam m.

Rock Wool : Biaya unit = 12,5 x 0,14 = 1,75/m²

Foamed insulation : Biaya unit = 14,0 x 0,11 = 1,54/m²

Bahan yang dipilih adalah = Foamed insulation.

2.2 Cash Flow (Aliran Kas)

Pada contoh diatas semua konsekwensi didapat pada periode waktu yang pendek, akan tetapi pada keadaan yang lain ada suatu alternatif dimana konsekwensinya berlanjut dan periode waktunya sangat panjang. Dalam hal ini kita tidak menjumlahkan berbagai konsekwensi, tetapi setiap alternatif digambarkan sebagai kas penerimaan (Cash Receipt) atau kas pengeluaran (Cash Disbursement) dalam berbagai periode waktu, dan ini disebut cash-flow. Cash-flow penerimaan diberi tanda (+) dan cash-flow pengeluaran diberi tanda (-), penjumlahan dari kedua cash-flow ini disebut net cash-flow.

2.3 Menghitung Cash Flow

1. Seorang manager memutuskan untuk membeli mesin pencampur seharga 30.000. Pembayaran dapat dilakukan 2 jalan :

a. Pembayaran secara kontan, mendapat potongan 3 %.

b. Kalau hutang: Pembayaran sekarang (DP) 5.000, kemudian diangsur pada akhir tahun 1 \$ 8.000, akhir tahun ke 2 \$ 6.000 dan akhir tahun berikut sama sampai akhir tahun ke 5.

Pertanyaan: Buat alternatif diatas dalam bentuk cash-flow (tabel)

Akhir Tahun	Cash Flow	
	Pembayaran Kontan	Pembayaran selama 5 tahun
0 (sekarang)	- 29.100 (- 30.000 + 900)	- 5.000 (P)
1	0	- (-6000 - 2000 =F)
2	0	- 6.000
3	0	- 6.000
4	0	- 6.000
5	0	- 6.000

2. Seorang meminjam 1000 dari Bank dengan suku bunga 8 % setiap tahun, dia sanggup membayar untuk kredit ini dalam dua kali pembayaran untuk setiap akhir tahun. Pada akhir tahun 1 membayar separo dari pokok (1.000) ditambah bunganya. Pada akhir tahun ke 2 membayar separo dari sisa pokok ditambah bunganya. Hitung cash-flow dari peminjam dan Bank (yang meminjami). Untuk analisa ekonomi , permulaan dari tahun pertama adalah waktu 0 tahun (sekarang), sehingga pada titik ini dia menerima (+) 1000 dari Bank.

Jawab:

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Akhir tahun 1 membayar : bunga} & = & 0,8 \times 1000 = (-) 80 \\
 \text{Separo pokok} & = & \frac{1}{2} \times 1000 = (-) 500 \\
 \hline
 \text{Jumlah} & = & - 580
 \end{array}$$

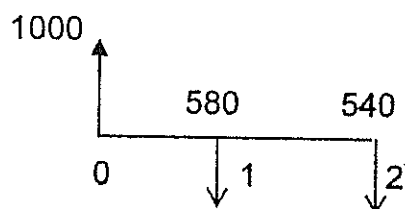
$$\begin{array}{rcl}
 \text{Akhir tahun 2 membayar : sisa pokok} & = & - 500 \\
 \text{Bunga 8 \%} & = & 0,8 \times 500 = - 40 \\
 \hline
 \text{Jumlah} & = & - 540
 \end{array}$$

Cash-flow diatas kalau dibuat tabel adalah :

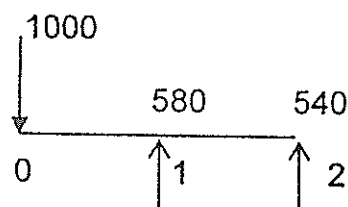
Akhir tahun	Peminjaman	Bank
0 (sek)	+ 1000	- 1000
1	- 580	+ 580
2	- 540	+ 540

Tabel cash-flow diatas dapat digambarkan mejadi diagram cash-flow :

1. Peminjam



2. Bank yang meminjami



Kebanyakan dalam persoalan analisa ekonomi, kita harus memutuskan alternatif mana yang harus dipilih dalam jangka waktu yang panjang. Dalam hal ini perlu diketahui **nilai waktu dari uang** (Time valve of money) karena didalamnya terdapat *bunga* (interest).

Jadi 1 \$ sekarang berharga lebih banyak dan 1 tahun mendatang.

III. INTEREST (BUNGA)

Semua alternatif dalam analisa ekonomi biasanya dinyatakan dengan suatu perkiraan banyaknya uang pada periode waktu tertentu dari suatu penerimaan atau pengeluaran dimasa yang akan datang. Sehingga disini nilai waktu dari uang sangat berpengaruh, maka bunga (interest) merupakan suatu faktor didalamnya yang diperhitungkan.

Ada 2 macam interest :

1. Simple interest.
2. Compound interest.

Yang akan dibicarakan disini adalah Compound interest.

Beberapa notasi yang digunakan :

- i = interest rate (suku bunga) tahunan
- n = jumlah periode interest (tahun)
- P = jumlah uang sekarang (Prasent Worth)
- F = jumlah uang yang akan datang atau pokok + bunga (Future Worth)
- A = pembayaran / penerimaan yang jumlahnya sama setiap akhir tahun.

3.1 Rumus-rumus interest

a. Rumus-rumus single payment

Apabila sekarang ini sejumlah uang P di investasikan selama 1 tahun dengan suku bunga i %, maka pada akhir tahun akan menerima investasi mula-mula (P) bersama bunganya Pi atau jumlahnya $= P + Pi = P (1 + i)$ dan seterusnya apabila selama 2 tahun maka yang diterima $= P (1 + i) + P (1 + i) = P (1 + i)^2$. dan seterusnya dapat dilihat pada tabel berikut ini.

Tahun	Jumlah uang pada awal th	Interest yang didapat selama tahun	Jumlah pergandaan pada akhir tahun
1	P	Pi	$P + Pi = P (1 + i)$
2	$P (1 + i)$	$P (1 + i) i$	$= P (1 + i)^2$
3	$P (1 + i)^2$	$P (1 + i)^2 i$	$= P (1 + i)^3$
-			
-			
n	$P (1 + i)^{n-1}$	$P (1 + i)^{n-1} i$	$F = P (1 + i)^n$

Sehingga : $F = P (1 + i)^n$ (1)

$(1 + i)^n$ = Single payment compound amount factor

(harganya dapat dilihat pada tabel interest)

atau persamaan 1 dapat dituliskan :

$$F = P (F / P, i \%, n).$$

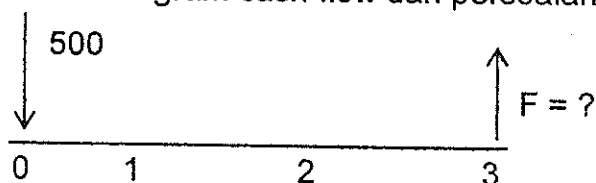
Contoh :

Jika sekarang uang 500 didepositokan di Bank dengan suku bunga 4 % berganda setiap tahun. Berapa yang diterima pada tahun ke 3 ?

Diketahui (given) : $P = 500$; $n = 3$; $i = 4 \%$

Ditanya (find) : F

Jawab : Diagram cash-flow dari persoalan diatas adalah :



$$F = P (1 + i)^n = 500 (1 + 0,04)^3 = 500 (1,125) = 562,5$$

atau

$$F = P (F / P, 4\%, 3) = 500 (1,125) = 562,5$$

↓
Tabel Compound Interest

Apabila diketahui F dan dicari P maka persamaan (1) menjadi

$$P = F \frac{1}{(1 + i)^n} \dots\dots\dots (2)$$

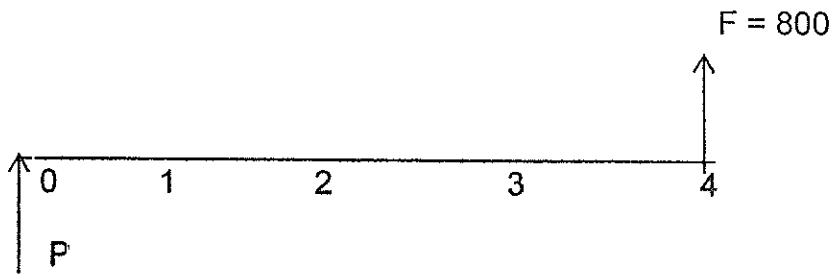
$\frac{1}{(1 + i)^n}$ = Single payment present worth factor

Contoh :

Berapa yang harus didepositokan sekarang dengan suku bunga 5% setahun agar tahun ke 4 kita dapat menerima 800.

Dik : $F = 800$; $n = 4$ $i = 5\%$ $P ?$

Jawab : Diagram cash-flow adalah



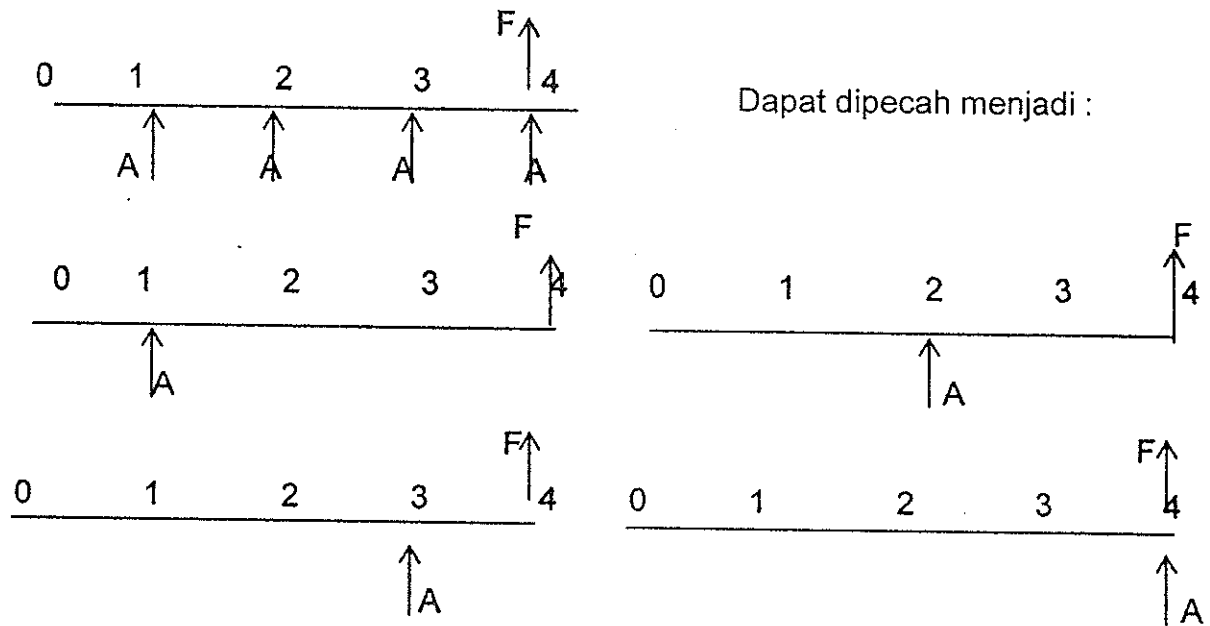
$$P = F (P/F, i\%, n) = 800 (P/F, 5\%, 4) = 800 (0,8227) = 658,16$$

Rumus-rumus diatas menyatakan hubungan antara F dan P kemudian ingin dicari hubungannya dengan A sehingga didapatkan rumus-rumus uniform series.

b. Rumus-rumus uniform series

Jika uang sebanyak A diinvestasikan setiap akhir tahun selama n tahun, sehingga jumlah yang diterima (F) pada akhir tahun ke-n akan sama dengan jumlah pergandaan dari investasi itu kalau dipecah sendiri-sendiri.

Apabila diambil n = 4 tahun maka diagram cash-flownya adalah :



Sehingga :

$$F = A (1 + i)^3 + A (1 + i)^2 + A (1 + i) + A \dots\dots\dots (3)$$

Untuk n tahun maka persamaan 3 menjadi :

$$F = A (1 + i)^{n-1} + \dots + A (1 + i)^3 + A (1 + i) + A (1 + i) + A \dots\dots\dots (3a)$$

Persamaan 3a dikalikan (1 + i) dan didapat :

$$(1 + i) F = (1 + i)^n + A (1 + i)^{n-1} + \dots + A (1 + i)^n + A (1 + i)^3 +$$

$$A(1+i)^2 + A(1+i) \dots\dots\dots (3b)$$

Persamaan 3b dikurangi dengan persamaan 3a

$$(1+i)F = A(1+i)^n + A(1+i)^{n-1} + \dots\dots\dots +$$

$$A(1+i)^3 + A(1+i)^2 + A(1+i)$$

$$F = A(1+i)^{n-1} + \dots\dots\dots + (A(1+i)^3 + A(1+i)^2 + A(1+i) + A$$

$$iF = A(1+i)^n - A = A(1+i)^n - 1$$

Dan didapat harga

$$\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$F = A \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right) \dots\dots\dots (3c)$$

$$\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right) \text{ Uniform series compound amount factor}$$

atau persamaan 3c dapat dituliskan sebagai berikut :

$$A = F \left(\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right) \dots\dots\dots (4)$$

$$\left(\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right) \text{ Uniform series sinking fund factor}$$

Apabila persamaan (4) disubstitusi dengan persamaan (1) didapat

$$A = F \left(\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right) = P(1+i)^n \left(\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right)$$

$$A = P \left(\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right) \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \text{ Uniform Series Capital Recovery Factor}$$

Atau dapat ditulis

$$P = A \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right)$$

$$\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right) \text{ Uniform series present worth factor}$$

c. Uniform Gradient

Apabila uang yang di investasikan setiap akhir tahun tidak sama tetapi ada kenaikan, misalnya pada tahun ke 2 ada kenaikan sebesar G dan akhir tahun berikutnya $2G$ dan seterusnya sampai akhir tahun ke n , cash-flow dapat kita gambarkan sebagai berikut

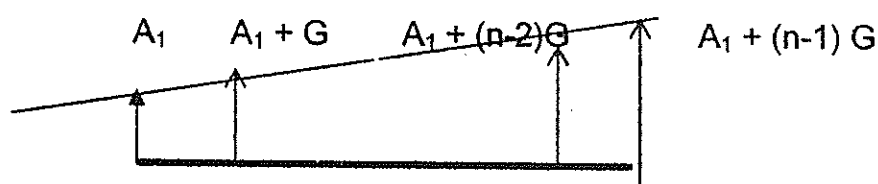
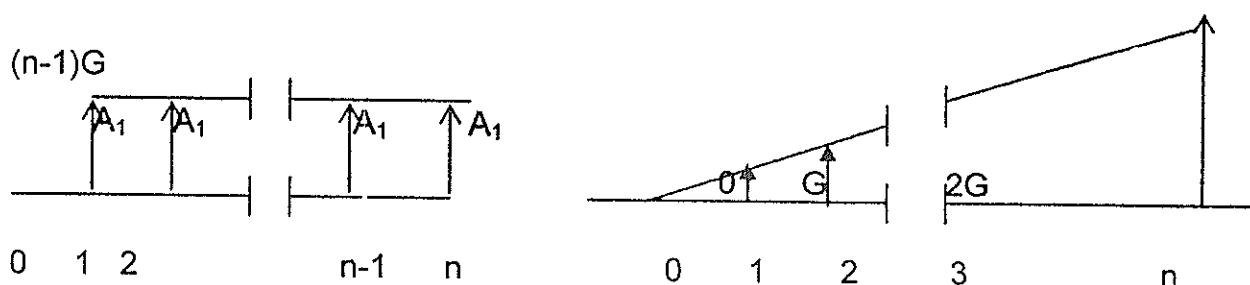


Diagram ini dapat dipecah menjadi:



Sehingga pembayaran yang sama jumlahnya setiap tahun dan ekuivalen:

$$A = A_1 + A_2$$

Dimana :

$$A_2 = G \left(\frac{1}{i} - \frac{n}{i} (A/F, i\%, n) \right)$$

$$\left(\frac{1}{i} - \frac{n}{i} (A/F, i\%, n) \right) \text{ atau } (A/G, i\%, n) \rightarrow \text{uniform gradient series}$$

factor.

Sehingga :

$$A = A_1 + G (A/G, i\%, n)$$

Atau jika ada penurunan setiap akhir tahun sebesar G maka dengan jalan yang sama dapat diperoleh:

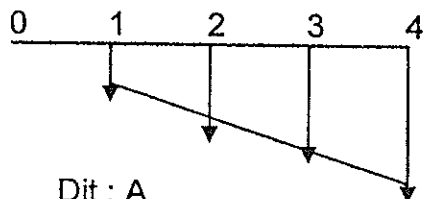
$$A = A_1 - G (A/G, i\%, n)$$

Contoh : 1. Sebuah mesin tertentu, diperkirakan biaya pemeliharaannya sebagai berikut :

Tahun	Pemeliharaan
1	100
2	200
3	300
4	400

Berapa biaya pemeliharaan tahunan yang ekuivalen apabila suku bunganya 6 % ?

Jawab : Cash-flow diagramnya



Dik : $A_1 = 100$
 $G = 100$

Dit : A

$$A = A_1 + A (A/G, 6\%, n)$$

$$A = 100 + 100 (A/G, 6\%, 4) = 100 + 100 (1,42) = 242,70$$

Contoh : 2. Sebuah alat pemintal dipasang suatu alat dengan harapan biaya pemeliharaan dan perbaikan yang mula-mula tinggi dapat diturunkan selama beberapa tahun, data-data biaya pemeliharaan diberikan sebagai berikut :

Tahun	Biaya Pemeliharaan dan Perbaikan
1	24.000
2	18.000
3	12.000
4	6.000

Berapa biaya pemeliharaan dan perbaikan tahunan yang ekuivalen bila suku bunga 10%

Dik : $A_1 = 24.000$ $n = 4$ Dit = A ?
 $G = 6.000$ $i = 10\%$

$$\begin{aligned}
 A &= A_1 - G (A/G, 10\%, 4) \\
 &= 24.000 - 6.000 (A/G, 10\%, 4) = 24.000 - 6.000 (1,381) \\
 &= 15.714
 \end{aligned}$$

3.2 Suku bunga nominal dan efektif

Suku bunga nominal adalah suku bunga tahunan tanpa mempertimbangkan pengaruh dari pergandaan, sedangkan suku bunga efektif adalah suku bunga tahunan dimana ada suatu pengaruh dari pergandaan selama tahun itu. Sebagai ilustrasi lihat contoh berikut ini :

Apabila seorang mendepositokan uang sebanyak 100 dalam bank, dan bank membayar bunga 5% setahun berganda setiap 6 bulan, artinya bank membayar bunga sebesar $2 \frac{1}{2} \%$ setiap 6 bulan, sehingga pembayaran bunganya selama 2 kali yaitu periode 6 bulan pertama dan periode 6 bulan kedua.

Jadi jumlah periode interestnya ada 2 (= n) atau yang diterima pada akhir tahun 1 adalah :

$$F = P (1 + i)^n = 100 (1 + 0,025)^2 = 105,06$$

contoh diatas menunjukkan bahwa :

a. Suku bunga nominalnya $= 2 \times 2 \frac{1}{2} \% = 5 \%$

dan Suku bunga efektifnya $= \frac{F - P}{P} = \frac{105,06 - 100}{100} = 5,06 \%$

b. Rumus suku bunga efektif

Apabila i_e = suku bunga efektif

r = suku bunga nominal (tahunan)

c = jumlah periode interest tahunan.

$$i_e = \frac{F - P}{P} = \frac{P(1 + i)^n - P}{P} = (1 + i)^n - 1$$

Dimana $i = \frac{r}{c}$ dan $n = c$

Sehingga :

$$i_e = \left(1 + \frac{r}{c}\right)^c - 1$$

Untuk pergandaan yang tak terhingga, rumus diatas diambil harga limitnya untuk

$$c \rightarrow \infty$$

$$i_e = \lim_{c \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{r}{c}\right)^c - 1$$

$$\left(1 + \frac{r}{c}\right)^c = \left(1 + \frac{r}{c}\right)^{c/r \cdot r}$$

$$\lim_{c \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{r}{c}\right)^{c/r \cdot r} = e^r = 2,71828$$

sehingga $i_e = e^r - 1$

Dibawah ini sebuah tabel i_e dari bermacam-macam periode pergandaan pada suku bunga nominal 18 %.

Frekwensi pergandaan	Jumlah periode / th	i_e perperiode	i_e tahunan
1 tahun	1	18	18
6 bulan	2	9	18,81
3 bulan	4	4,5	19,2517
1 bulan	12	1,5	19,5618
1 minggu	52	0,3642	19,6843
1 hari	365	0,0493	19,7142
Continew	∞	0,000	19,7217

Contoh : 1

Sebuah perusahaan menyewa peralatan gudang dari sebuah kota dan telah membayar di muka sewanya untuk 6 tahun. Untuk melanjutkan sewanya pada 6 tahun berikut harus membayar \$ 1500 pada awal setiap tahun dari 6 tahun kedua. Dua (2) tahun dari waktu sewa yang telah dibayar berlaku dan kota itu memerlukan dana, di sarankan pada perusahaan tersebut agar ia membayar dimuka sewa yang harus dibayar untuk 6 tahun ke 2.

Berapa pembayaran yang sesuai sekarang sebagai pengganti pembayaran tahunan 6 kali (suku bunga $3 \frac{1}{2} \%$).

Jawab : Buat tabel cash flow untuk persoalan diatas .

Tahun	Pembayaran
0	Lunas
1	-
2	-
5	1500
6	1500
7	1500
8	1500
9	1500
10	1500
11	1500

Diagram annotations in the table:

- An arrow labeled "6 tahun pertama" points from year 1 to year 2.
- An arrow labeled "dibayar pada tahun 2" points from year 5 to year 2.
- An arrow labeled "6 tahun kedua" points from year 7 to year 2.

a. Dasar Nilai Sekarang pada tahun 0

- Semua Cash Flow dibawa nilai sekarang (P)
- P dibawa ke Nilai mendatang (F) pada tahun 2

$$P = 1500 (P/A, 3 \frac{1}{2}, 11) - 1500 (P/A, 3 \frac{1}{2}, 5)$$

$$= 1500 (9,002 - 4,515) = 6730,5$$

$$F = P (F/P, 3 \frac{1}{2}, 2) = 6730,5 \times = 7208$$

b. Dasar Nilai Sekarang pada tahun 2

- Semua Cash Flow dibawa nilai mendatang (F)
- F dibawa ke P

$$A = 1500, \quad n = 6$$

$$F = 1500 (F/A, 3 \frac{1}{2}, 6) = 1500 \times 6,550 = 9825$$

$$P = F (P/F, 3 \frac{1}{2}, 9) = 9825 (0,7337) = 7208$$

Contoh : 2

Sebuah perusahaan ingin memasang alat pengontrol asap pada exhaust mesin bensin. Ada sebuah Firma sanggup memasang alat tersebut dengan menawarkan biaya awal yaitu harga alat dan pemasangannya sebesar \$ 10.000. Umur alat 10 tahun dan tidak mempunyai nilai sisa. Biaya pemeliharaan adalah sebagai berikut :

Akhir tahun	Pemeliharaan	Akhir tahun	Pemeliharaan
1	500	6	200
2	100	7	225
3	125	8	250
4	150	9	275
5	175	10	300

Berapa yang harus dibayar oleh perusahaan untuk biaya tersebut apabila pembayaran dilakukan sekarang ($i = 6\%$).

Jawab : Persoalan diatas semua Cash Flow dituliskan dalam tabel :

Th	Alat	Pem	Pem	Th	Pem	Pem
0	+	-	-			
1	10000	500	75 + 425	6	200	200
2	-	100	100	7	225	225
3	-	125	125	8	250	250
4	-	150	150	9	275	275
5	-	175	175	10	300	300
	-					

Jaab: Dari tabel diatas diketahui bahwa :

- Biaya alat (sekarang) $\Rightarrow P_0 = 10.000$
- Biaya Pemeliharaan

a. Merupakan biaya yang bentuknya gradien dengan

$$A_1 = 75, G = 25, n = 10$$

b. Merupakan biaya tunggal pada tahun ke 1 dengan

$$F = 425$$

Semua Cash Flow dibawa ke nilai sekarang

- Alat : $P_0 = 10.000$
- Pemeliharaan : $A = A_1 + G (A/G, i \%, n) = 75 + 25 (4,022) = 175,55$
 $F_1 = 425$

A dan F dibawa ke nilai sekarang (P)

$$P_{1a} = A (P/A, 6 \%, 10) = 175,55 (7,36) = 1292,04$$

$$P_{1b} = F_1 (P/R, 6 \%, 10) = 425 (0,9434) = 400,045$$

Yang harus dibayar sekarang :

$$P = P_0 + P_{1a} + P_{1b}$$

$$= 10.000 + 1292,04 + 400,045 = 11693$$

Contoh : 3

Suatu dealer mengiklankan mobil yang umurnya satu tahun untuk dijual dengan ketentuan :

- Pembayaran secara kontan \$ 3575
- Pembayaran secara angsuran

Yaitu : 1. Uang muka (down payment) \$ 375

2. Pembayaran setiap bulannya \$ 93,41 selama 45 bulan.

Pertanyaan :

- a. Berapa suku bunga disini
- b. Bagaimana kalau uang muka ditambah menjadi \$ 800, apabila menggunakan suku bunga pada no : a, berapa angsurannya.
- c. Hitung suku bunga efektifnya pada soal a.

Jawab : Buat tabel cash flow untuk persoalannya

Bulan	Pembayaran kontan	Pembayaran angsuran
0	3575	375
1	-	93,41
2	-	93,41
3		93,41
10		93,41
25		93,41
45		93,41

Diketahui : $P = 375$ $n = 45$ $A = 93,41$

Ditanya : $i = \dots\dots\dots\%$? sebulan berganda setiap bulan

Semua cash flow dibawa ke nilai sekarang

Present worth (Pw) penerimaan = Present worth Pw pengeluaran

$$3575 = 375 + A (P/A, i \%, 45)$$

$$3200 = 93,41 (P/A, i \%, 45) \Rightarrow P/A, i \%, 45 = 34,25$$

Lihat tabel pada $i \%$ yang dicari sehingga di dapat faktor

$$P/A, i \%, 45 = 34,25$$

Atau:

$$3200 = 93,41 \left(\frac{(1+i)^{45} - 1}{(1+i)^{45} \cdot i} \right)$$

coba $i = 1 \frac{1}{4} \%$

$$3200 = 3200$$

Jadi suku bunga = $1 \frac{1}{4} \% \text{ sebulan / bsb}$

b. Diketahui : $P = 800$; $i = 1 \frac{1}{4} \%$

Ditanya : $A = ?$

$P_w \text{ penerimaan} = P_w \text{ pengeluaran}$

$$3575 = 800 + A (P/A, 1 \frac{1}{4} \%, 45)$$

$$2775 = A (34,25)$$

Jadi $A = 81,03$

c. Diketahui : $i = 1 \frac{1}{4} \% \text{ sebulan / bsb}$; $c = 12$

Ditanya : i_e

Jawab :

$$r = 1 \frac{1}{4} \times 12 = 15 \% \text{ setahun / bsb}$$

$$i_e = \left(1 + \frac{r}{c} \right)^c - 1$$

12

$$i_e = \left(1 + \frac{0,15}{12} \right)^{12} - 1$$

$$= (1,0124)^{12} - 1$$

$$= 1,1607 - 1 = 0,16 = 16 \% \text{ setahun}$$

IV. TEKNIK ANALISA

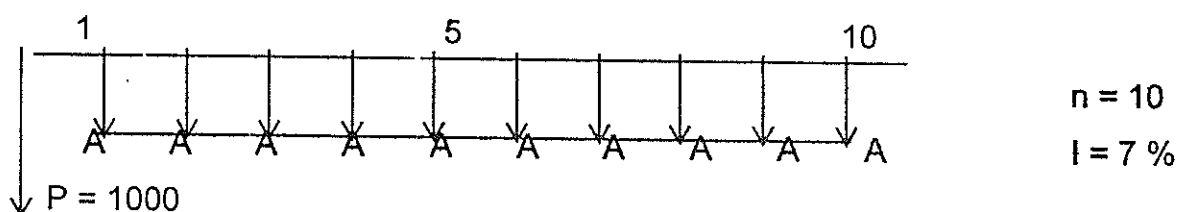
4.1 Analisa Cash Flow Tahunan

Analisa Cash Flow Tahunan adalah merupakan teknik analisa pemilihan alternatif berdasarkan nilai perbandingannya seperti diketahui, alternatif-alternatif yang ada harus diubah ke dalam suatu bentuk yang dapat diperbandingkan. Hal ini berarti konsep ekivalensi harus digunakan untuk merubah dari cash flow yang mewakili alternatif ke suatu jumlah ekivalen atau cash flow ekivalen.

Pada analisa ini kita menghitung ongkos tahunan uniform yang ekivalen (EUAC = Equivalent Uniform Annual Cost), benefit tahunan uniform yang ekivalen (EUAB), atau perbedaan keduanya (EUAB – AUAC) tergantung keadaan yang dihadapi.

4.1.1 Perhitungan – perhitungan Cash Flow Tahunan

Tujuan analisa cash flow tahunan adalah merubah uang kedalam suatu ongkos atau benefit tahunan yang uniform dan ekivalen. Contoh yang paling sederhana adalah merubah jumlah uang sekarang (P) menjadi suatu seri cash flow yang uniform dan ekivalen seperti yang diilustrasikan dalam contoh berikut. Seorang membeli suatu alat seharga 1000, jika ia mengharapkan kegunaan alat ini selama 10 tahun, berapa ongkos tahunan uniformnya yang ekivalen bila suku bunganya = 7 %.



Ongkos tahunan uniform yang ekivalen (EUAC)

$$= P (A/P, i \%, n)$$

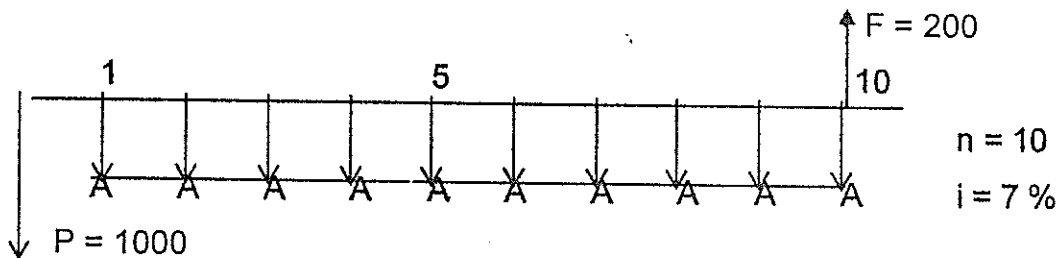
$$= 1000 (A/P, 7 \%, 10)$$

jadi ongkos tahunannya = 142,50

4.1.2 Treatment Terhadap Nilai Sisa (Salvage Value)

Jika pada suatu keadaan terdapat nilai sisa, atau nilai yang akan datang dari suatu harta/ asset pada akhir masa gunanya, maka hal ini berpengaruh terhadap besarnya ongkos tahunan uniform yang ekuivalen sebagai ilustrasi apabila pada contoh diatas beranggapan bahwa ia dapat menjual alat yang dibelinya pada akhir tahun ke 10 nanti seharga 200.

Dalam hal ini berapa EUAC nya ?



Dalam keadaan semacam ini, persoalan diatas dapat diselesaikan dengan salah satu cara dari 3 perhitungan dibawah ini..

$$\begin{aligned}
 1. \text{ EUAC} &= P (A/P, i \%, n) - (A/F, i \%, n) \dots\dots\dots (1) \\
 &= 1000 (A/P, 7 \%, 10) - 200 (A/F, 7 \%, 10) \\
 &= 1000 (0,1424) - 200 (0,0724) \\
 &= 142,40 - 14,48 = 127,92.
 \end{aligned}$$

Cara ini adalah mengurangkan benefit tahunan dari nilai penjualan yang akan datang terhadap ongkos tahunan dari pengeluaran uang pembelian alat.

$$2. \text{ Persamaan 1 dapat dimodifikasi sebagai berikut :} \\
 (A/P, i \%, n) = (A/F, i \%, n) + i \dots\dots\dots (2)$$

Substitusikan ke persamaan 1, sehingga didapat :

$$\begin{aligned}
 \text{EUAC} &= P (A/F, i \%, n) - F (A/F, i \%, n) + P i \\
 &= (P - F) (A/F, i \%, n) + P i \dots\dots\dots (3) \\
 &= (1000 - 200) (A/F, 7 \%, 10) + 1000 (0,07) 800 \\
 &= (0,0724) + 70 = 127,92
 \end{aligned}$$

Cara ini menghitung ongkos tahunan ekuivalen dari jumlah 800 yang tak kembali pada saat alat itu dijual, ditambah bunga tahunan dari investasi 1000.

3. Jika nilai untuk $(A/F, i \%, n)$ dari persamaan 2 di substitusikan ke persamaan 1 diperoleh :

$$\begin{aligned}
 \text{EUAC} &= P (A/P, i \%, n) - F (A/P, i \%, n) + F i \\
 &= (P - F) (A/P, i \%, n) + F i \dots\dots\dots (4) \\
 &= (1000 - 200) (A/P, 7 \%, 10) + 200 (0,07) \\
 &= 127,92
 \end{aligned}$$

Cara ini menghitung ongkos tahunan dari 800 ditambah bunga 200 sebagai nilai sisa. Contoh diatas mengilustrasikan, bahwa apabila ada pengeluaran awal sebesar P diikuti dengan nilai sisa F, maka ongkos tahunannya dapat dihitung dengan 3 cara yang berbeda.

1. $\text{EUAC} = P (A/P, i \%, n) - F (A/F, i \%, n)$
2. $\text{EUAC} = (P - F) (A/F, i \%, n) + P i$
3. $\text{EUAC} = (P - F) (A/P, i \%, n) + F i$

Masing – masing cara perhiungan ini memberikan hasil yang sama. Dalam praktek cara 1 dan 3 adalah cara yang paling sering digunakan.

Kita lihat contoh dibawah ini :

Seorang yang telah memiliki mobil selama 5 tahun ingin mengetahui ongkos tahunan uniformnya yang telah dikeluarkan untuk perbaikan dan pemeliharaan mobil tersebut.

Data yang ada adalah :

Tahun	1	2	3	4	5
Ongkos perbaikan / pemeliharaan	45	90	135	180	225

Hitung EUAC dengan asumsi bahwa suku bunga yang berlaku adalah 7 % dan pengeluaran – pengeluaran tersebut terjadi pada setiap akhir tahun.

Pengeluaran yang terjadi adalah suatu seri gradient ditambah ongkos tahunan yang uniform.

$$\begin{aligned}
 \text{EUAC} &= 45 + 45 (A/G, 7 \%, 5) \\
 &= 45 + 45 (1,86) = 128,7
 \end{aligned}$$

4.1.3 Kriteria Analisa Cash Flow Tahunan

Kriteria yang dipergunakan untuk efisiensi ekonomis dalam pemilihan alternatif-alternatif adalah seperti tabel di bawah ini :

	Situasi	Kriteria
Input tetap	Jumlah uang atau input , sumber2 lain tetap	Maksimasi EUAB
Output tetap	Benefit atau output-2 lain tetap	Minimasi EUAC
Input /output tidak tetap	Baik uang / input lain maupun benefit / output-output lain tidak ada yang tetap	Maksimasi (EUAB – EUAC)

Contoh : 1

Sebuah perusahaan sedang mempertimbangkan 2 alat tertentu yang dapat mengurangi pengeluaran. Kedua alat itu harganya sama yaitu 1000, masa gunanya sama 5 tahun dan tidak mempunyai nilai sisa.

Alat A diperkirakan dapat memberikan penghematan sebesar 300/tahun, sedang alat B memberikan penghematan sebesar 400 di tahun pertama dan setiap tahunnya turun 50. Dengan suku bunga 7 % alat mana yang sebaiknya dibeli ?

Jawab :

$$\text{Alat A} = \text{EUAB} = 300$$

$$\begin{aligned} \text{Alat B} &= 400 - 50 (A/G, 7\%, 5) \\ &= 400 - 50 (1.865) = 306,75 \end{aligned}$$

Sebagai kriteria adalah EUAB yang maksimum, maka Alat B merupakan pilihan.

Contoh : 2

Ada 3 alternatif perbaikan pada operasi perakitan yang sedang dipertimbangkan. Ongkos perlengkapan ketiga alternatif ini berbeda-beda, seperti halnya dengan benefit yang dapat diperoleh darinya.

Setiap alternatif mempunyai umur 10 tahun dan harga jual pada akhir tahun 10 adalah 10 % dari harga belinya.

Data-data ongkos dan benefit diberikan di bawah ini :

	ALTERNATIF		
	A	B	C
- Ongkos perlengkapan terpasang	15.000	25.000	33.000
- Penghematan bahan dan buruh/tahun	14.000	9.000	14.000
- Biaya operasi tahunan	8.000	6.000	6.000
- Nilai sisa	1.500	2.500	3.300

Jika suku bunga adalah 8 %, alternatif manakah bila ada yang sebaiknya dipilih. Karena ongkos instalasi maupun output benefitnya tidak ada yang tetap, maka kriteria ekonomisnya adalah maksimasi (EUAB – EUAC).

	ALTERNATIF			
	A	B	C	Sekarang
EUAB :				
- Bahan & Buruh / th	14.000	9.000	14.000	0
- N.S (A/F, 8%, 10)	104	172	228	0
EUAB	14.104	9.172	14.228	0
EUAC :				
- Ongkos instalasi (A/P, 8%, 10)	2.235	3.725	4.917	0
- Biaya operasi/th	8.000	6.000	6.000	0
EUAC	10.235	9.725	10.917	0
EUAB – EUAC	3.869	- 553	3.311	0

Dengan dasar kriteria diatas alternatif A adalah pilihan yang terbaik. Pada kondisi sekarang EUAB – EUAC = 0, dan ini masih lebih baik dibandingkan dengan alternatif B (-553).

4.1.4 Periode Analisa

Pada analisa ini setiap alternatif harus dipertimbangkan periode waktunya.

Kita lihat contoh berikut ini :

Dua buah pompa sedang dipertimbangkan untuk dibeli. Jika suku bunga 7 %, pompa mana sebaiknya yang dipilih ?

Data – data :

Parameter	Pompa A	Pompa B
Ongkos awal	7.000	5.000
Nilai sisa	1.500	1.000
Masa guna	12 th	6 th

- Ongkos tahunan pompa A selama 12 tahun :

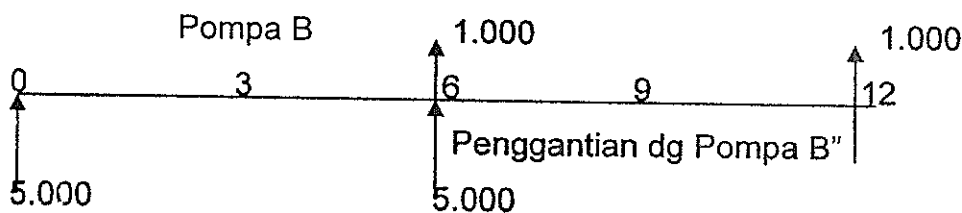
$$\begin{aligned} \text{EUAC} &= (P - F) (A/P, i\%, n) + F i \\ &= (7.000 - 1.500) (A/P, 7\%, 12) + 1.500 (0,07) \\ &= 5.500 (0,1259) + 105 = 797 \end{aligned}$$

- Ongkos tahunan pompa B selama 6 tahun :

$$\begin{aligned} \text{EUAC} &= (5000 - 1000) (A/P, 7\%, 6) + 1000 (0,07) \\ &= 4000 (0,2098) + 70 = 909 \end{aligned}$$

Untuk perioda analisa 12 tahun diperlukan penggantian pompa B pada akhir tahun 6 yaitu akhir tahun masa gunanya.

Dengan asumsi bahwa pompa B' dapat diperoleh dengan ongkos yang sama yaitu 5000, dan nilai sisa 1000 dengan masa guna 6 tahun.



Untuk perioda analisa 12 tahun ongkos tahunan pompa B adalah :

$$\begin{aligned} \text{EUAC} &= 5000 - 1000 (P/F, 7\%, 6) + 5000 (P/F, 7\%, 6) - 1000 \\ &\quad (P/F, 7\%, 12) \times (A/P, 7\%, 12) \\ &= 5000 - 1000 (0,6663) + 5000 (0,6663) - 1000 (0,444) (0,1259) \end{aligned}$$

$$\text{EUAC} = (5000 - 666 + 3331 - 444) (0,1259) = 7211 (0,1259) = 909$$

Untuk pompa B ini, ongkos tahunan dengan perioda analisa 6 tahun = ongkos tahunan dengan perioda analisa 12 tahun. Hal ini disebabkan oleh pengulangan ongkos tahunan pada 6 tahun kedua, yang persis sama dengan ongkos tahunan pada 6 tahun pertamanya.

4.1.5 Perioda analisa sama dengan masa guna dari alternatif

Bila perioda analisa dari studi ekonomi yang dilakukan sama dengan masa guna dari setiap alternatif yang ada, maka kita mempunyai keadaan yang ideal, dan tidak dijumpai kesulitan-kesulitan.

4.1.6 Perioda analisa sama dengan kelipatan masa guna dari alternatif

Bila perioda analisa sama dengan kelipatan masa guna dari alternatif-alternatif yang ada. Seperti contoh diatas perioda analisisnya 12 tahun dengan masa guna dari alternatif masing-masing sebesar 6 dan 12 tahun, maka asumsi yang sering dipakai adalah mengganti barang dari alternatif yang mempunyai masa guna lebih pendek, dengan jenis ongkos dan performance yang sama.

Dengan dasar asumsi penggantian barang yang identik, maka perbandingan Cash Flow Tahunan dari alternatif-alternatif yang ada dapat didasarkan pada masing-masing gunanya.

4.1.7 Perioda analisa dari suatu kebutuhan yang kontinu

Kadangkadangkang analisa ekonomi digunakan untuk menentukan salah satu alternatif yang digunakan secara kontinu, misalnya seorang memerlukan supply air secara kontinu dari suatu sumur bor dengan menggunakan pompa.

Disini perioda analisisnya diasumsikan cukup panjang tetapi tak terdefiniskan.

Sebagai contoh bila kita membutuhkan air yang harus dipompakan secara kontinu, sedang masa gunanya adalah 7 dan 11 tahun, dan bagaimana pemecahannya ?

Asumsi yang umum dipakai adalah bahwa cash flow tahunan dari pompa yang masa gunanya 7 tahun dapat secara langsung dibandingkan dengan cash flow tahunan pompa lainnya. Ini dilakukan tanpa mempertimbangkan kelipatan

terkecil dari masa guna ini yaitu 77 tahun. Perbandingan alternatif-alternatif yang mempunyai masa guna yang berbeda-beda ini dilandasi oleh asumsi penggantian barang yang identik (dengan ongkos, performance, dan sebagainya) yang sama, bila suatu alternatif telah habis masa gunanya. Contoh berikut mengilustrasikan akan keadaan seperti diatas.

Contoh :

Bila pompa B pada contoh diatas mempunyai masa guna 9 tahun, dengan ongkos awal dan nilai sisa sama, bandingkan dengan pompa A bila suku bunganya 7 %. Bila diasumsikan bahwa pompa A dan B akan dipakai terus menerus selama perioda tertentu.

Untuk pompa A dengan masa guna 12 tahun.

$$\begin{aligned} \text{EUAC} &= (7000 - 5000) (A/P, 7\%, 12) + 1500 (0,07) \\ &= 797 \end{aligned}$$

Untuk pompa B dengan masa guna 9 tahun.

$$\begin{aligned} \text{EUAC} &= (5000 - 1000) (A/P, 7\%, 9) + 1000 (0,07) \\ &= 684 \end{aligned}$$

Dengan kriteria yang EUAC yang minimum, pompa B merupakan pilihan.

4.1,8 Periode analisa tak berhingga (tak terbatas)

Dengan asumsi penggantian yang identik dari barang-barang yang mempunyai masa guna tertentu yang terbatas, maka cash flow tahunan untuk periode analisa tak terbatas adalah :

$$\begin{aligned} \text{EUAC} &= P (A/P, i\%, n) \\ \text{Untuk } n &= \infty \text{ maka } (A/P, i\%, n) = i \end{aligned}$$

$$\text{Sehingga : EUAC} = P i$$

Contoh :

Dalam pembangunan bendungan air untuk supply ke kota, saluran distribusi airnya dapat dibuat dengan menembus bukit atau dibuat melingkari bukit tersebut. Jika bendungan ini dibutuhkan secara permanen / selamanya, saluran distribusi air yang bagaimana yang dipilih, dengan asumsi suku bunga 6 %.

Data – data yang diberikan :

Parameter	Menembus bukit	Mengelilingi bukit
Ongkos awal	5,5 juta	5 juta
Pemeliharaan	0	0
Masa guna	permanen	50 tahun
Nilai sisa	0	0

$$EUAC II = 5 \text{ juta} (A/P, 6\%, 50) = 5 \text{ juta} (0,0634) \approx 317.000$$

$$EUAC I = 5,5 \text{ juta} (A/P, 6\%, \infty) = 5,5 \text{ juta} \times 6\% \approx 330.000$$

$$EUAC \text{ minimum} = EUAC II$$

Sehingga dipilih saluran distribusi yang mengelilingi bukit.

Perbedaan ongkos tahunan antara alternatif dengan masa guna yang panjang dengan alternatif yang permanen adalah kecil, kecuali bila suku bunga yang dipakai cukup rendah.

Pada contoh diatas alternatif (I) diasumsikan berumur tak terbatas.

Pada tingkat suku bunga 6 % EUAC nya = 330.000

Jika dianggap berumur 85 tahun, maka :

$$\begin{aligned} EUAC \text{ nya} &= 5,5 (A/P, 6\%, 85) \\ &= 55 (0,0604) = 332.000 \end{aligned}$$

Perbedaan antara 85 tahun dengan umur yang terbatas (50 th) sebenarnya sangat besar, namun demikian perbedaan ongkos tahunannya cukup kecil.

4.2 Analisa Rate of Return (ROR)

Analisa Rate of Return merupakan metoda analisa yang lain yang sering digunakan dalam industri. Analisa ini dapat juga digunakan untuk menyatakan profitabilitas dari suatu investasi. Sedangkan *Rate of Return* dapat di definisikan sebagai suku bunga yang menjadikan benefit = ongkos.

Perhitungan ROR.

Dalam perhitungan ROR suatu investasi, kita harus menjadikan setiap konsekuensi dari investasi tersebut ke dalam suatu cash-flow, kemudian dihitung nilai i nya.

Nilai i ini adalah ROR.

Ada 5 persamaan yang dapat dipakai untuk mencari ROR

1. $Pw \text{ benefit} - Pw \text{ ongkos} = 0$
2. $\frac{Pw \text{ benefit}}{Pw \text{ ongkos}} = 1$
Net Present Worth (NPW) = 0
3. $EUAB - EUAC = 0$
5. $Pw \text{ ongkos} = Pw \text{ benefit.}$

Perhitungan ROR diilustrasikan dalam contoh-contoh berikut :

1. Jika kita membeli (investasi) sebuah mesin seharga 8.200 dengan masa-guna 5 tahun, dan memberikan benefit sebesar 2.000 setiap tahunnya.

Berapa ROR dari investasi ini :

Dengan persamaan (2)

$$\frac{Pw \text{ benefit}}{Pw \text{ ongkos}} = 1$$

$$\frac{2000 (P/A, i\%, 5)}{8.200} = 1$$

$$(P/A, i\%, 5) = 4,1$$

Dari tabel bunga kita cari i yang memberikan

$$(P/A, i\%, 5) = 4,1$$

Dari tabel bunga diperoleh

i	(P/A, i%, 5)
6 %	4,212
7 %	4,100
8 %	3,993

Untuk $i = 7\%$ harga (P/A, i%, 5) = 4,1

Sehingga dalam contoh ini tidak perlu dilakukan interpolasi.

Dan harga ROR adalah = 7 %

2. Suatu investasi mempunyai cash flow sebagai berikut :

Tahun	0	1	2	3	4
Cash Flow	- 700	100	175	250	325

Hitung ROR nya:

$$EUAB - EUAC = 0$$

$$100 + 75 (A/G, 1\%, 4) - 700 (A/P, 1\%, 4) = 0$$

Persamaan diatas diselesaikan dengan cara coba-coba

Untuk $i = 5\%$

$$EUAB - EUAC = 0$$

$$100 + 75 (A/G, 5\%, 4) - 700 (A/P, 5\%, 4) = 100 + 75 (1,439) - 700 (0,282) = 11$$

Dengan $i = 5\%$, EUAC terlalu kecil, sehingga i harus dinaikkan.

Untuk $i = 8\%$

$$100 + 75 (A/G, 8\%, 4) - 700 (A/P, 8\%, 4) = 100 + 75 (1,404) - 700 (0,302) = - 6$$

Dengan $i = 8\%$, EUAC terlalu besar, sehingga harga i antara $5\% - 8\%$.

Untuk $i = 7\%$

$$100 + 75 (A/G, 7\%, 4) - 700 (A/P, 7\%, 4) = 206 - 206 = 0$$

ROR dari investasi ini = 7 %

3. Suatu investasi mempunyai cash flow sebagai berikut :

Tahun	0	1	2	3	4	5
Cash Flow	- 100	20	30	20	40	40

Hitung ROR nya:

Dengan menggunakan persamaan (3) \Rightarrow NPW = 0

$$\text{NPW} = -100 + 20 (P/F, i\%, 1) + 30 (P/F, i\%, 2) + 20 (P/F, i\%, 3) + 40 (P/F, i\%, 4) + 40 (P/F, i\%, 5)$$

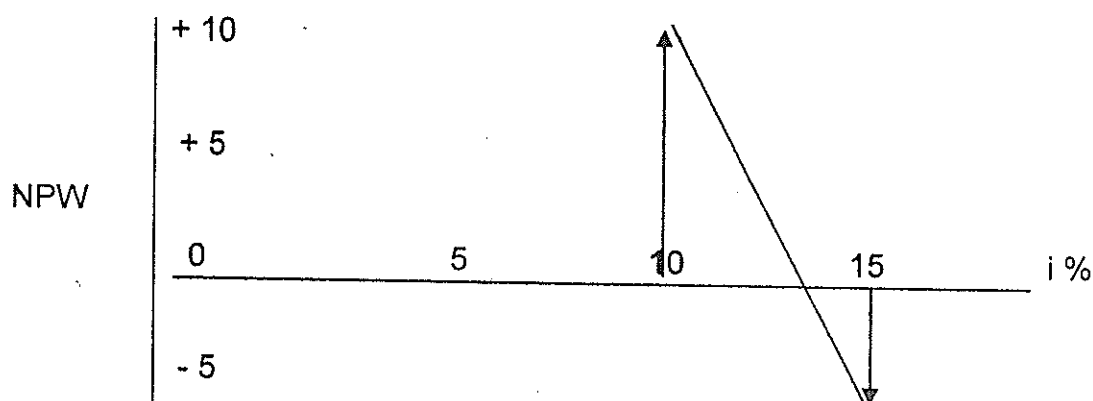
Coba harga $i = 10\%$

$$\begin{aligned} \text{NPW} &= -100 + 20 (0,9091) + 30 (0,8264) + 20 (0,7513) + 40 (0,6830) + \\ &\quad 40 (0,6209) \\ &= -100 + 18,18 + 24,79 + 15,03 + 27,32 + 24,84 = -100 + 110,16 \\ &= + 10,16. \end{aligned}$$

Dengan $i = 10\%$ terlalu rendah, dan dicoba $i = 15\%$.

$$\begin{aligned} \text{NPW} &= -100 + 20 (0,8696) + 30 (0,7561) + 20 (0,6575) + 40 (0,5718) + 40 \\ &\quad (0,4972) \\ &= -100 + 17,39 + 22,68 + 13,15 + 22,87 + 19,89 = -100 + 95,98 = -4,02 \end{aligned}$$

Plotkan harga NPW Vs $i\%$



Dengan interpolasi linier ROR yang diperoleh :

$$i = 10\% + (15\% - 10\%) \left(\frac{10,16}{10,16 + 4,02} \right)$$

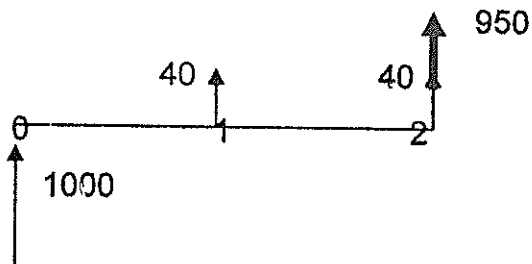
$$i = 13 \frac{1}{2}\%$$

4. Suatu Bond (kertas berharga) sebuah perusahaan pada mulanya dijual oleh perantara kepada seorang investor dengan harga 1000.

Perusahaan yang mengeluarkan bond ini akan membayar bunga 40 dari bond yang berharga 1000 kepada para pemegangnya setiap 6 bulan, dan membayar kembali 1000 pada akhir tahun ke 10. Setelah setahun bond ini dijual oleh pembeli pertama dengan harga 950.

- Berupa ROR pembeli pertama
- Berupa ROR pembeli kedua, bila ia tidak akan menjualnya sampai masa akhir gunanya.

a. Karena 40 diterima setiap 6 bulaan, persoalan ini akan dipecahkan berdasarkan perioda bunga 6 bulan.



PW ongkos = PW benefit

$$1000 = 40 (P/A, i\%, 2) + 950 (P/F, i\%, 2)$$

Coba $i = 1\frac{1}{2}\%$

$$\begin{aligned} 1000 &= 40 (1,956) + 950 (0,4767) \\ &= 78,24 + 922,17 = 1000,41 \end{aligned}$$

Suku bunga per 6 bulaan = 1,5 %.

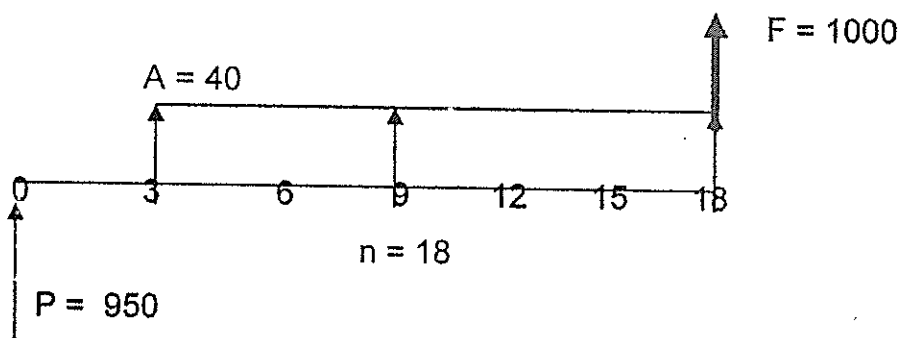
Ini berarti suku bunga nominal (tahunannya)

$$= 2 \times 1,5\% = 3\% \text{ sedangkan}$$

Suku bunga efektifnya

$$= (1 + 0,015)^2 - 1 = 3,02\%$$

b. Disini pembayaran bunga sebesar 40 juga dilakukan setiap 6 bulan sekali



$$950 = 40 (P/A, i\%, 18) + 1000 (P/F, i\%, 18)$$

$$\text{Coba I} = 5\%$$

$$\begin{aligned} 950 &= 40 (11,690) + 1000 (0,4155) \\ &= 467,60 + 415,50 = 883,10 \end{aligned}$$

PW benefit terlalu rendah, sehingga i harus diturunkan.

$$\text{Coba I} = 4\%$$

$$\begin{aligned} 950 &= 40 (12,659) + 1000 (0,4936) \\ &= 506,36 + 493,60 = 999,96 \end{aligned}$$

Harga i antara 4% dan 5%.

Dengan interpolasi didapat :

$$i = 4\% + 1\% \left(\frac{999,96 - 950,00}{999,96 - 883,10} \right) = 4,43\%$$

$$\text{Suku bunga nominal} = 2 \times 4,43 = 8,86\%$$

$$\text{Suku bunga efektif} = (1 + 0,0443)^2 - 1 = 9,05\%$$

4.3 Analisa Break Even dan Kepekaan

Pada analisa ekonomi ini akan dijumpai suatu keadaan dimana biaya dari suatu alternatif merupakan fungsi dari satu peubah. Apabila ada dua atau tiga alternatif yang merupakan fungsi peubah yang sama, maka akan didapat suatu harga dari peubah itu yang mempunyai total biaya yang sama dari alternatif-alternatif yang dipertimbangkan. Harga dari peubah dinamakan titik break even.

Apabila biaya dari satu alternatif merupakan fungsi dari satu peubah yang dinyatakan dalam suatu range harga, kemudian ditentukan harga dari peubah itu dimana biaya alternatif itu adalah minimum, harga peubah ini disebut titik biaya minimum. Pada alternatif yang banyak dan merupakan fungsi dari peubah yang sama, dapat dibandingkan dengan dasar dari titik-titik minimum dari masing-masing alternatif.

4.3.1 Analisa Break Even Dua Alternatif

Biaya dari setiap alternatif merupakan fungsi peubah bebas dan dinyatakan dalam bentuk :

$$TC_1 = f_1 (X) \text{ dan } TC_2 = f_2 (X)$$

Dengan :

TC_1 = Total biaya spesifik per periode alternatif 1

TC_2 = Total biaya spesifik per periode alternatif 2

x = Peubah tak bebas yang berpengaruh pada alternatif 1 dan 2.

Untuk mencari harga x , dengan cara menyamakan biaya dari kedua alternatif tersebut

$$TC_1 = TC_2 \text{ atau } f_1 (X) = f_2 (X)$$

Harga x dimana biaya dari kedua alternatifnya sama ini disebut titik break even.

Contoh:

Suatu motor 20 Hp dibutuhkan untuk menggerakkan pompa untuk memindahkan air dari danau. Pompa itu dioperasikan dengan jumlah jam setiap tahunnya tergantung dari turunnya hujan di daerah tersebut, sehingga disini waktunya tak tentu. Unit pompa ini akan dibutuhkan selama periode 4 tahun.

Ada dua alternatif yang sedang dipertimbangkan :

BIAYA / MANFAAT	ALTERNATIF A	ALTERNATIF B
	POMPA + POWER LINE	MESIN GASOLIN
HARGA	1,400	550
LISTRIK / JAM	0.84	-
PEMELIHARAAN/TH	120	-
NILAI SISA	200	0
BAHAN BAKAR/JAM	0	0.42
PEMELIHARAAN/JAM	-	0.15
BURUH/JAM	-	0.80

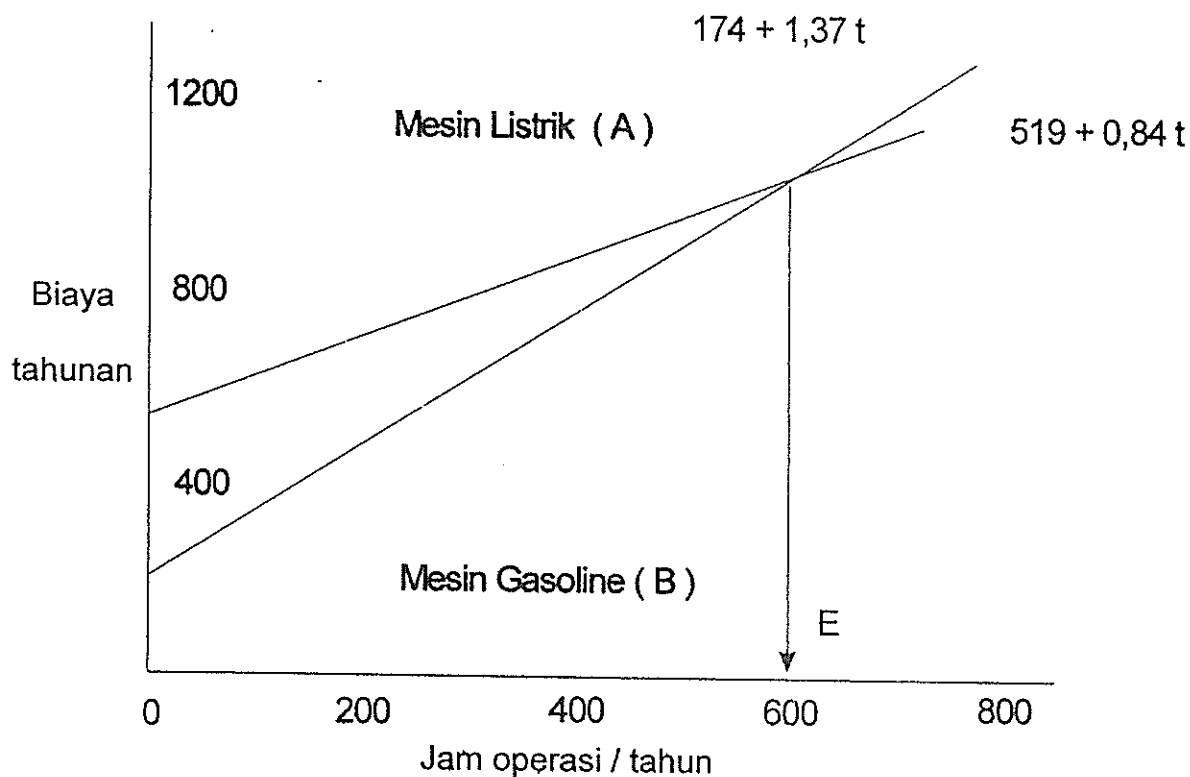
Apabila suku bunga di Bank 10%. Pada jam operasi berapa titik break even dicapai.

Jawab: Apabila jam operasi pertahun = t

BIAYA	ALTERNATIF A	ALTERNATIF B
	POMPA + POWER LINE	MESIN GASOLIN
DEPRESIASI = (P-F) (A/P, i%, N) + FXi%	(1,400-200)(0.3155) + 200 (0.1) =399	(550-0)(0.3155) + 0 (0.1) =174
LISTRIK / TAHUN	0.84 t	-
PEMELIHARAAN/TH	120	0.15 t
BAHAN BAKAR/TH	0	0.42 t
BURUH/TAHUN	0	0.8 t
EUAC	519 + 0.84 t	174 + 1.37 t

$$EUAC_A = EUAC_B$$

$$519 + 0.84 t = 174 + 1.37 t \Rightarrow t = 651 \text{ JAM}$$



Kesimpulan :

- Dari data-data biaya diatas, biaya tahunan dari kedua alternatif adalah sama apabila operasi pertahunnya adalah 651 jam (titik E).
- Jika alat beroperasi kurang dari 651 jam/tahun, maka kita memilih mesin gasoline karena lebih ekonomis.
- Apabila lebih dari 651 jam / tahun motor listrik lebih ekonomis.
- Total biaya tahunan pada kedua alternatif sama pada EUAC = 1066

4.3.2 Analisa Kepekaan (Sensitivity Analysis)

Biaya dan pendapatan pada analisa ekonomi masih berupa perkiraan-perkiraan . Dalam hal ini ingih diketahui apakah ada perubahan keputusan , apabila ada perubahan unsur-unsur pada obyek studi yang dihadapi.

Untuk mengetahui sampai dimana terjadi perubahan keputusan tersebut maka dilakukan analisa kepekaan. Salah satu bentuk analisa kepekaan adalah analisa break even. Dalam hal ini untuk menggambarkan kepekaaan dari suatu keputusan diantara alternatif-alternatif yang disajikan dalam peta break even. Untuk mendapatkan gambaran yang jelas dapat dilihat contoh berikut ini:

Ada 3 alternatif dimana ketiganya berumur 20 tahun dan tidak mempunyai nilai sisa. Apabila diketahui Minimum Attractive Rate of Return (MARR) = 6%. Data – data biaya dan benefit adalah:

Biaya / Benefit	ALTERNATIF		
	A	B	C
Investasi	2000	4000	5000
Benefit	410	639	700
NPW=PW Benefit -PW Biaya	410 (P/A,6%,20) -2000 = 2703	639 (11.47) -4000 = 3329	700 (11.47) -5000 = 3029

Berdasarkan NPW / CASH FLOW TAHUNAN Alternatif B yang dipilih. Dalam perhitungan berikut ini kita akan mengetahui bagaimana kepekaan keputusan terhadap taksiran investasi B.

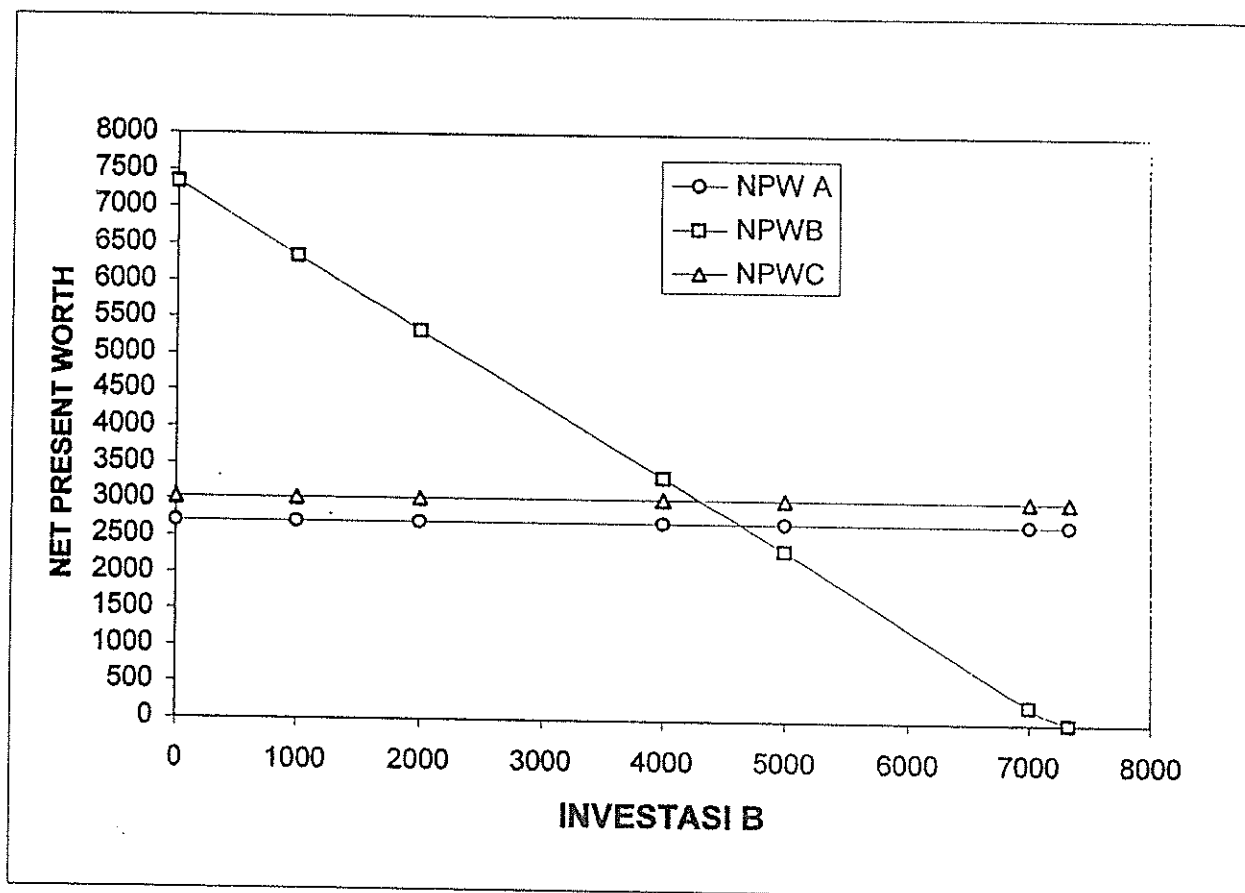
Dimisalkan investasi B adalah X, SHG

$$NPWB = 7329 - X$$

$$NPWA = 2703$$

$$NPWC = 3029$$

Setiap alternatif diplotkan dalam peta break even. Untuk mencari titik break even (S) maka garis NPWC dipotongkan dengan NPWB: $3029 = 7329 - X \Rightarrow X = 4300$



Kesimpulan

- Titik break even pada investasi B = 4300
- Apabila investasi B berubah atau ≥ 4300 maka keputusan berubah menjadi alternatif C yang dipilih.

5. PENGENDALIAN PERSEDIAAN

5.1 PENDAHULUAN

Dalam bab sebelumnya telah dibicarakan tentang modal kerja, yang didalamnya termasuk persediaan bahan baku, produk. Bahan baku yang disediakan harus cukup besar, agar proses produksi berjalan lancar. Apabila persediaan sangat banyak maka ongkos simpan menjadi mahal, tetapi ongkos bahan menjadi murah karena ada faktor discount. Dalam hal ini akan dicari berapa banyaknya bahan yang disediakan agar biaya-biaya operasi untuk penyediaan adalah minimum.

Pada pengendalian persediaan dikenal 3 jenis biaya yaitu :

1. Biaya pesan (ordering cost)

Yang termasuk biaya ini adalah biaya pesan, transportasi, bongkar muat, dan lain-lain biaya yang ditanggung pemesan.

2. Biaya simpan (Carrying Cost)

Yang termasuk biaya ini adalah biaya gudang, biaya kerusakan bahan, asuransi dan interest.

3. Biaya bahan sendiri

Untuk biaya bahan adalah tetap, maka biaya total operasi pada pengendalian persediaan ditentukan biaya simpan dan biaya pesan.

5.2 PENGENDALIAN PERSEDIAAN SEDERHANA

Pengendalian persediaan ini meliputi pengendalian persediaan bahan baku dan hasil produksi. Istilah-istilah yang digunakan untuk menentukan rumus-rumus adalah sebagai berikut :

B = ongkos pesan/ per pesan

C = jumlah kebutuhan unit/tahun

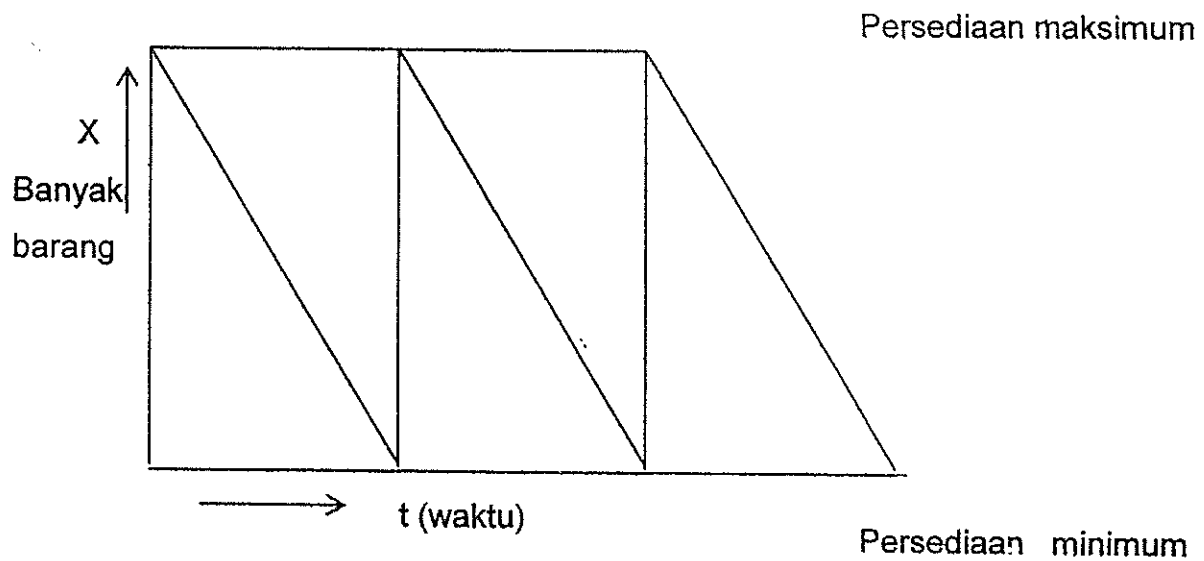
E = ongkos simpan per unit/tahun atau (% ongkos simpan dr harga satuan bahan)

P = harga bahan per unit, X = banyaknya pesan dan n = jumlah pesan/tahun

Untuk menurunkan rumus dibuat perumpamaan sebagai berikut :

1. Harga bahan tidak dipengaruhi banyak/ sedikitnya pembelian.
2. Penggunaan barang adalah tetap setiap saat.
3. Barang harus ada di tempat pada saat pemesanan.
4. Ongkos simpan dan pesan tidak tergantung dari jumlah pembelian.

Secara skematis system pengendalian persediaan dapat dilihat pada gambar di bawah ini :



Apabila sebanyak X barang yang dipesan kemudian barang itu dipakai sehingga habis pada periode waktu tertentu maka jumlah rata - rata yang disimpan di gudang adalah $\frac{X}{2}$ atau inventory rata - rata adalah $\frac{X}{2}$

dan jumlah pesannya adalah $\frac{C}{X}$ kali pesan, sehingga :

$$\text{Biaya simpan} = \frac{X}{2} (E) \text{ atau } \frac{X}{2} (iP)$$

Dan

$$\text{Biaya pesan} = \left(\frac{C}{X}\right) B$$

Biaya operasi total untuk persediaan adalah :

$$T_c = \left(\frac{C}{X}\right) B + \frac{X}{2} (iP)$$

Agar biaya minimum maka :

$$\frac{dT_c}{dX} = 0 \text{ atau : } \frac{CB}{X^2} + \frac{iP}{2} = 0$$

$$X = \sqrt{\frac{2CB}{iP}}$$

Contoh : Suatu pabrik motor listrik ingin membeli " rumah motor " dengan kebutuhan perharinya 300 unit. Pabrik beroperasi rata-rata setiap tahunnya 250 hari. Pabrik ini menginginkan agar persediaan minimumnya adalah nol unit. Harga barang \$ 0,50/ unit, biaya pesan adalah \$ 20 per pesan, biaya simpan 15,4 % dari harga bahan.

Berapa yang harus dipesan agar biayanya minimum ?

Diketahui : B = \$ 20/ pesan, C = 250 x 300 = 75.000 unit / tahun, i = 15,4 % dan P = 0,50

Ditanya : X = ?

Jawab :

$$X = \sqrt{\frac{2CB}{iP}} = \sqrt{\frac{2(75.000)(20)}{0,154 \times 0,5}} = 6250 \text{ unit}$$

Yang harus dipesan = 6.250 unit

$$\text{Jumlah pesan per tahun} = n = \frac{C}{X} = \frac{75.000}{6.250} = 12 \text{ X}$$

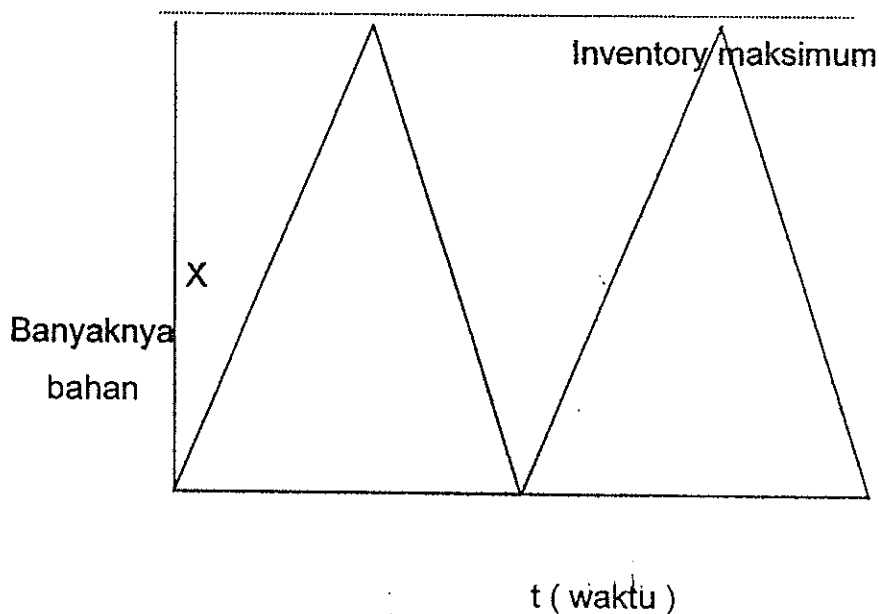
Pesanan dilakukan setiap bulan sekali.

Untuk berbagai banyaknya yang dipesan, total biaya dari masing – masing pesanan dapat dilihat tabel berikut ini.

Banyaknya Pesanan (X)	Biaya Pesan (C/X) B	Biaya Simpan (X/2) E	Total Biaya (C/X) B + (X/2) E
1.000	1500	38,50	1.538,50
2.000	750	77,00	827,00
3.000	500	115,50	615,50
4.000	375	154,00	529,00
5.000	300	192,50	492,50
6.000	250	231,00	481,00
7.000	214	269,50	483,50
8.000	187	308,00	495,00
9.000	167	346,50	513,50
10.000	150	385,00	535,00

5.3 PENGENDALIAN PERSEDIAAN PRODUK

Pada pengendalian persediaan produk dapat digambar sebagai berikut :



Istilah yang digunakan dalam pengendalian ini adalah :

R = kecepatan delivery

V = ongkos produk

C = kebutuhan

X = banyaknya bahan yang harus diproduksi

Apabila kecepatan delivery = R dan kecepatan penggunaannya adalah C sedangkan banyaknya bahan yang harus diproduksi X maka kecepatan inventornya = $(R - C)$ dan inventory maksimumnya adalah :

$\frac{X}{R} (R - C)$ atau inventory rata-ratanya adalah :

$\frac{X}{2} (1 - \frac{C}{R})$ dan biaya simpannya.

Adalah :

$\frac{X}{2} (1 - \frac{C}{R}) \cdot P$

Sedangkan biaya pesannya adalah :

$\frac{C}{X} (B)$

Total biaya operasinya adalah :

$$T_c = \frac{X}{2} \left(1 - \frac{C}{R}\right) i P + \frac{C}{X} (B)$$

Agar biaya minimum, maka :

$$\frac{dT_c}{dX} = 0 \text{ atau } \frac{CB}{X^2} + \frac{iP}{2} \left(1 - \frac{C}{R}\right) = 0 \text{ atau}$$

$$X = \sqrt{\frac{2CB}{iP \left(1 - \frac{C}{R}\right)}}$$

Contoh :

Pada saat ini suatu pabrik yang membuat gear produksinya adalah 3.000 unit, kecepatan produksinya 1000 unit per hari, dan ini di delivery ke gudang. Kebutuhan gear ini per harinya 600 unit. Pabrik ini akan mengetahui apakah produksi 3000 unit ini adalah ekonomis. Langkah awal yang diambil oleh pabrik adalah memperkirakan biaya kontrol produksi,, set up dan pengangkutan yaitu relatif tetap 10 setiap produksi. Ongkos produksi 2 setiap gear, dan biaya simpannya adalah = 0,001 per unit per hari. Dari data-data ini diinginkan berapa banyaknya gear yang harus di produksi.

Diket : R = 1000 unit per hari
 C = 600 unit per hari
 B = 10/per pesan (produksi)
 E (iP) = 0,001 per unit per hari.

Jawab :

$$X = \sqrt{\frac{2CB}{iP \left(1 - \frac{C}{R}\right)}}$$

$$X = \sqrt{\frac{2(600)(10)}{0,001 \left(1 - \frac{600}{1000}\right)}} = 5480 \text{ unit}$$

Banyaknya produksi = 5480 unit

Dengan inventory maksimum :

$$\frac{X}{R} (R - C) = \frac{5480}{1000} (1000 - 600) = 2192 \text{ unit}$$

5.4 PENGENDALIAN PERSEDIAAN KHUSUS

Apabila kebutuhan tiap bulan selama satu tahun sudah tertentu, maka kebutuhan bisa dilakukan setiap bulan sekali, setiap 2 bulan, setiap 3 bulan atau setiap 4 bulan sekali. Sebagai contoh adalah sebagai berikut :

Kebutuhan soda pada suatu pabrik kertas adalah :

Bln	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Ton	450	120	570	710	340	230	890	160	110	650	370	200

Apabila biaya pesan 75 / pesan dan biaya simpan \$ 2 / ton, berapa biaya total setiap tahun apabila penyediaan dilakukan setiap bulan sekali. Dan bandingkan apabila penyediaan dilakukan setiap 2, 3 dan 4 bulan sekali.

a. Penyediaan setiap bulan sekali.

Bulan ke	Kebutuhan (ton)	Persediaan awal	Persediaan akhir	Persediaan Rata-rata
1	450	450	0	225
2	120	120	0	60
3	570	570	0	285
4	710	710	0	355
5	340	340	0	170
6	230	230	0	115
7	890	890	0	445
8	160	160	0	80
9	110	110	0	55
10	650	650	0	325
11	370	370	0	185
12	200	200	0	100

$$\text{Persediaan rata-rata setiap tahun} = \frac{2400}{12} = 200 \text{ ton}$$

$$\text{Biaya simpan} = 200 \text{ ton} (\$ 2/\text{ton}/\text{tahun}) = 400 / \text{tahun}$$

Jumlah kali pesan ada 12 kali sehingga :

$$\text{Biaya pesan} = 75 \times 12 = 900 \text{ dan Total biaya} = 400 + 900 = 1300 / \text{tahun}$$

b. Apabila penyediaan dilakukan setiap 2 bulan sekali

Bulan ke	Kebutuhan (ton)	Persediaan awal	Persediaan akhir	Persediaan rata-rata
1	450	570	120	345
2	120	120	0	60
3	570	1280	710	995
4	710	710	0	355
5	340	570	230	400
6	230	230	0	115
7	890	1050	160	605
8	160	160	0	80
9	110	760	650	705
10	650	650	0	325
11	370	370	200	385
12	200	200	0	100

Persediaan rata-rata setiap tahun = 372,5 ton

Biaya simpan = 372,5 ton (2/ton/tahun) = 745 / tahun

Jumlah kali pesan ada 6 kali sehingga :

Biaya pesan = 75 x 6 = 450 / tahun

Total biaya = 745 + 450 = 1195 / tahun

c. Apabila penyediaan dilakukan setiap 3 bulan sekali

Bulan ke	Kebutuhan (ton)	Persediaan awal	Persediaan akhir	Persediaan rata-rata
1	450	1140	690	915
2	120	690	570	630
3	570	570	0	285
4	710	1280	570	925
5	340	570	230	400
6	230	230	0	115
7	890	1160	270	715
8	160	270	110	190
9	110	110	0	55
10	650	1220	570	895
11	370	570	200	385
12	200	200	0	100

Persediaan rata-rata setiap tahun = 467,5 ton

Biaya simpan = 467,5 ton (\$ 2/ton/tahun) = 935 / tahun

Jumlah kali pesan ada 4 kali sehingga :

Biaya pesan = 75 x 4 = 300 / tahun

Total biaya = 935 + 300 = 1235 / tahun

d. Apabila penyediaan dilakukan setiap 4 bulan sekali

Bulan ke	Kebutuhan (ton)	Persediaan awal	Persediaan akhir	Persediaan rata-rata
1	450	1850	1400	1625
2	120	1400	1280	1340
3	570	1280	710	995
4	710	710	0	335
5	340	1620	1280	1450
6	230	1280	1050	1165
7	890	1050	160	605
8	160	160	0	80
9	110	1330	1220	1275
10	650	1220	570	895
11	370	570	200	385
12	200	200	0	100

Persediaan rata-rata setiap tahun = 855,5 ton

Biaya simpan = 855,5 ton (\$ 2/ton/tahun) = 1711 / tahun

Jumlah kali pesan ada 3 kali sehingga :

Biaya pesan = 75 x 3 = 225 / tahun

Total biaya = 1936 / tahun

Kesimpulan :

Penyediaan	Total Biaya Tahunan (\$)
Setiap 1 bulan	1300
Setiap 2 bulan	1195
Setiap 3 bulan	1235
Setiap 4 bulan	1936

Penyediaan setiap 2 bulan adalah paling ekonomis dengan total biaya \$1195.

5.5 PENGENDALIAN PERSEDIAAN BANYAK JENIS BARANG DENGAN KONSTRAIN

Perhitungan total biaya untuk persediaan banyak jenis digunakan

$$\text{rumus sebagai berikut : } TC = \sum TC_j = \sum_{j=1}^n \left(\frac{C_j}{X} B + \frac{X}{2} P_{ji} \right)$$

Secara umum dapat dinyatakan :

Fungsi objectifnya adalah :

$$TC = T (X_1, X_2, \dots, X_n) = T (X)$$

Pada kenyataannya untuk persediaan ini dibatasi oleh dana, ruang gudang dan lain-lain, ada konstrain yang dinyatakan dengan persamaan :

$$g (X_1, X_2, \dots, X_n) = b$$

Penyelesaian persoalan diatas digunakan " Lagrange Multiplier ", dan bentuk fungsi objectifnya menjadi :

$$L (X, \lambda) = T (X) - \lambda B (X)$$

Dengan konstrain:

$$g (X) = b$$

λ adalah lagrange multiplier, harganya dicari dengan menurunkan $L (X, \lambda)$ secara parsial) ke X dan λ dan harganya = 0

$$\frac{\partial L}{\partial X} = 0 \quad \text{dan} \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$$

Contoh :

Sebuah perusahaan ingin membeli 3 jenis barang, dengan ongkos pesan = \$ 10 / tiap pesan ongkos simpan 20 %, kebutuhan/ tahun dan harga unit dapat dilihat pada tabel berikut ini :

Barang	Kebutuhan/ th/ unit	Harga / unit
1	3.200	2
2	12.500	5
3	18.000	5

Tentukan :

- Berapa yang harus dipesan optimal
- Berapa yang harus di pesan apabila dana yang digunakan untuk pembelian tidak lebih dari 5000.

Jawab :

- Tanpa konstrain

Rumus umum :

$$X_j = \sqrt{\frac{2C_j B}{P_j i}}$$

$$\text{Jenis barang 1 } X_1 = \sqrt{\frac{2C_1 B}{P_1 i}} \quad X_1 = \sqrt{\frac{2 \times 3.200 \times 10}{2 \times 0,2}} = 400$$

$$2 \quad X_2 = \sqrt{\frac{2C_2 B}{P_2 i}} \quad X_2 = \sqrt{\frac{2 \times 12.500 \times 10}{5 \times 0,2}} = 500$$

$$3 \quad X_3 = \sqrt{\frac{2C_3 B}{P_3 i}} \quad X_3 = \sqrt{\frac{2 \times 18.000 \times 10}{5 \times 0,2}} = 600$$

Jumlah dana yang dibutuhkan untuk memesan barang – barang adalah :

$$400 (2) + 500 (5) + 600 (5) = 6300$$

- Dengan konstrain

Fungsi objectifnya :

$$\sum_{j=1}^3 \left(\frac{C_j}{X_j} B + \frac{X_j}{2} P_j i \right) + \lambda (\sum_{j=1}^3 X_j P_j - 5000)$$

$$\sum X_j P_j = 5000$$

untuk mencari X maka :

$$\frac{\partial L}{\partial X} = 0 \quad \frac{C_j}{X_j^2} B + \frac{P_j i}{2} + \lambda P_j = 0 \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 = \sum_{j=1}^3 X_j P_j - 5000 = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

dari persamaan (1) didapat :

$$X_j = \sqrt{\frac{2 C_j B}{P_j(i+2\lambda)}} \quad \dots\dots\dots (3)$$

Dari persamaan (2) didapat :

$$X_1 P_1 + X_2 P_2 + X_3 P_3 = 5000 \quad \dots\dots\dots (4)$$

Harga X_1, X_2, X_3 dari persamaan (3) masukkan ke persamaan (4)

$$P_1 \sqrt{\frac{2 C_1 B}{P_1(i+2\lambda)}} + P_2 \sqrt{\frac{2 C_2 B}{P_2(i+2\lambda)}} + P_3 \sqrt{\frac{2 C_3 B}{P_3(i+2\lambda)}} = 5000$$

$$\sqrt{\frac{2 C_1 B P_1}{(i+2\lambda)}} + \sqrt{\frac{2 C_2 B P_2}{(i+2\lambda)}} + \sqrt{\frac{2 C_3 B P_3}{(i+2\lambda)}} = 5000 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\sqrt{\frac{2(3200)10(2)}{(i+2\lambda)}} + \sqrt{\frac{2(12500)10(5)}{(i+2\lambda)}} + \sqrt{\frac{2(18500)10(5)}{(i+2\lambda)}} = 5000$$

$$\sqrt{\frac{128.000}{(i+2\lambda)}} + \sqrt{\frac{1.250.000}{(i+2\lambda)}} + \sqrt{\frac{1.800.000}{(i+2\lambda)}} = 5000$$

Dari persamaan (5) didapatkan harga $\lambda = 0,05876$

Harga λ masukkan ke persamaan (3), dan didapat :

$$\text{Jenis barang 1 } X_1 = \sqrt{\frac{2C_1 B}{P_1(i+2\lambda)}} \quad X_1 = \sqrt{\frac{2(3200)(10)}{2(0,2+0,1)}} = 318$$

$$2 \quad X_2 = \sqrt{\frac{2C_2 B}{P_2(i+2\lambda)}} \quad X_2 = \sqrt{\frac{2 \times 12.500 \times 10}{5(0,2+0,1)}} = 397$$

$$3. \quad X_3 = \sqrt{\frac{2C_3 B}{P_3(i+2\lambda)}} \quad X_3 = \sqrt{\frac{2 \times 18.000 \times 10}{5(0,2+0,1)}} = 472$$

$$\text{Total} = 318(2) + 397(5) + 477(5) = 5006$$

6. LINEAR PROGRAMING

Banyak persoalan yang dihadapi oleh perusahaan – perusahaan karena terbatasnya sumber daya, diantaranya : uang, buruh, bahan, mesin, tempat dan waktu.

Linear Programing (LP) adalah salah satu bentuk persoalan optimasi yang jumlah sumber dayanya terbatas dengan persamaan – persamaannya linear.

Secara umum persoalan optimasinya mencakup :

1. Persoalan maksimasi (memaksimalkan keuntungan).
2. Persoalan minimasi (meminimumkan ongkos / biaya).

Persoalan diatas mempunyai fungsi yang linear dan disebut fungsi objektif (FO), sedangkan subjeknya adalah satu set persamaan / ketidaksamaan yang disebut konstrain / restriksi / batasan.

Secara matematis persoalan maksimasi dapat dituliskan :

Maksimumkan :

$$FO : X_0 = c_1X_1 + c_2X_2 + \dots + c_nX_n$$

Dengan batasan :

$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1n}X_n \leq b_1$$

$$a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2n}X_n \leq b_2$$

|
|
|

$$a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \dots + a_{mn}X_n \leq b_m$$

dimana $X_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n$

Ada beberapa cara untuk menyelesaikan persoalan ini, yaitu :

1. Cara grafis
2. Cara Simplex

Cara grafis hanya bisa dipakai untuk perubah yang jumlahnya 3, selebihnya tidak dapat diselesaikan dengan cara ini, tetapi dapat diselesaikan dengan cara simplex.

Sebagai contoh adalah :

6. LINEAR PROGRAMING

Banyak persoalan yang dihadapi oleh perusahaan – perusahaan karena terbatasnya sumber daya, diantaranya : uang, buruh, bahan, mesin, tempat dan waktu.

Linear Programing (LP) adalah salah satu bentuk persoalan optimasi yang jumlah sumber dayanya terbatas dengan persamaan – persamaannya linear.

Secara umum persoalan optimasinya mencakup :

1. Persoalan maksimasi (memaksimalkan keuntungan).
2. Persoalan minimasi (meminimumkan ongkos / biaya).

Persoalan diatas mempunyai fungsi yang linear dan disebut fungsi objektif (FO), sedangkan subjeknya adalah satu set persamaan / ketidaksamaan yang disebut konstrain / restriksi / batasan.

Secara matematis persoalan maksimasi dapat dituliskan :

Maksimumkan :

$$FO : X_0 = c_1X_1 + c_2X_2 + \dots\dots\dots c_nX_n$$

Dengan batasan :

$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots\dots\dots + a_{1n}X_n \leq b_1$$

$$a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots\dots\dots + a_{2n}X_n \leq b_2$$

|
|
|

$$a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \dots\dots\dots + a_{mn}X_n \leq b_m$$

dimana $X_j \geq 0, j = 1, 2, \dots\dots\dots, n$

Ada beberapa cara untuk menyelesaikan persoalan ini, yaitu :

1. Cara grafis
2. Cara Simplex

Cara grafis hanya bisa dipakai untuk perubah yang jumlahnya 3, selebihnya tidak dapat diselesaikan dengan cara ini, tetapi dapat diselesaikan dengan cara simplex.

Sebagai contoh adalah :

6.1 Persoalan Maksimasi

Sebuah pabrik memproduksi 2 produk, produk ini di proses melalui 2 mesin. Mesin A maksimum bekerja 60 jam dan Mesin B bekerja maksimum 48 jam. Untuk membuat produk 1 diperlukan waktu 4 jam di A dan 2 jam di B, sedangkan untuk produk 2 diperlukan waktu 2 jam di A dan 4 jam di B. Apabila keuntungan sebuah produk 1 adalah 600 dan produk 2 adalah 800. Tentukan berapa jumlah produk 1 dan 2 yang dibuat agar untungnya maksimum.

Jawab :

A. Cara Grafis

Apabila produk 1 yang dibuat adalah X_1 buah dan produk 2 yang dibuat adalah X_2 buah maka :

Fungsi objektifnya adalah :

$$\text{MAKS : } P = 600 X_1 + 800 X_2$$

DENGAN BATASAN-BATASAN:

$$\text{MESIN A : } 4 X_1 + 2 X_2 \leq 60 \quad ; X_1 = 0 \Rightarrow X_2 = 30; X_2 = 0 \Rightarrow X_1 = 15$$

$$\text{MESIN B : } 2 X_1 + 4 X_2 \leq 48 \quad ; X_1 = 0 \Rightarrow X_2 = 12; ; X_2 = 0 \Rightarrow X_1 = 24$$

$$\text{DAN } X_1, X_2 \geq 0$$

$$\text{TITIK POTONG DR 2 PERSAMAAN } \Rightarrow X_1 = 12 \text{ DAN } X_2 = 6$$

UJI TITIK-TITIK EKSTRIM DIATAS:

COBA	X_1	X_2	MESIN A	MESIN B	$P = 600 X_1 + 800 X_2$
1	0	30	60	130 (X)	X
2	15	0	30	30	9.000
3	0	12	24	48	9.600
4	24	0	96 (X)	48	X
5	12	6	60	48	12.000

DENGAN MEMBUAT PRODUK I DAN II MASING-MASING 12 DAN 6 BUAH DIDAPATKAN KEUNTUNGAN MAKSIMUM SEBESAR \$ 12,000.

B. Cara simplek

Fungsi objektifnya adalah :

$$\text{Maks } X_0 = 600 X_1 + 800 X_2$$

Dengan batasan – batasan :

$$\text{Mesin A : } 4 X_1 + 2 X_2 \leq 60$$

$$\text{Mesin B : } 2 X_1 + 4 X_2 \leq 48$$

Dengan cara simplex FO diubah menjadi :

- $X_0 - 600 X_1 - 800 X_2 = 0$ disebut 0
- Ketidaksamaan diubah menjadi persamaan.

Yaitu tanda < supaya menjadi (=) harus ditambah dengan slack variable dengan koefisien 1. Untuk tanda > supaya menjadi (=) harus dikurangi dengan perubah surplus dengan koefisien 1.

Sehingga batasan – batasan menjadi :

$$4 X_1 + 2 X_2 + 1 X_3 = 60 \text{ disebut baris 1}$$

$$2 X_1 + 4 X_2 + \quad + 1 X_4 = 48 \text{ disebut baris 2}$$

Diatas ada 3 persamaan dengan 5 perubah yang tak diketahui (unknown). Apabila ada 3 persamaan dengan 3 perubah tak diketahui, maka 3 perubah itu dapat dicari dan sudah tertentu. Kalau ada 3 persamaan dengan 5 perubah tak diketahui, maka 3 perubah itu dapat dihyatakan dengan 2 perubah yang lain. Memberikan koefisien 1 pada perubahan slack yang masing – masing “tampak 1 kali” dalam persamaan – persamaan sangat menguntungkan dalam penyelesaian secara coba – coba dengan interasi.

Apabila perubah – perubah yang menyatakan (X_1 & X_2) diberi harga 0, maka akan didapat harga :

$$X_0 = 0$$

$$X_3 = 60$$

$$X_4 = 48$$

X_0 , X_3 , X_4 disebut perubah basis yang harganya = harga ruas kanan.

Persamaan – persamaan diatas kalau ditulis adalah :

$$X_0 - 600 X_1 - 800 X_2 = 0 \quad (0)$$

$$4 X_1 + 2 X_2 + \quad + 1 X_3 = 60 \quad (1).$$

$$2 X_1 + 4 X_2 \quad + 1 X_4 = 48 \quad (2).$$

Kemudian ditabelkan sebagai berikut :

Baris	Basis	X_0	X_1	X_2	X_3	X_4	Harga	b_i / a_{ie}
0	X_0	1	-	-	-	-	0	
1	X_3	-	600	800	1	-	60	
2	X_4	-	4	2	-	1	48	

Diluar basis harganya = 0, yaitu bilangan yang menyatakan (X_1 dan X_2).

- Carilah pada baris 0 yang mempunyai koefisien negatif yang paling besar dan nantinya dicalonkan sebagai perubah basis (X_2), X_2 akan masuk menggantikan X_3 atau X_4 .

Perubah yang digantikan dicek dulu harga b_i / a_{ie} .

b_i = harga ruas kanan pada baris ke i.

a_{ie} = harga koefisien pada baris ke i pada kolom perubah yang akan masuk menggantikan (X_2)

Baris 1 harga $b_i / a_{ie} = 60 / 2 = 30$

Baris 2 harga $b_i / a_{ie} = 48 / 4 = 12$

Harga yang paling kecil akan diganti, sehingga X_2 masuk sebagai perubah basis menggantikan X_4 (pada baris 2), dan koefisien X_2 pada baris 2 harus = 1 dan pada baris 0 dan 1 harus = 0.

Supaya koefisien X_2 pada baris 0 dan 1 = 0 maka dapat dilakukan dengan cara menjumlahkan atau mengurangi persamaan – persamaannya.

Sebagai contoh :

- Untuk baris (0)

baris 2 dikalikan 800 kemudian dijumlahkan pada baris 0.

$$+ 1 \times 800 - 800 = 0 \quad (X_2)$$

$$+ \frac{1}{4} \times 800 - 600 = -200 \quad (X_1)$$

$$+ \frac{1}{4} \times 800 + \quad = 200 \quad (X_4)$$

$$+ 12 \times 800 + \quad = 9600 \quad (\text{harga})$$

- Untuk baris (1)

baris 2 dilakukan 2 kemudian dikurangkan pada baris 1.

$$+ 2 - (1 \times 2) = 0 \quad (X_2)$$

$$+ 44 - (\frac{1}{2} \times 22) = 3 \quad (X_1)$$

$$+ 0 - (\frac{1}{4} \times 2) = - \frac{1}{2} \quad (X_4)$$

$$+ 60 - (12 \times 2) = 36 \quad (\text{harga})$$

kemudian ditabelkan sebagai berikut :

Iterasi	Baris	Basis	Xo	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	Harga	b _i / a _{ie}
1	0	X ₀	1	- 200	-	-	200	9600	
	1	X ₃	-	3	-	1	- 1/2	36	36 / 3 = 12
	2	X ₂	-	1/2	1	-	1/4	12	12 / 0,5 = 24

- Untuk iterasi selanjutnya caranya seperti diatas.

- Iterasi selesai bila dalam fungsi objektifnya (baris 0) tidak lagi terdapat koefisien negatif (0 atau positif).

- Penyelesaian dapat dilihat pada tabel berikut.

Iterasi	Baris	Basis	Xo	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	Harga	b _i / a _{ie}
	0	X ₀	1	- 600	- 800	-	-	0	
	1	X ₃	-	4	2	1	-	60	60/2 = 30
	2	X ₄	-	2	4	-	1	48	48/4 = 12
1	0	X ₀	1	- 200	-	-	200	9600	
	1	X ₃	-	3	-	1	- 1/2	36	36/3 = 12
	2	X ₂	-	1/2	1	-	1/4	12	12/0,5 = 24
2	0	X ₀	1	1	-	200/3	1000/6	12000	
	1	X ₁	-	1	-	1/3	- 1/6	12	
	2	X ₂	-	-	1	- 1/6	1/6	6	

Hasil adalah : X₀ = 12.000 (keuntungan maksimum)

$$X_1 = 12$$

$$X_2 = 6$$

6.2. Persoalan Minimasi

Kita ingin mencampur 3 logam A, B dan C agar terbentuk 10 ton alloy. Alloy harus mempunyai spesifikasi tertentu, yaitu: paling sedikit mengandung 25 % timbal dan 20 % seng, dan tidak lebih dari 50 % timah.

Komposisi dan harga 3 logam ditunjukkan dalam tabel berikut :

Logam	A	B	C
Timbal	0,1	0,1	0,4
Timah	0,1	0,3	0,6
Seng	0,8	0,6	0,0
Harga / Ton	1400	2000	3000

Pertanyaan :

Berapa logam A, B dan C yang dicampur dengan spesifikasi diatas agar didapat biaya minimum.

Jawab :

Jika Logam A yang dicampur X_1 ton,
 Logam B yang dicampur X_2 ton, dan
 Logam C yang dicampur X_3 ton.

1. Cara Grafis

FUNGSI OBJEKTIF (FO) :

$$\text{MIN } C = 1400 A + 2000 B + 3000 C \quad (1)$$

BATASAN-BATASAN ADALH:

NERACA MASA TOTAL :

$$A + B + C = 10 \quad (2)$$

$$C = 10 - A - B \quad (3)$$

NERACA KOMPONEN:

$$A + B + 4C \geq 25 \text{ (Pb)} \quad (4)$$

$$A + 3B + 6C \leq 50 \text{ (Sn)} \quad (5)$$

$$8A + 6B \geq 20 \text{ (Zn)} \quad (6)$$

Substitusi Pers (3) ke pers (4), (5) dan (6) dan didapat

Pers (4) menjadi $A + B \leq 5$ (7)

$$\text{Pers (5) menjadi } 5A + 3B \geq 10 \quad (8)$$

$$\text{Pers (6) } 8A + 6B \geq 20 \quad (9)$$

$$A + B \leq 5, \text{ jika } A = 0; B \Rightarrow 5; \text{ jika } B = 0 \Rightarrow A = 5$$

$$5A + 3B \geq 10, \text{ jika } A = 0; B \Rightarrow 10/3; \text{ jika } B = 0 \Rightarrow A = 2$$

$$8A + 6B \geq 20, \text{ jika } A = 0; B \Rightarrow 10/3; \text{ jika } B = 0 \Rightarrow A = 2,5$$

COBA	A	B	C	Pb	Sn	Zn	C=1400 A + 2000 B + 3000 C
1	0	5	5	25	45	30	25.000
2	5	0	5	25	35	40	22.000 (MINIMUM)
3	0	10/3	20/3	30	50	20	26.600
4	2	0	8	34	50	16 (X)	30.000
5	0	10/3	20/3	30	50	20	26.600
6	2,5	0	7,5	32,5	47,5	20	26.000

BIAYA MINIMUM 22.000 DENGAN MENCAMPUR LOGAM A DAN C MASING-MASING 5 TON.

2. Cara : Simplek

Fungsi objektifnya :

$$\text{Min } X_0 = 1400 X_1 + 2000 X_2 + 3000 X_3$$

Karena sifat linear persoalannya maka persoalan minimasi dapat diubah menjadi persoalan maksimasi, yaitu dengan mengalikan Fungsi Objektifnya dengan tanda negatif, sehingga menjadi :

$$\text{Maks } - X_0 = X_0 = -1400 X_1 - 2000 X_2 - 3000 X_3.$$

Atau :

$$X_0 / 100 = X_0' = -14 X_1 - 20 X_2 - 30 X_3$$

Atau :

$$X_0' + 14 X_1 + 20 X_2 + 30 X_3 = 0$$

Batasan – batasan adalah :

Neraca masa total :

$$X_1 + X_2 + X_3 = 10$$

Neraca Komponen :

$$\text{Timbal} : 0,1 X_1 + 0,1 X_2 + 0,4 X_3 \geq 0,25 \cdot 10$$

$$\text{Timah} : 0,1 X_1 + 0,3 X_2 + 0,6 X_3 \leq 0,50 \cdot 10$$

$$\text{Seng} : 0,8 X_1 + 0,6 X_2 \geq 0,20 \cdot 10$$

Atau dapat ditulis sebagai berikut :

$$X_1 + X_2 + X_3 = 10$$

$$X_1 + X_2 + 4X_3 \geq 25$$

$$X_1 + 3X_2 + 6X_3 \leq 50$$

$$8X_1 + 6X_2 \geq 20$$

Ketidaksamaan diubah menjadi persamaan dengan menambah perubah slack dan perubah surplus sehingga menjadi :

$$X_1 + 3X_2 + 6X_3 + 1X_4 = 50 \quad (1)$$

$$X_1 + X_2 + 4X_3 - 1X_5 = 25 \quad (2)$$

$$8X_1 + 6X_2 - 1X_6 = 20 \quad (3)$$

$$X_1 + X_2 + X_3 = 10 \quad (4)$$

X = perubah slack

X_5 & X_6 = perubah surplus

Persamaan diatas pada baris 2, 3 dan 4 belum tampak satu perubah yang berdiri sendiri dengan koefisien + 1, sehingga perlu ditambahkan perubah artificial yang harganya harus = 0. Dengan menambah perubah artificial pada batasannya dengan koefisien + 1 maka fungsi objektifnya harus ditambah tetapi dengan koefisien M, dan harga M diambil sembarang, yaitu 1, 10, 100, 1000 atau 1010. Tetapi disini pengambilannya harus cukup besar.

Sehingga persamaan – persamaan diatas menjadi :

$$X_0' + 14X_1 + 20X_2 + 30X_3 + M Y_1 + M Y_2 + M Y_3 = 0$$

Untuk persoalan diatas apabila diambil $M = 10$ maka persamaan menjadi :

$$X_0' + 14X_1 + 20X_2 + 30X_3 + 10Y_1 + 10Y_2 + 10Y_3 = 0 \quad (0)$$

$$X_1 + 3X_2 + 6X_3 + 1X_4 = 50 \quad (1)$$

$$X_1 + X_2 + 4X_3 - 1X_5 + 1Y_1 = 25 \quad (2)$$

$$8X_1 + 6X_2 - X_6 + 1Y_2 = 20 \quad (3)$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + 1Y_3 = 10 \quad (4)$$

Baris (2), (3) dan (4) dikalikan 10 kemudian dikurangkan pada baris (0), sehingga persamaan – persamaannya menjadi :

$$\begin{aligned} X_0' - 86X_1 - 60X_2 - 20X_3 + 10X_5 + 10X_6 &= -550 \quad (0) \\ X_1 + 3X_2 + 6X_3 + X_4 &= 50 \quad (1) \\ X_1 + X_2 + 4X_3 - X_5 + 1Y_1 &= 25 \quad (2) \\ 8X_1 + 6X_2 - X_6 + 1Y_2 &= 20 \quad (3) \\ X_1 + X_2 + X_3 + 1Y_3 &= 10 \quad (4) \end{aligned}$$

Penyelesaian diberikan dalam tabel berikut :

It	Bar	Bas	Xo'	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Har
1	0	Xo'	1	-86	-60	-20	-	10	10	-	-	-	-550
	1	X ₄	-	1	3	6	1	-	-	-	-	-	50
	2	Y ₁	-	1	1	4	-	-1	-	1	-	-	25
	3	Y ₂	-	8	6	-	-	-	-1	-	1	-	20
	4	Y ₃	-	1	1	1	-	-	-	-	-	1	10
2	0	Xo'	1	-	9/2	-20	-	10	-3/4	-	86/8	-	-335
	1	X ₄	-	-	18/8	6	1	-	1/8	-	-1/8	-	47,5
	2	Y ₁	-	-	2/8	4	-	-1	1/8	1	-1/8	-	22,5
	3	X ₁	-	1	6/8	-	-	-	-1/8	-	1/8	-	2,5
	4	Y ₃	-	-	2/8	1	-	-	1/8	-	-1/8	1	7,5
3	0	Xo'	1	-	23/4	-	-	5	-1/8	5	81/8	-	-445/2
	1	X ₄	-	-	15/8	-	1	6/4	-1/16	-6/4	1/16	-	55/4
	2	X ₃	-	-	1/16	1	-	-1/4	1/32	1/4	-1/32	-	45/8
	3	X ₁	-	1	6/8	-	-	-	-1/8	-	1/8	-	2,5
	4	Y ₃	-	-	3/16	-	-	1/4	3/32	-1/4	-3/32	1	15/8
4	0	Xo'	1	-	6	-	-	16/3	-	14/3	10	4/3	-220
	1	X ₄	-	-	5/3	-	1	5/3	-	-5/3	-	2/3	15
	2	X ₃	-	-	-	1	-	-1/3	-	1/3	-	-1/3	5
	3	X ₁	-	1	1	-	-	1/3	-	-1/3	-	4/3	5
	4	X ₆	-	-	2	-	-	8/3	1	-8/3	-1	32/3	20

Didapat harga :Xo' = -220 atau X₀ = 220 x 100 = 22.000

X₄ = 15; X₆ = 20; X₁ = 5 (logam A) dan X₃ = 5 (logam C) Logam yang dicampur adalah A dan C sebanyak 5 ton, dengan ongkos minimum = 22.000.

6.3 Masalah Transportasi

Masalah transportasi ini memerlukan pemecahan untuk menemukan program pengangkutan yang biasanya minimum. Dalam mendistribusikan unit – unit dari suatu produk.

Dalam hal ini ada beberapa titik supply (gudang penyimpanan) dari produk tersebut dan ada tempat – tempat yang memerlukan penyediaan (titik demand).

Misalnya ada suatu produk yang disimpan dalam 2 buah gedung A dan B. Di A ada 100 buah dan di B ada 40 buah. Produk itu akan dibawa ke tiga tempat. Tempat I memerlukan 50 buah, Tempat II 20 buah dan Tempat III 70 buah.

Ongkos transport dari A dan B ke tempat tujuan tertera pada tabel berikut ini :

ASAL	TUJUAN		
	I = 50	II = 20	III = 70
A = 100	2000	7000	4000
B = 40	3000	14000	1000

Berapa ongkos transport minimumnya dan bagaimana pembagian transportnya.

Penyelesaian :

Misalkan jumlah yang dikirim

dari A ke I, ke II dan ke III. = A_1, A_2, A_3 .

dari B ke I, ke II dan ke III. = B_1, B_2, B_3 .

- Fungsi Objektifnya :

$$\text{Min. } X_o = 2000A_1 + 7000A_2 + 4000A_3 + 3000B_1 + 14000B_2 + 1000B_3.$$

Persoalan minimasi diubah menjadi persoalan maksimasi.

$$\text{Maks. } -X_o = X_o = -2000A_1 - 7000A_2 - 4000A_3 - 3000B_1 - 14000B_2 - 1000B_3.$$

atau :

$$X_o / 1000 = X_o' = -2A_1 - 7A_2 - 4A_3 - 3B_1 - 14B_2 - B_3.$$

Batasan – batasannya adalah :

Supply

$$\text{Dari : A : } A_1 + A_2 + A_3 = 100$$

$$\text{B : } B_1 + B_2 + B_3 = 40$$

$$\text{Supply} = 100 + 40 = 140$$

Demand

$$\text{Ke I : } A_1 + B_1 = 50$$

$$\text{II : } A_2 + B_2 = 20$$

$$\text{III : } A_3 + B_3 = 70$$

$$\text{Demand} = 50 + 20 + 70 = 140$$

Jadi Supply = Demand

DAFTAR PUSTAKA

- Couper , J.R., 2003, " Process Engineering Economics" Marcel Dekker, Inc. USA.
- Meyer, R..R., 1975, " Production and Operation Management", International Student Edition, McGraw-Hill, KOGakusha, Ltd.
- Newnan, D.G., 1983, " Engineering Economic Analysis)", Second Edition Engineering Press Inc., California.
- Peters, H.S and Timmerhaus, K.D., 1991 " Plant Design and Economics for Chemical Engineering", Mc Graw Hill Book , Co, New York.
- Rudd, D.F and Watson, C.C., 1968 " Strategy of Process Engineering",
- Thuesen, G.J and Fabrycky, 1984 " Engineering Economy", Sixth Edition, Prentice Hall, Inc. Englewood Cliffs.

Appendix B

Compound Interest Tables

DISCRETE END-OF-PERIOD COMPOUNDING

Tables for	$\frac{1}{4}\%$	$\frac{1}{2}\%$	$\frac{3}{4}\%$	1%	$1\frac{1}{4}\%$	$1\frac{1}{2}\%$
	$1\frac{3}{4}\%$	2%	$2\frac{1}{2}\%$	3%	$3\frac{1}{2}\%$	4%
	$4\frac{1}{2}\%$	5%	6%	7%	8%	9%
	10%	12%	15%	18%	20%	25%
	30%	35%	40%	45%	50%	60%

CONTINUOUS COMPOUNDING—SINGLE PAYMENT FACTORS

77 RATE = TRIAL
MTH = 5
9 RETURN

38 MAIN 1 - TSUM 1
AEX = CASH(1) + TSUM
TSUM = SUM(1..EXT)

1/4%

Compound Interest Factors

	SINGLE PAYMENT		UNIFORM PAYMENT SERIES				GRADIENT SERIES	
	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Sinking Fund Factor	Capital Recovery Factor	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Gradient Uniform Series	Gradient Present Worth
	Find F Given P F/P	Find P Given F P/F	Find A Given F A/F	Find A Given P A/P	Find F Given A F/A	Find P Given A P/A	Find A Given G A/G	Find P Given G P/G
1	1.003	.9975	1.0000	1.0025	1.000	.998	0	
2	1.005	.9950	.4994	.5019	2.002	1.993	.499	.998
3	1.008	.9925	.3325	.3350	3.008	2.985	.998	2.980
4	1.010	.9901	.2491	.2516	4.015	3.975	1.497	5.950
5	1.013	.9876	.1990	.2015	5.025	4.963	1.995	9.904
6	1.015	.9851	.1656	.1681	6.038	5.948	2.493	14.826
7	1.018	.9827	.1418	.1443	7.053	6.931	2.990	20.722
8	1.020	.9802	.1239	.1264	8.070	7.911	3.487	27.584
9	1.023	.9778	.1100	.1125	9.091	8.889	3.983	35.406
10	1.025	.9753	.0989	.1014	10.113	9.864	4.479	44.184
11	1.028	.9729	.0898	.0923	11.139	10.837	4.975	53.913
12	1.030	.9705	.0822	.0847	12.166	11.807	5.470	64.589
13	1.033	.9681	.0758	.0783	13.197	12.775	5.965	76.205
14	1.036	.9656	.0703	.0728	14.230	13.741	6.459	88.759
15	1.038	.9632	.0655	.0680	15.265	14.704	6.953	102.244
16	1.041	.9608	.0613	.0638	16.304	15.665	7.447	116.657
17	1.043	.9584	.0577	.0602	17.344	16.623	7.940	131.992
18	1.046	.9561	.0544	.0569	18.388	17.580	8.433	148.245
19	1.049	.9537	.0515	.0540	19.434	18.533	8.925	165.411
20	1.051	.9513	.0488	.0513	20.482	19.484	9.417	183.485
21	1.054	.9489	.0464	.0489	21.533	20.433	9.908	202.46
22	1.056	.9466	.0443	.0468	22.587	21.380	10.400	222.34
23	1.059	.9442	.0423	.0448	23.644	22.324	10.890	243.11
24	1.062	.9418	.0405	.0430	24.703	23.266	11.380	264.775
25	1.064	.9395	.0388	.0413	25.765	24.205	11.870	287.323
26	1.067	.9371	.0373	.0398	26.829	25.143	12.360	310.752
27	1.070	.9348	.0358	.0383	27.896	26.077	12.849	335.057
28	1.072	.9325	.0345	.0370	28.966	27.010	13.337	360.233
29	1.075	.9301	.0333	.0358	30.038	27.940	13.825	386.278
30	1.078	.9278	.0321	.0346	31.113	28.868	14.313	413.185
36	1.094	.9140	.0266	.0291	37.621	34.386	17.231	592.499
40	1.105	.9050	.0238	.0263	42.013	38.020	19.167	728.740
48	1.127	.8871	.0196	.0221	50.931	45.179	23.021	1040.055
50	1.133	.8826	.0188	.0213	53.189	46.946	23.980	1125.777
52	1.139	.8782	.0180	.0205	55.457	48.705	24.938	1214.588
60	1.162	.8609	.0155	.0180	64.647	55.652	28.751	1600.085
70	1.191	.8396	.0131	.0156	76.394	64.144	33.481	2147.611
72	1.197	.8355	.0127	.0152	78.779	65.817	34.422	2265.557
80	1.221	.8189	.0113	.0138	88.439	72.426	38.169	2764.457
84	1.233	.8108	.0107	.0132	93.342	75.681	40.033	3029.759
90	1.252	.7987	.0099	.0124	100.788	80.504	42.816	3446.870
96	1.271	.7869	.0092	.0117	108.347	85.255	45.584	3886.283
100	1.284	.7790	.0088	.0113	113.450	88.382	47.422	4191.242
104	1.297	.7713	.0084	.0109	118.604	91.479	49.252	4505.557
110	1.349	.7411	.0072	.0097	139.741	103.562	56.508	5852.112
120	1.821	.5492	.0030	.0055	328.302	180.311	107.586	19398.985
130	2.457	.4070	.0017	.0042	582.737	237.189	152.890	36263.930
140	3.315	.3016	.0011	.0036	926.059	279.342	192.670	53820.752

1/2%

Compound Interest Factors

1/2%

n	SINGLE PAYMENT		UNIFORM PAYMENT SERIES				GRADIENT SERIES	
	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Sinking Fund Factor	Capital Recovery Factor	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Gradient Uniform Series	Gradient Present Worth
	Find F Given P F/P	Find P Given F P/F	Find A Given F A/F	Find A Given P A/P	Find F Given A F/A	Find P Given A P/A	Find A Given G A/G	Find P Given G P/G
1	1.005	.9950	1.0000	1.0050	1.000	.995	0	0
2	1.010	.9901	.4988	.5038	2.005	1.985	.499	.990
3	1.015	.9851	.3317	.3367	3.015	2.970	.997	2.960
4	1.020	.9802	.2481	.2531	4.030	3.950	1.494	5.901
5	1.025	.9754	.1980	.2030	5.050	4.926	1.990	9.803
6	1.030	.9705	.1646	.1696	6.076	5.896	2.485	14.655
7	1.036	.9657	.1407	.1457	7.106	6.862	2.980	20.449
8	1.041	.9609	.1228	.1278	8.141	7.823	3.474	27.176
9	1.046	.9561	.1089	.1139	9.182	8.779	3.967	34.824
10	1.051	.9513	.0978	.1028	10.228	9.730	4.459	43.386
11	1.056	.9466	.0887	.0937	11.279	10.677	4.950	52.853
12	1.062	.9419	.0811	.0861	12.336	11.619	5.441	63.214
13	1.067	.9372	.0746	.0796	13.397	12.556	5.930	74.460
14	1.072	.9326	.0691	.0741	14.464	13.489	6.419	86.583
15	1.078	.9279	.0644	.0694	15.537	14.417	6.907	99.574
16	1.083	.9233	.0602	.0652	16.614	15.340	7.394	113.424
17	1.088	.9187	.0565	.0615	17.697	16.259	7.880	128.123
18	1.094	.9141	.0532	.0582	18.786	17.173	8.366	143.663
19	1.099	.9096	.0503	.0553	19.880	18.082	8.850	160.036
20	1.105	.9051	.0477	.0527	20.979	18.987	9.334	177.232
21	1.110	.9006	.0453	.0503	22.084	19.888	9.817	195.243
22	1.116	.8961	.0431	.0481	23.194	20.784	10.299	214.061
23	1.122	.8916	.0411	.0461	24.310	21.676	10.781	233.677
24	1.127	.8872	.0393	.0443	25.432	22.563	11.261	254.082
25	1.133	.8828	.0377	.0427	26.559	23.446	11.741	275.269
26	1.138	.8784	.0361	.0411	27.692	24.324	12.220	297.228
27	1.144	.8740	.0347	.0397	28.830	25.198	12.698	319.952
28	1.150	.8697	.0334	.0384	29.975	26.068	13.175	343.433
29	1.156	.8653	.0321	.0371	31.124	26.933	13.651	367.663
30	1.161	.8610	.0310	.0360	32.280	27.794	14.126	392.632
36	1.197	.8356	.0254	.0304	39.336	32.871	16.962	557.560
40	1.221	.8191	.0226	.0276	44.159	36.172	18.836	681.335
48	1.270	.7871	.0185	.0235	54.098	42.580	22.544	959.919
50	1.283	.7793	.0177	.0227	56.645	44.143	23.462	1035.697
52	1.296	.7716	.0169	.0219	59.218	45.690	24.378	1113.816
60	1.349	.7414	.0143	.0193	69.770	51.726	28.006	1448.646
70	1.418	.7053	.0120	.0170	83.566	58.939	32.468	1913.643
72	1.432	.6983	.0115	.0166	86.409	60.340	33.350	2012.348
80	1.490	.6710	.0102	.0152	98.068	65.802	36.847	2424.646
84	1.520	.6577	.0096	.0146	104.074	68.453	38.576	2640.664
90	1.567	.6383	.0088	.0138	113.311	72.331	41.145	2976.077
96	1.614	.6195	.0081	.0131	122.829	76.095	43.685	3324.185
100	1.647	.6073	.0077	.0127	129.334	78.543	45.361	3562.793
104	1.680	.5953	.0074	.0124	135.970	80.942	47.025	3806.286
120	1.819	.5496	.0061	.0111	163.879	90.073	53.551	4823.505
240	3.310	.3021	.0022	.0072	462.041	139.581	96.113	13415.540
360	6.023	.1660	.0010	.0060	1004.515	166.792	128.324	21403.304
480	10.957	.0913	.0005	.0055	1991.491	181.748	151.795	27588.357

1/4%

Compound Interest Factors

3/4%

n	SINGLE PAYMENT		UNIFORM PAYMENT SERIES				GRADIENT SERIES	
	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Sinking Fund Factor	Capital Recovery Factor	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Gradient Uniform Series	Gradient Present Worth
	Find F Given P F/P	Find P Given F P/F	Find A Given F A/F	Find A Given P A/P	Find F Given A F/A	Find P Given A P/A	Find A Given G A/G	Find P Given G P/G
1	1.008	.9926	1.0000	1.0075	1.000	.993	0	
2	1.015	.9852	.4981	.5056	2.008	1.978	.498	
3	1.023	.9778	.3308	.3383	3.023	2.956	.995	
4	1.030	.9706	.2472	.2547	4.045	3.926	1.491	2.941
5	1.038	.9633	.1970	.2045	5.076	4.889	1.985	5.852
6	1.046	.9562	.1636	.1711	6.114	5.846	2.478	9.704
7	1.054	.9490	.1397	.1472	7.159	6.795	2.970	14.487
8	1.062	.9420	.1218	.1293	8.213	7.737	3.461	20.181
9	1.070	.9350	.1078	.1153	9.275	8.672	3.950	26.775
10	1.078	.9280	.0967	.1042	10.344	9.600	4.438	34.254
11	1.086	.9211	.0876	.0951	11.422	10.521	4.925	42.606
12	1.094	.9142	.0800	.0875	12.508	11.435	5.411	51.817
13	1.102	.9074	.0735	.0810	13.601	12.342	5.895	61.874
14	1.110	.9007	.0680	.0755	14.703	13.243	6.379	72.763
15	1.119	.8940	.0632	.0707	15.814	14.137	6.861	84.472
16	1.127	.8873	.0591	.0666	16.932	15.024	7.341	96.988
17	1.135	.8807	.0554	.0629	18.059	15.905	7.821	110.297
18	1.144	.8742	.0521	.0596	19.195	16.779	8.299	124.389
19	1.153	.8676	.0492	.0567	20.339	17.647	8.776	139.249
20	1.161	.8612	.0465	.0540	21.491	18.508	9.252	154.867
21	1.170	.8548	.0441	.0516	22.652	19.363	9.726	171.230
22	1.179	.8484	.0420	.0495	23.822	20.211	10.199	188.325
23	1.188	.8421	.0400	.0475	25.001	21.053	10.671	206.142
24	1.196	.8358	.0382	.0457	26.188	21.889	11.142	224.668
25	1.205	.8296	.0365	.0440	27.385	22.719	11.612	243.892
26	1.214	.8234	.0350	.0425	28.590	23.542	12.080	263.803
27	1.224	.8173	.0336	.0411	29.805	24.359	12.547	284.389
28	1.233	.8112	.0322	.0397	31.028	25.171	13.013	305.639
29	1.242	.8052	.0310	.0385	32.261	25.976	13.477	327.542
30	1.251	.7992	.0298	.0373	33.503	26.775	13.941	350.087
36	1.309	.7641	.0243	.0318	41.153	31.447	16.695	373.263
40	1.348	.7416	.0215	.0290	46.446	34.447	18.506	524.992
48	1.431	.6986	.0174	.0249	57.521	40.185	22.069	637.469
50	1.453	.6883	.0166	.0241	60.394	41.566	22.948	886.840
52	1.475	.6780	.0158	.0233	63.311	42.928	23.821	953.849
60	1.566	.6387	.0133	.0208	75.424	48.173	27.266	1022.585
70	1.687	.5927	.0109	.0184	91.620	54.305	31.463	1313.519
72	1.713	.5839	.0105	.0180	95.007	55.477	32.288	1708.607
80	1.818	.5500	.0092	.0167	109.073	59.994	35.539	1791.246
84	1.873	.5338	.0086	.0161	116.427	62.154	37.136	2132.147
90	1.959	.5104	.0078	.0153	127.879	65.275	39.495	2308.128
96	2.049	.4881	.0072	.0147	139.856	68.258	41.811	2577.996
99	2.111	.4737	.0068	.0143	148.145	70.175	43.331	2853.935
99	2.175	.4597	.0064	.0139	156.684	72.034	44.833	3040.745
99	2.451	.4079	.0052	.0127	193.514	78.942	50.652	3229.494
10	6.009	.1664	.0015	.0090	667.887	111.145	85.421	3998.562
60	14.731	.0679	.0005	.0080	1830.743	124.282	107.114	9494.116
90	36.110	.0277	.0002	.0077	4681.320	129.641	119.662	13312.387
								15513.087

Compound Interest Factors

1%

1%

n	SINGLE PAYMENT		UNIFORM PAYMENT SERIES				GRADIENT SERIES	
	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Sinking Fund Factor	Capital Recovery Factor	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Gradient Uniform Series	Gradient Present Worth
	Find F Given P FIP	Find P Given F PIF	Find A Given F AIF	Find A Given P AIP	Find F Given A FIA	Find P Given A PIA	Find A Given G A/G	Find P Given G PIG
1	1.010	.9901	1.0000	1.0100	1.000	.990	0	0
2	1.020	.9803	.4975	.5075	2.010	1.970	.498	.980
3	1.030	.9706	.3300	.3400	3.030	2.941	.993	2.921
4	1.041	.9610	.2463	.2563	4.060	3.902	1.488	5.804
5	1.051	.9515	.1960	.2060	5.101	4.853	1.980	9.610
6	1.062	.9420	.1625	.1725	6.152	5.795	2.471	14.321
7	1.072	.9327	.1386	.1486	7.214	6.728	2.960	19.917
8	1.083	.9235	.1207	.1307	8.286	7.652	3.448	26.381
9	1.094	.9143	.1067	.1167	9.369	8.566	3.934	33.696
10	1.105	.9053	.0956	.1056	10.462	9.471	4.418	41.843
11	1.116	.8963	.0865	.0965	11.567	10.368	4.901	50.807
12	1.127	.8874	.0788	.0888	12.683	11.255	5.381	60.569
13	1.138	.8787	.0724	.0824	13.809	12.134	5.861	71.113
14	1.149	.8700	.0669	.0769	14.947	13.004	6.338	82.422
15	1.161	.8613	.0621	.0721	16.097	13.865	6.814	94.481
16	1.173	.8528	.0579	.0679	17.258	14.718	7.289	107.273
17	1.184	.8444	.0543	.0643	18.430	15.562	7.761	120.783
18	1.196	.8360	.0510	.0610	19.615	16.398	8.232	134.996
19	1.208	.8277	.0481	.0581	20.811	17.226	8.702	149.895
20	1.220	.8195	.0454	.0554	22.019	18.046	9.169	165.466
21	1.232	.8114	.0430	.0530	23.239	18.857	9.635	181.695
22	1.245	.8034	.0409	.0509	24.472	19.660	10.100	198.566
23	1.257	.7954	.0389	.0489	25.716	20.456	10.563	216.066
24	1.270	.7876	.0371	.0471	26.973	21.243	11.024	234.180
25	1.282	.7798	.0354	.0454	28.243	22.023	11.483	252.894
26	1.295	.7720	.0339	.0439	29.526	22.795	11.941	272.196
27	1.308	.7644	.0324	.0424	30.821	23.560	12.397	292.070
28	1.321	.7568	.0311	.0411	32.129	24.316	12.852	312.505
29	1.335	.7493	.0299	.0399	33.450	25.066	13.304	333.486
30	1.348	.7419	.0287	.0387	34.785	25.808	13.756	355.002
36	1.431	.6989	.0232	.0332	43.077	30.108	16.428	494.621
40	1.489	.6717	.0205	.0305	48.886	32.835	18.178	596.856
48	1.612	.6203	.0163	.0263	61.223	37.974	21.598	820.146
50	1.645	.6080	.0155	.0255	64.463	39.196	22.436	879.418
52	1.678	.5961	.0148	.0248	67.769	40.394	23.269	939.918
60	1.817	.5504	.0122	.0222	81.670	44.955	26.533	1192.806
70	2.007	.4983	.0099	.0199	100.676	50.169	30.470	1528.647
72	2.047	.4885	.0096	.0196	104.710	51.150	31.239	1597.867
80	2.217	.4511	.0082	.0182	121.672	54.888	34.249	1879.877
84	2.307	.4335	.0077	.0177	130.672	56.648	35.717	2023.315
96	2.449	.4084	.0069	.0169	144.863	59.161	37.872	2240.567
96	2.599	.3847	.0063	.0163	159.927	61.528	39.973	2459.430
100	2.705	.3697	.0059	.0159	170.481	63.029	41.343	2605.776
104	2.815	.3553	.0055	.0155	181.464	64.471	42.688	2752.182
120	3.300	.3030	.0043	.0143	230.039	69.701	47.835	3334.115
240	10.893	.0918	.0010	.0110	989.255	90.819	75.739	6878.602
360	35.950	.0278	.0003	.0103	3494.694	97.218	89.699	8720.432
480	118.648	.0084	.0001	.0101	11764.773	99.157	95.920	9511.158

1/4%

Compound Interest Factors

1/4%

n	SINGLE PAYMENT		UNIFORM PAYMENT SERIES				GRADIENT SERIES	
	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Sinking Fund Factor	Capital Recovery Factor	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Gradient Uniform Series	Gradient Present Worth
	Find F Given P F/P	Find P Given F P/F	Find A Given F A/F	Find A Given P A/P	Find F Given A F/A	Find P Given A P/A	Find A Given G A/G	Find P Given G P/G
1	1.013	.9877	1.0000	1.0125	1.000	.988	0	
2	1.025	.9755	.4969	.5094	2.013	1.963	.497	.975
3	1.038	.9634	.3292	.3417	3.038	2.927	.992	2.902
4	1.051	.9515	.2454	.2579	4.076	3.878	1.484	5.752
5	1.064	.9398	.1951	.2076	5.127	4.818	1.975	9.516
6	1.077	.9282	.1615	.1740	6.191	5.746	2.464	14.157
7	1.091	.9167	.1376	.1501	7.268	6.663	2.950	19.657
8	1.104	.9054	.1196	.1321	8.359	7.568	3.435	25.995
9	1.118	.8942	.1057	.1182	9.463	8.462	3.917	33.149
10	1.132	.8832	.0945	.1070	10.582	9.346	4.398	41.097
11	1.146	.8723	.0854	.0979	11.714	10.218	4.876	49.820
12	1.161	.8615	.0778	.0903	12.860	11.079	5.352	59.297
13	1.175	.8509	.0713	.0838	14.021	11.930	5.826	69.507
14	1.190	.8404	.0658	.0783	15.196	12.771	6.298	80.432
15	1.205	.8300	.0610	.0735	16.386	13.601	6.768	92.052
16	1.220	.8197	.0568	.0693	17.591	14.420	7.236	104.348
17	1.235	.8096	.0532	.0657	18.811	15.230	7.702	117.302
18	1.251	.7996	.0499	.0624	20.046	16.030	8.166	130.896
19	1.266	.7898	.0470	.0595	21.297	16.819	8.628	145.111
20	1.282	.7800	.0443	.0568	22.563	17.599	9.087	159.932
21	1.298	.7704	.0419	.0544	23.845	18.370	9.545	175.339
22	1.314	.7609	.0398	.0523	25.143	19.131	10.001	191.317
23	1.331	.7515	.0378	.0503	26.457	19.882	10.454	207.850
24	1.347	.7422	.0360	.0485	27.788	20.624	10.906	224.920
25	1.364	.7330	.0343	.0468	29.135	21.357	11.355	242.513
26	1.381	.7240	.0328	.0453	30.500	22.081	11.802	260.613
27	1.399	.7150	.0314	.0439	31.881	22.796	12.248	279.204
28	1.416	.7062	.0300	.0425	33.279	23.503	12.691	298.272
29	1.434	.6975	.0288	.0413	34.695	24.200	13.132	317.802
30	1.452	.6889	.0277	.0402	36.129	24.889	13.571	337.780
36	1.564	.6394	.0222	.0347	45.116	28.847	16.164	466.283
40	1.644	.6084	.0194	.0319	51.490	31.327	17.851	559.232
48	1.815	.5509	.0153	.0278	65.228	35.931	21.130	759.230
50	1.861	.5373	.0145	.0270	68.882	37.013	21.929	811.674
52	1.908	.5242	.0138	.0263	72.627	38.068	22.721	864.941
60	2.107	.4746	.0113	.0238	88.575	42.035	25.808	1084.843
70	2.386	.4191	.0090	.0215	110.872	46.470	29.491	1370.451
72	2.446	.4088	.0086	.0211	115.674	47.292	30.205	1428.456
80	2.701	.3702	.0073	.0198	136.119	50.387	32.982	1661.865
84	2.839	.3522	.0068	.0193	147.129	51.822	34.326	1778.838
90	3.059	.3269	.0061	.0186	164.705	53.846	36.285	1953.830
96	3.296	.3034	.0054	.0179	183.641	55.725	38.179	2127.524
100	3.463	.2887	.0051	.0176	197.072	56.901	39.406	2242.241
104	3.640	.2747	.0047	.0172	211.188	58.021	40.604	2355.876
20	4.440	.2252	.0036	.0161	275.217	61.983	45.118	2796.569
40	19.715	.0507	.0007	.0132	1497.239	75.942	67.176	5101.529
60	87.541	.0114	.0001	.0126	6923.280	79.086	75.840	5997.903
80	388.701	.0026		.0125	31016.055	79.794	78.762	6284.744

Compound Interest Factors

1 3/4% 2

n	SINGLE PAYMENT		UNIFORM PAYMENT SERIES				GRADIENT SERIES	
	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Sinking Fund Factor	Capital Recovery Factor	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Gradient Uniform Series	Gradient Present Worth
	Find F Given P F/P	Find P Given F P/F	Find A Given F A/F	Find A Given P A/P	Find F Given A F/A	Find P Given A P/A	Find A Given G A/G	Find P Given G P/G
1	1.017	.9828	1.0000	1.0175	1.000	.983	0	
2	1.035	.9659	.4957	.5132	2.017	1.949	.496	0
3	1.053	.9493	.3276	.3451	3.053	2.898	.988	.966
4	1.072	.9330	.2435	.2610	4.106	3.831	1.478	2.864
5	1.091	.9169	.1931	.2106	5.178	4.748	1.965	5.663
6	1.110	.9011	.1595	.1770				9.331
7	1.129	.8856	.1355	.1530	6.269	5.649	2.449	13.837
8	1.149	.8704	.1175	.1350	7.378	6.535	2.931	19.151
9	1.169	.8554	.1036	.1211	8.508	7.405	3.409	25.243
10	1.189	.8407	.0924	.1099	9.656	8.260	3.884	32.087
					10.825	9.101	4.357	39.654
11	1.210	.8263	.0832	.1007	12.015	9.927	4.827	47.916
12	1.231	.8121	.0756	.0931	13.225	10.740	5.293	56.849
13	1.253	.7981	.0692	.0867	14.457	11.538	5.757	66.426
14	1.275	.7844	.0637	.0812	15.710	12.322	6.218	76.623
15	1.297	.7709	.0589	.0764	16.984	13.093	6.677	87.415
16	1.320	.7576	.0547	.0722	18.282	13.850	7.132	98.779
17	1.343	.7446	.0510	.0685	19.602	14.595	7.584	110.693
18	1.367	.7318	.0477	.0652	20.945	15.327	8.034	123.133
19	1.390	.7192	.0448	.0623	22.311	16.046	8.480	136.078
20	1.415	.7068	.0422	.0597	23.702	16.753	8.924	149.508
21	1.440	.6947	.0398	.0573	25.116	17.448	9.365	163.401
22	1.465	.6827	.0377	.0552	26.556	18.130	9.803	177.738
23	1.490	.6710	.0357	.0532	28.021	18.801	10.239	192.500
24	1.516	.6594	.0339	.0514	29.511	19.461	10.671	207.667
25	1.543	.6481	.0322	.0497	31.027	20.109	11.101	223.221
26	1.570	.6369	.0307	.0482	32.570	20.746	11.527	239.145
27	1.597	.6260	.0293	.0468	34.140	21.372	11.951	255.421
28	1.625	.6152	.0280	.0455	35.738	21.987	12.372	272.032
29	1.654	.6046	.0268	.0443	37.363	22.592	12.791	288.962
30	1.683	.5942	.0256	.0431	39.017	23.186	13.206	306.195
36	1.867	.5355	.0202	.0377	49.566	26.543	15.540	415.125
40	2.002	.4996	.0175	.0350	57.234	28.594	17.207	492.011
48	2.300	.4349	.0135	.0310	74.263	32.294	20.208	652.605
50	2.381	.4200	.0127	.0302	78.902	33.141	20.932	693.701
52	2.465	.4057	.0119	.0294	83.705	33.960	21.644	735.032
60	2.832	.3531	.0096	.0271	104.675	36.964	24.388	901.495
70	3.368	.2969	.0074	.0249	135.331	40.178	27.586	1108.333
72	3.487	.2868	.0070	.0245	142.126	40.756	28.195	1149.118
80	4.006	.2496	.0058	.0233	171.794	42.880	30.533	1309.248
84	4.294	.2329	.0053	.0228	188.245	43.836	31.644	1387.158
90	4.765	.2098	.0046	.0221	215.165	45.152	33.241	1500.880
96	5.288	.1891	.0041	.0216	245.037	46.337	34.756	1610.472
100	5.668	.1764	.0037	.0212	266.752	47.061	35.721	1681.089
104	6.075	.1646	.0034	.0209	290.027	47.737	36.652	1749.675
120	8.019	.1247	.0025	.0200	401.096	50.017	40.047	2003.027
140	64.307	.0156	.0003	.0178	3617.560	56.254	53.352	3001.268
160	515.692	.0019		.0175	29410.975	57.032	56.443	3219.083
180	4135.429	.0002		.0175	236253.095	57.129	57.027	3257.884

2%

Compound Interest Factors

2%

n	SINGLE PAYMENT		UNIFORM PAYMENT SERIES				GRADIENT SERIES	
	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Sinking Fund Factor	Capital Recovery Factor	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Gradient Uniform Series	Gradient Present Worth
	Find F Given P FIP	Find P Given F PIF	Find A Given F AIF	Find A Given P AIP	Find F Given A FIA	Find P Given A PIA	Find A Given G A/G	Find P Given G PIG
1	1.020	.9804	1.0000	1.0200	1.000	.980	0	0
2	1.040	.9612	.4950	.5150	2.020	1.942	.495	.961
3	1.061	.9423	.3268	.3468	3.060	2.884	.987	2.846
4	1.082	.9238	.2426	.2626	4.122	3.808	1.475	5.617
5	1.104	.9057	.1922	.2122	5.204	4.713	1.960	9.240
6	1.126	.8880	.1585	.1785	6.308	5.601	2.442	13.680
7	1.149	.8706	.1345	.1545	7.434	6.472	2.921	18.903
8	1.172	.8535	.1165	.1365	8.583	7.325	3.396	24.878
9	1.195	.8368	.1025	.1225	9.755	8.162	3.868	31.572
10	1.219	.8203	.0913	.1113	10.950	8.983	4.337	38.955
11	1.243	.8043	.0822	.1022	12.169	9.787	4.802	46.998
12	1.268	.7885	.0746	.0946	13.412	10.575	5.264	55.671
13	1.294	.7730	.0681	.0881	14.680	11.348	5.723	64.948
14	1.319	.7579	.0626	.0826	15.974	12.106	6.179	74.800
15	1.346	.7430	.0578	.0778	17.293	12.849	6.631	85.202
16	1.373	.7284	.0537	.0737	18.639	13.578	7.080	96.129
17	1.400	.7142	.0500	.0700	20.012	14.292	7.526	107.555
18	1.428	.7002	.0467	.0667	21.412	14.992	7.968	119.458
19	1.457	.6864	.0438	.0638	22.841	15.678	8.407	131.814
20	1.486	.6730	.0412	.0612	24.297	16.351	8.843	144.600
21	1.516	.6598	.0388	.0588	25.783	17.011	9.276	157.796
22	1.546	.6468	.0366	.0566	27.299	17.658	9.705	171.379
23	1.577	.6342	.0347	.0547	28.845	18.292	10.132	185.331
24	1.608	.6217	.0329	.0529	30.422	18.914	10.555	199.630
25	1.641	.6095	.0312	.0512	32.030	19.523	10.974	214.259
26	1.673	.5976	.0297	.0497	33.671	20.121	11.391	229.199
27	1.707	.5859	.0283	.0483	35.344	20.707	11.804	244.431
28	1.741	.5744	.0270	.0470	37.051	21.281	12.214	259.939
29	1.776	.5631	.0258	.0458	38.792	21.844	12.621	275.706
30	1.811	.5521	.0246	.0446	40.568	22.396	13.025	291.716
36	2.040	.4902	.0192	.0392	51.994	25.489	15.381	392.040
40	2.208	.4529	.0166	.0366	60.402	27.355	16.889	461.993
48	2.587	.3865	.0126	.0326	79.354	30.673	19.756	605.966
50	2.692	.3715	.0118	.0318	84.579	31.424	20.442	642.361
52	2.800	.3571	.0111	.0311	90.016	32.145	21.116	678.785
60	3.281	.3048	.0088	.0288	114.052	34.761	23.696	823.698
70	4.000	.2500	.0067	.0267	149.978	37.499	26.663	999.834
72	4.161	.2403	.0063	.0263	158.057	37.984	27.223	1034.056
80	4.875	.2051	.0052	.0252	193.772	39.745	29.357	1166.787
84	5.277	.1895	.0047	.0247	213.867	40.526	30.362	1230.419
90	5.943	.1683	.0040	.0240	247.157	41.587	31.793	1322.170
96	6.693	.1494	.0035	.0235	284.647	42.529	33.127	1409.297
100	7.245	.1380	.0032	.0232	312.232	43.098	33.986	1464.753
104	7.842	.1275	.0029	.0229	342.092	43.624	34.799	1518.087
120	10.765	.0929	.0020	.0220	488.258	45.355	37.711	1710.416
240	115.889	.0086	.0002	.0202	5744.437	49.569	47.911	2374.880
360	1247.561	.0008		.0200	62328.056	49.960	49.711	2483.568
480	13430.199	.0001		.0200	671459.945	49.996	49.964	2498.027

Compound Interest Factors

2 1/2%

n	SINGLE PAYMENT		UNIFORM PAYMENT SERIES				GRADIENT SERIES	
	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Sinking Fund Factor	Capital Recovery Factor	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Gradient Uniform Series	Gradient Present Worth
	Find F Given P F/P	Find P Given F P/F	Find A Given F A/F	Find A Given P A/P	Find F Given A F/A	Find P Given A P/A	Find A Given G A/G	Find P Given G P/G
1	1.025	.9756	1.0000	1.0250	1.000	.976	0	
2	1.051	.9518	.4938	.5188	2.025	1.927	.494	.952
3	1.077	.9286	.3251	.3501	3.076	2.856	.984	2.809
4	1.104	.9060	.2408	.2658	4.153	3.762	1.469	5.527
5	1.131	.8839	.1902	.2152	5.256	4.646	1.951	9.062
6	1.160	.8623	.1565	.1815	6.388	5.508	2.428	13.374
7	1.189	.8413	.1325	.1575	7.547	6.349	2.901	18.421
8	1.218	.8207	.1145	.1395	8.736	7.170	3.370	24.167
9	1.249	.8007	.1005	.1255	9.955	7.971	3.836	30.572
10	1.280	.7812	.0893	.1143	11.203	8.752	4.296	37.603
11	1.312	.7621	.0801	.1051	12.483	9.514	4.753	45.225
12	1.345	.7436	.0725	.0975	13.796	10.258	5.206	53.404
13	1.379	.7254	.0660	.0910	15.140	10.983	5.655	62.109
14	1.413	.7077	.0605	.0855	16.519	11.691	6.100	71.309
15	1.448	.6905	.0558	.0808	17.932	12.381	6.540	80.976
16	1.485	.6736	.0516	.0766	19.380	13.055	6.977	91.080
17	1.522	.6572	.0479	.0729	20.865	13.712	7.409	101.595
18	1.560	.6412	.0447	.0697	22.386	14.353	7.838	112.495
19	1.599	.6255	.0418	.0668	23.946	14.979	8.262	123.755
20	1.639	.6103	.0391	.0641	25.545	15.589	8.682	135.350
21	1.680	.5954	.0368	.0618	27.183	16.185	9.099	147.257
22	1.722	.5809	.0346	.0596	28.863	16.765	9.511	159.456
23	1.765	.5667	.0327	.0577	30.584	17.332	9.919	171.923
24	1.809	.5529	.0309	.0559	32.349	17.885	10.324	184.639
25	1.854	.5394	.0293	.0543	34.158	18.424	10.724	197.584
26	1.900	.5262	.0278	.0528	36.012	18.951	11.121	210.740
27	1.948	.5134	.0264	.0514	37.912	19.464	11.513	224.089
28	1.996	.5009	.0251	.0501	39.860	19.965	11.902	237.612
29	2.046	.4887	.0239	.0489	41.856	20.454	12.286	251.295
30	2.098	.4767	.0228	.0478	43.903	20.930	12.667	265.120
31	2.150	.4651	.0217	.0467	46.000	21.395	13.044	279.074
32	2.204	.4538	.0208	.0458	48.150	21.849	13.417	293.141
33	2.259	.4427	.0199	.0449	50.354	22.292	13.786	307.307
34	2.315	.4319	.0190	.0440	52.613	22.724	14.151	321.560
35	2.373	.4214	.0182	.0432	54.928	23.145	14.512	335.887
40	2.685	.3724	.0148	.0398	67.403	25.103	16.262	408.222
45	3.038	.3292	.0123	.0373	81.516	26.833	17.918	480.807
50	3.437	.2909	.0103	.0353	97.484	28.362	19.484	552.608
55	3.889	.2572	.0087	.0337	115.551	29.714	20.961	622.828
60	4.400	.2273	.0074	.0324	135.992	30.909	22.352	690.866
65	4.978	.2009	.0063	.0313	159.118	31.965	23.660	756.281
70	5.632	.1776	.0054	.0304	185.284	32.898	24.888	818.764
75	6.372	.1569	.0047	.0297	214.888	33.723	26.039	878.115
80	7.210	.1387	.0040	.0290	248.383	34.452	27.117	934.218
85	8.157	.1226	.0035	.0285	286.279	35.096	28.123	987.027
90	9.229	.1084	.0030	.0280	329.154	35.666	29.063	1036.550
95	10.442	.0958	.0026	.0276	377.664	36.169	29.938	1082.838
00	11.814	.0846	.0023	.0273	432.549	36.614	30.752	1125.975

3%

Compound Interest Factors

3%

n	SINGLE PAYMENT		UNIFORM PAYMENT SERIES				GRADIENT SERIES	
	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Sinking Fund Factor	Capital Recovery Factor	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Gradient Uniform Series	Gradient Present Worth
	Find F Given P F/P	Find P Given F P/F	Find A Given F A/F	Find A Given P A/P	Find F Given A F/A	Find P Given A P/A	Find A Given G A/G	Find P Given G P/G
1	1.030	.9709	1.0000	1.0300	1.000	.971	0	0
2	1.061	.9426	.4926	.5226	2.030	1.913	.493	.943
3	1.093	.9151	.3235	.3535	3.091	2.829	.980	2.773
4	1.126	.8885	.2390	.2690	4.184	3.717	1.463	5.438
5	1.159	.8626	.1884	.2184	5.309	4.580	1.941	8.889
6	1.194	.8375	.1546	.1846	6.468	5.417	2.414	13.076
7	1.230	.8131	.1305	.1605	7.662	6.230	2.882	17.955
8	1.267	.7894	.1125	.1425	8.892	7.020	3.345	23.481
9	1.305	.7664	.0984	.1284	10.159	7.786	3.803	29.612
10	1.344	.7441	.0872	.1172	11.464	8.530	4.256	36.309
11	1.384	.7224	.0781	.1081	12.808	9.253	4.705	43.533
12	1.426	.7014	.0705	.1005	14.192	9.954	5.148	51.248
13	1.469	.6810	.0640	.0940	15.618	10.635	5.587	59.420
14	1.513	.6611	.0585	.0885	17.086	11.296	6.021	68.014
15	1.558	.6419	.0538	.0838	18.599	11.938	6.450	77.000
16	1.605	.6232	.0496	.0796	20.157	12.561	6.874	86.348
17	1.653	.6050	.0460	.0760	21.762	13.166	7.294	96.028
18	1.702	.5874	.0427	.0727	23.414	13.754	7.708	106.014
19	1.754	.5703	.0398	.0698	25.117	14.324	8.118	116.279
20	1.806	.5537	.0372	.0672	26.870	14.877	8.523	126.799
21	1.860	.5375	.0349	.0649	28.676	15.415	8.923	137.550
22	1.916	.5219	.0327	.0627	30.537	15.937	9.319	148.509
23	1.974	.5067	.0308	.0608	32.453	16.444	9.709	159.657
24	2.033	.4919	.0290	.0590	34.426	16.936	10.095	170.971
25	2.094	.4776	.0274	.0574	36.459	17.413	10.477	182.434
26	2.157	.4637	.0259	.0559	38.553	17.877	10.853	194.026
27	2.221	.4502	.0246	.0546	40.710	18.327	11.226	205.731
28	2.288	.4371	.0233	.0533	42.931	18.764	11.593	217.532
29	2.357	.4243	.0221	.0521	45.219	19.188	11.956	229.414
30	2.427	.4120	.0210	.0510	47.575	19.600	12.314	241.361
31	2.500	.4000	.0200	.0500	50.003	20.000	12.668	253.361
32	2.575	.3883	.0190	.0490	52.503	20.389	13.017	265.399
33	2.652	.3770	.0182	.0482	55.078	20.766	13.362	277.464
34	2.732	.3660	.0173	.0473	57.730	21.132	13.702	289.544
35	2.814	.3554	.0165	.0465	60.462	21.487	14.037	301.627
40	3.262	.3066	.0133	.0433	75.401	23.115	15.650	361.750
45	3.782	.2644	.0108	.0408	92.720	24.519	17.156	420.632
50	4.384	.2281	.0089	.0389	112.797	25.730	18.558	477.480
55	5.082	.1968	.0073	.0373	136.072	26.774	19.860	531.741
60	5.892	.1697	.0061	.0361	163.053	27.676	21.067	583.053
65	6.830	.1464	.0051	.0351	194.333	28.453	22.184	631.201
70	7.918	.1263	.0043	.0343	230.594	29.123	23.215	676.087
75	9.179	.1089	.0037	.0337	272.631	29.702	24.163	717.698
80	10.641	.0940	.0031	.0331	321.363	30.201	25.035	756.087
85	12.336	.0811	.0026	.0326	377.857	30.631	25.835	791.353
90	14.300	.0699	.0023	.0323	443.349	31.002	26.567	823.630
95	16.578	.0603	.0019	.0319	519.272	31.323	27.235	853.074
100	19.219	.0520	.0016	.0316	607.288	31.599	27.844	879.854

1/2%

Compound Interest Factors

3 1/2%

n	SINGLE PAYMENT		UNIFORM PAYMENT SERIES				GRADIENT SERIES	
	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Sinking Fund Factor	Capital Recovery Factor	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Gradient Uniform Series	Gradient Present Worth
	Find F Given P FIP	Find P Given F PIF	Find A Given F AIF	Find A Given P AIP	Find F Given A FA	Find P Given A PIA	Find A Given G A/G	Find P Given G PIG
1	1.035	.9662	1.0000	1.0350	1.000	.966	0	0
2	1.071	.9335	.4914	.5264	2.035	1.900	.491	.934
3	1.109	.9019	.3219	.3569	3.106	2.802	.977	2.737
4	1.148	.8714	.2373	.2723	4.215	3.673	1.457	5.352
5	1.188	.8420	.1865	.2215	5.362	4.515	1.931	8.720
6	1.229	.8135	.1527	.1877	6.550	5.329	2.400	12.787
7	1.272	.7860	.1285	.1635	7.779	6.115	2.863	17.503
8	1.317	.7594	.1105	.1455	9.052	6.874	3.320	22.819
9	1.363	.7337	.0964	.1314	10.368	7.608	3.771	28.689
10	1.411	.7089	.0852	.1202	11.731	8.317	4.217	35.069
11	1.460	.6849	.0761	.1111	13.142	9.002	4.657	41.919
12	1.511	.6618	.0685	.1035	14.602	9.663	5.091	49.198
13	1.564	.6394	.0621	.0971	16.113	10.303	5.520	56.871
14	1.619	.6178	.0566	.0916	17.677	10.921	5.943	64.902
15	1.675	.5969	.0518	.0868	19.296	11.517	6.361	73.259
16	1.734	.5767	.0477	.0827	20.971	12.094	6.773	81.909
17	1.795	.5572	.0440	.0790	22.705	12.651	7.179	90.824
18	1.857	.5384	.0408	.0758	24.500	13.190	7.580	99.977
19	1.923	.5202	.0379	.0729	26.357	13.710	7.975	109.339
20	1.990	.5026	.0354	.0704	28.280	14.212	8.365	118.888
21	2.059	.4856	.0330	.0680	30.269	14.698	8.749	128.600
22	2.132	.4692	.0309	.0659	32.329	15.167	9.128	138.452
23	2.206	.4533	.0290	.0640	34.460	15.620	9.502	148.424
24	2.283	.4380	.0273	.0623	36.667	16.058	9.870	158.497
25	2.363	.4231	.0257	.0607	38.950	16.482	10.233	168.653
26	2.446	.4088	.0242	.0592	41.313	16.890	10.590	178.874
27	2.532	.3950	.0229	.0579	43.759	17.285	10.942	189.144
28	2.620	.3817	.0216	.0566	46.291	17.667	11.289	199.448
29	2.712	.3687	.0204	.0554	48.911	18.036	11.631	209.773
30	2.807	.3563	.0194	.0544	51.623	18.392	11.967	220.106
31	2.905	.3442	.0184	.0534	54.429	18.736	12.299	230.432
32	3.007	.3326	.0174	.0524	57.335	19.069	12.625	240.743
33	3.112	.3213	.0166	.0516	60.341	19.390	12.946	251.026
34	3.221	.3105	.0158	.0508	63.453	19.701	13.262	261.271
35	3.334	.3000	.0150	.0500	66.674	20.001	13.573	271.471
40	3.959	.2526	.0118	.0468	84.550	21.355	15.055	321.491
45	4.702	.2127	.0095	.0445	105.782	22.495	16.417	369.308
50	5.585	.1791	.0076	.0426	130.998	23.456	17.666	414.370
55	6.633	.1508	.0062	.0412	160.947	24.264	18.808	456.353
60	7.878	.1269	.0051	.0401	196.517	24.945	19.848	495.105
65	9.357	.1069	.0042	.0392	238.763	25.518	20.793	530.599
70	11.113	.0900	.0035	.0385	288.938	26.000	21.650	562.896
75	13.199	.0758	.0029	.0379	348.530	26.407	22.423	592.121
80	15.676	.0638	.0024	.0374	419.307	26.749	23.120	618.439
85	18.618	.0537	.0020	.0370	503.367	27.037	23.747	642.037
90	22.112	.0452	.0017	.0367	603.205	27.279	24.308	663.119
95	26.262	.0381	.0014	.0364	721.781	27.484	24.811	681.890
100	31.191	.0321	.0012	.0362	862.612	27.655	25.259	698.555

Compound Interest Factors

4%

n	SINGLE PAYMENT		UNIFORM PAYMENT SERIES				GRADIENT SERIES	
	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Sinking Fund Factor	Capital Recovery Factor	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Gradient Uniform Series	Gradient Present Worth
	Find F Given P F/P	Find P Given F P/F	Find A Given F A/F	Find A Given P A/P	Find F Given A F/A	Find P Given A P/A	Find A Given G A/G	Find P Given G P/G
1	1.040	.9615	1.0000	1.0400	1.000	.962	0	0
2	1.082	.9246	.4902	.5302	2.040	1.886	.490	.925
3	1.125	.8890	.3203	.3603	3.122	2.775	.974	2.703
4	1.170	.8548	.2355	.2755	4.246	3.630	1.451	5.267
5	1.217	.8219	.1846	.2246	5.416	4.452	1.922	8.555
6	1.265	.7903	.1508	.1908	6.633	5.242	2.386	12.506
7	1.316	.7599	.1266	.1666	7.898	6.002	2.843	17.066
8	1.369	.7307	.1085	.1485	9.214	6.733	3.294	22.181
9	1.423	.7026	.0945	.1345	10.583	7.435	3.739	27.801
10	1.480	.6756	.0833	.1233	12.006	8.111	4.177	33.881
11	1.539	.6496	.0741	.1141	13.486	8.760	4.609	40.377
12	1.601	.6246	.0666	.1066	15.026	9.385	5.034	47.248
13	1.665	.6006	.0601	.1001	16.627	9.986	5.453	54.455
14	1.732	.5775	.0547	.0947	18.292	10.563	5.866	61.962
15	1.801	.5553	.0499	.0899	20.024	11.118	6.272	69.735
16	1.873	.5339	.0458	.0858	21.825	11.652	6.672	77.744
17	1.948	.5134	.0422	.0822	23.698	12.166	7.066	85.958
18	2.026	.4936	.0390	.0790	25.645	12.659	7.453	94.350
19	2.107	.4746	.0361	.0761	27.671	13.134	7.834	102.893
20	2.191	.4564	.0336	.0736	29.778	13.590	8.209	111.565
21	2.279	.4388	.0313	.0713	31.969	14.029	8.578	120.341
22	2.370	.4220	.0292	.0692	34.248	14.451	8.941	129.202
23	2.465	.4057	.0273	.0673	36.618	14.857	9.297	138.128
24	2.563	.3901	.0256	.0656	39.083	15.247	9.648	147.101
25	2.666	.3751	.0240	.0640	41.646	15.622	9.993	156.104
26	2.772	.3607	.0226	.0626	44.312	15.983	10.331	165.121
27	2.883	.3468	.0212	.0612	47.084	16.330	10.664	174.138
28	2.999	.3335	.0200	.0600	49.968	16.663	10.991	183.142
29	3.119	.3207	.0189	.0589	52.966	16.984	11.312	192.121
30	3.243	.3083	.0178	.0578	56.085	17.292	11.627	201.062
31	3.373	.2965	.0169	.0569	59.328	17.588	11.937	209.956
32	3.508	.2851	.0159	.0559	62.701	17.874	12.241	218.792
33	3.648	.2741	.0151	.0551	66.210	18.148	12.540	227.563
34	3.794	.2636	.0143	.0543	69.858	18.411	12.832	236.261
35	3.946	.2534	.0136	.0536	73.652	18.665	13.120	244.877
40	4.801	.2083	.0105	.0505	95.026	19.793	14.477	286.530
45	5.841	.1712	.0083	.0483	121.029	20.720	15.703	325.403
50	7.107	.1407	.0066	.0466	152.667	21.482	16.812	361.164
55	8.646	.1157	.0052	.0452	191.159	22.109	17.807	393.689
60	10.520	.0951	.0042	.0442	237.991	22.623	18.697	422.997
65	12.799	.0781	.0034	.0434	294.968	23.047	19.491	449.201
70	15.572	.0642	.0027	.0427	364.290	23.395	20.196	472.479
75	18.945	.0528	.0022	.0422	448.631	23.680	20.821	493.041
80	23.050	.0434	.0018	.0418	551.245	23.915	21.372	511.116
85	28.044	.0357	.0015	.0415	676.090	24.109	21.857	526.938
90	34.119	.0293	.0012	.0412	827.983	24.267	22.283	540.737
95	41.511	.0241	.0010	.0410	1012.785	24.398	22.655	552.731
100	50.505	.0198	.0008	.0408	1237.624	24.505	22.980	563.121

n	SINGLE PAYMENT		UNIFORM PAYMENT SERIES				GRADIENT SERIES	
	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Sinking Fund Factor	Capital Recovery Factor	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Gradient Uniform Series	Gradient Present Worth
	Find F Given P F/P	Find P Given F P/F	Find A Given F A/F	Find A Given P A/P	Find F Given A F/A	Find P Given A P/A	Find A Given G A/G	Find P Given G P/G
1	1.045	.9569	1.0000	1.0450	1.000	.957	0	0
2	1.092	.9157	.4890	.5340	2.045	1.873	.489	.916
3	1.141	.8763	.3188	.3638	3.137	2.749	.971	2.668
4	1.193	.8386	.2337	.2787	4.278	3.588	1.445	5.184
5	1.246	.8025	.1828	.2278	5.471	4.390	1.912	8.394
6	1.302	.7679	.1489	.1939	6.717	5.158	2.372	12.233
7	1.361	.7348	.1247	.1697	8.019	5.893	2.824	16.642
8	1.422	.7032	.1066	.1516	9.380	6.596	3.269	21.565
9	1.486	.6729	.0926	.1376	10.802	7.269	3.707	26.948
10	1.553	.6439	.0814	.1264	12.288	7.913	4.138	32.743
11	1.623	.6162	.0722	.1172	13.841	8.529	4.562	38.905
12	1.696	.5897	.0647	.1097	15.464	9.119	4.978	45.391
13	1.772	.5643	.0583	.1033	17.160	9.683	5.387	52.163
14	1.852	.5400	.0528	.0978	18.932	10.223	5.789	59.182
15	1.935	.5167	.0481	.0931	20.784	10.740	6.184	66.416
16	2.022	.4945	.0440	.0890	22.719	11.234	6.572	73.833
17	2.113	.4732	.0404	.0854	24.742	11.707	6.953	81.404
18	2.208	.4528	.0372	.0822	26.855	12.160	7.327	89.102
19	2.308	.4333	.0344	.0794	29.064	12.593	7.695	96.901
20	2.412	.4146	.0319	.0769	31.371	13.008	8.055	104.780
21	2.520	.3968	.0296	.0746	33.783	13.405	8.409	112.715
22	2.634	.3797	.0275	.0725	36.303	13.784	8.755	120.689
23	2.752	.3634	.0257	.0707	38.937	14.148	9.096	128.683
24	2.876	.3477	.0240	.0690	41.689	14.495	9.429	136.680
25	3.005	.3327	.0224	.0674	44.565	14.828	9.756	144.665
26	3.141	.3184	.0210	.0660	47.571	15.147	10.077	152.625
27	3.282	.3047	.0197	.0647	50.711	15.451	10.391	160.547
28	3.430	.2916	.0185	.0635	53.993	15.743	10.698	168.420
29	3.584	.2790	.0174	.0624	57.423	16.022	10.999	176.232
30	3.745	.2670	.0164	.0614	61.007	16.289	11.295	183.975
31	3.914	.2555	.0154	.0604	64.752	16.544	11.583	191.640
32	4.090	.2445	.0146	.0596	68.666	16.789	11.866	199.220
33	4.274	.2340	.0137	.0587	72.756	17.023	12.143	206.707
34	4.466	.2239	.0130	.0580	77.030	17.247	12.414	214.096
35	4.667	.2143	.0123	.0573	81.497	17.461	12.679	221.380
40	5.816	.1719	.0093	.0543	107.030	18.402	13.917	256.099
45	7.248	.1380	.0072	.0522	138.850	19.156	15.020	287.732
50	9.033	.1107	.0056	.0506	178.503	19.762	15.998	316.145
55	11.256	.0888	.0044	.0494	227.918	20.248	16.860	341.375
60	14.027	.0713	.0035	.0485	289.498	20.638	17.617	363.571
65	17.481	.0572	.0027	.0477	366.238	20.951	18.278	382.947
70	21.784	.0459	.0022	.0472	461.870	21.202	18.854	399.750
75	27.147	.0368	.0017	.0467	581.044	21.404	19.354	414.242
80	33.830	.0296	.0014	.0464	729.558	21.565	19.785	426.680
85	42.158	.0237	.0011	.0461	914.632	21.695	20.157	437.309
90	52.537	.0190	.0009	.0459	1145.269	21.799	20.476	446.359
95	65.471	.0153	.0007	.0457	1432.684	21.883	20.749	454.039
100	81.589	.0123	.0006	.0456	1790.856	21.950	20.981	460.538

5%

Compound Interest Factors

5%

n	SINGLE PAYMENT		UNIFORM PAYMENT SERIES				GRADIENT SERIES	
	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Sinking Fund Factor	Capital Recovery Factor	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Gradient Uniform Series	Gradient Present Worth
	Find F Given P F/P	Find P Given F P/F	Find A Given F A/F	Find A Given P A/P	Find F Given A F/A	Find P Given A P/A	Find A Given G A/G	Find P Given G P/G
1	1.050	.9524	1.0000	1.0500	1.000	.952	0	0
2	1.102	.9070	.4878	.5378	2.050	1.859	.488	.907
3	1.158	.8638	.3172	.3672	3.152	2.723	.967	2.635
4	1.216	.8227	.2320	.2820	4.310	3.546	1.439	5.103
5	1.276	.7835	.1810	.2310	5.526	4.329	1.903	8.237
6	1.340	.7462	.1470	.1970	6.802	5.076	2.358	11.968
7	1.407	.7107	.1228	.1728	8.142	5.786	2.805	16.232
8	1.477	.6768	.1047	.1547	9.549	6.463	3.245	20.970
9	1.551	.6446	.0907	.1407	11.027	7.108	3.676	26.127
10	1.629	.6139	.0795	.1295	12.578	7.722	4.099	31.652
11	1.710	.5847	.0704	.1204	14.207	8.306	4.514	37.499
12	1.796	.5568	.0628	.1128	15.917	8.863	4.922	43.624
13	1.886	.5303	.0565	.1065	17.713	9.394	5.322	49.988
14	1.980	.5051	.0510	.1010	19.599	9.899	5.713	56.554
15	2.079	.4810	.0463	.0963	21.579	10.380	6.097	63.288
16	2.183	.4581	.0423	.0923	23.657	10.838	6.474	70.160
17	2.292	.4363	.0387	.0887	25.840	11.274	6.842	77.140
18	2.407	.4155	.0355	.0855	28.132	11.690	7.203	84.204
19	2.527	.3957	.0327	.0827	30.539	12.085	7.557	91.328
20	2.653	.3769	.0302	.0802	33.066	12.462	7.903	98.488
21	2.786	.3589	.0280	.0780	35.719	12.821	8.242	105.667
22	2.925	.3418	.0260	.0760	38.505	13.163	8.573	112.846
23	3.072	.3256	.0241	.0741	41.430	13.489	8.897	120.009
24	3.225	.3101	.0225	.0725	44.502	13.799	9.214	127.140
25	3.386	.2953	.0210	.0710	47.727	14.094	9.524	134.228
26	3.556	.2812	.0196	.0696	51.113	14.375	9.827	141.259
27	3.733	.2678	.0183	.0683	54.669	14.643	10.122	148.223
28	3.920	.2551	.0171	.0671	58.403	14.898	10.411	155.110
29	4.116	.2429	.0160	.0660	62.323	15.141	10.694	161.913
30	4.322	.2314	.0151	.0651	66.439	15.372	10.969	168.623
31	4.538	.2204	.0141	.0641	70.761	15.593	11.238	175.233
32	4.765	.2099	.0133	.0633	75.299	15.803	11.501	181.739
33	5.003	.1999	.0125	.0625	80.064	16.003	11.757	188.135
34	5.253	.1904	.0118	.0618	85.067	16.193	12.006	194.417
35	5.516	.1813	.0111	.0611	90.320	16.374	12.250	200.581
40	7.040	.1420	.0083	.0583	120.800	17.159	13.377	229.545
45	8.985	.1113	.0063	.0563	159.700	17.774	14.364	255.315
50	11.467	.0872	.0048	.0548	209.348	18.256	15.223	277.915
55	14.636	.0683	.0037	.0537	272.713	18.633	15.966	297.510
60	18.679	.0535	.0028	.0528	353.584	18.929	16.606	314.343
65	23.840	.0419	.0022	.0522	456.798	19.161	17.154	328.691
70	30.426	.0329	.0017	.0517	588.529	19.343	17.621	340.841
75	38.833	.0258	.0013	.0513	756.654	19.485	18.018	351.072
80	49.561	.0202	.0010	.0510	971.229	19.596	18.353	359.646
85	63.254	.0158	.0008	.0508	1245.087	19.684	18.635	366.801
90	80.730	.0124	.0006	.0506	1594.607	19.752	18.871	372.749
95	103.035	.0097	.0005	.0505	2040.694	19.806	19.069	377.677
100	131.501	.0076	.0004	.0504	2610.025	19.848	19.234	381.749

Compound Interest Factors

6%

n	SINGLE PAYMENT		UNIFORM PAYMENT SERIES				GRADIENT SERIES	
	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Sinking Fund Factor	Capital Recovery Factor	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Gradient Uniform Series	Gradient Present Worth
	Find F Given P F/P	Find P Given F P/F	Find A Given F A/F	Find A Given P A/P	Find F Given A F/A	Find P Given A P/A	Find A Given G A/G	Find P Given G P/G
1	1.060	.9434	1.0000	1.0600	1.000	.943	0	
2	1.124	.8900	.4854	.5454	2.060	1.833	.485	0
3	1.191	.8396	.3141	.3741	3.184	2.673	.961	.890
4	1.262	.7921	.2286	.2886	4.375	3.465	1.427	2.569
5	1.338	.7473	.1774	.2374	5.637	4.212	1.884	4.946
6	1.419	.7050	.1434	.2034	6.975	4.917	2.330	7.935
7	1.504	.6651	.1191	.1791	8.394	5.582	2.768	11.459
8	1.594	.6274	.1010	.1610	9.897	6.210	3.195	15.450
9	1.689	.5919	.0870	.1470	11.491	6.802	3.613	19.842
10	1.791	.5584	.0759	.1359	13.181	7.360	4.022	24.577
11	1.898	.5268	.0668	.1268	14.972	7.887	4.421	29.602
12	2.012	.4970	.0593	.1193	16.870	8.384	4.811	34.870
13	2.133	.4688	.0530	.1130	18.882	8.853	5.192	40.337
14	2.261	.4423	.0476	.1076	21.015	9.295	5.564	45.963
15	2.397	.4173	.0430	.1030	23.276	9.712	5.926	51.713
16	2.540	.3936	.0390	.0990	25.673	10.106	6.279	57.555
17	2.693	.3714	.0354	.0954	28.213	10.477	6.624	63.459
18	2.854	.3503	.0324	.0924	30.906	10.828	6.960	69.401
19	3.026	.3305	.0296	.0896	33.760	11.158	7.287	75.357
20	3.207	.3118	.0272	.0872	36.786	11.470	7.605	81.306
21	3.400	.2942	.0250	.0850	39.993	11.764	7.915	87.230
22	3.604	.2775	.0230	.0830	43.392	12.042	8.217	93.114
23	3.820	.2618	.0213	.0813	46.996	12.303	8.510	98.941
24	4.049	.2470	.0197	.0797	50.816	12.550	8.795	104.701
25	4.292	.2330	.0182	.0782	54.865	12.783	9.072	110.381
26	4.549	.2198	.0169	.0769	59.156	13.003	9.341	115.973
27	4.822	.2074	.0157	.0757	63.706	13.211	9.603	121.468
28	5.112	.1956	.0146	.0746	68.528	13.406	9.857	126.860
29	5.418	.1846	.0136	.0736	73.640	13.591	10.103	132.142
30	5.743	.1741	.0126	.0726	79.058	13.765	10.342	137.310
31	6.088	.1643	.0118	.0718	84.802	13.929	10.547	142.359
32	6.453	.1550	.0110	.0710	90.890	14.084	10.799	147.286
33	6.841	.1462	.0103	.0703	97.343	14.230	11.017	152.090
34	7.251	.1379	.0096	.0696	104.184	14.368	11.228	156.768
35	7.686	.1301	.0090	.0690	111.435	14.498	11.432	161.319
40	10.286	.0972	.0065	.0665	154.762	15.046	12.359	165.743
45	13.765	.0727	.0047	.0647	212.744	15.456	13.141	185.957
50	18.420	.0543	.0034	.0634	290.336	15.762	13.796	203.110
55	24.650	.0406	.0025	.0625	394.172	15.991	14.341	217.457
60	32.988	.0303	.0019	.0619	533.128	15.991	14.341	229.322
65	44.145	.0227	.0014	.0614	719.083	16.161	14.791	239.043
70	59.076	.0169	.0010	.0610	967.932	16.289	15.160	246.945
75	79.057	.0126	.0008	.0608	1300.949	16.385	15.461	253.327
80	105.796	.0095	.0006	.0606	1746.600	16.456	15.706	258.453
85	141.579	.0071	.0004	.0604	2342.982	16.509	15.903	262.549
90	189.465	.0053	.0003	.0603	3141.075	16.549	16.062	265.810
95	253.546	.0039	.0002	.0602	4209.104	16.579	16.189	268.395
00	339.302	.0029	.0002	.0602	5638.368	16.601	16.290	270.437
						16.618	16.371	272.047

7%

Compound Interest Factors

7%

n	SINGLE PAYMENT		UNIFORM PAYMENT SERIES				GRADIENT SERIES	
	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Sinking Fund Factor	Capital Recovery Factor	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Gradient Uniform Series	Gradient Present Worth
	Find F Given P F/P	Find P Given F P/F	Find A Given F A/F	Find A Given P A/P	Find F Given A F/A	Find P Given A P/A	Find A Given G A/G	Find P Given G P/G
1	1.070	.9346	1.0000	1.0700	1.000	.935	0	0
2	1.145	.8734	.4831	.5531	2.070	1.808	.483	.873
3	1.225	.8163	.3111	.3811	3.215	2.624	.955	2.506
4	1.311	.7629	.2252	.2952	4.440	3.387	1.416	4.795
5	1.403	.7130	.1739	.2439	5.751	4.100	1.865	7.647
6	1.501	.6663	.1398	.2098	7.153	4.767	2.303	10.978
7	1.606	.6227	.1156	.1856	8.654	5.389	2.730	14.715
8	1.718	.5820	.0975	.1675	10.260	5.971	3.147	18.789
9	1.838	.5439	.0835	.1535	11.978	6.515	3.552	23.140
10	1.967	.5083	.0724	.1424	13.816	7.024	3.946	27.716
11	2.105	.4751	.0634	.1334	15.784	7.499	4.330	32.466
12	2.252	.4440	.0559	.1259	17.888	7.943	4.703	37.351
13	2.410	.4150	.0497	.1197	20.141	8.358	5.065	42.330
14	2.579	.3878	.0443	.1143	22.550	8.745	5.417	47.372
15	2.759	.3624	.0398	.1098	25.129	9.108	5.758	52.446
16	2.952	.3387	.0359	.1059	27.888	9.447	6.090	57.527
17	3.159	.3166	.0324	.1024	30.840	9.763	6.411	62.592
18	3.380	.2959	.0294	.0994	33.999	10.059	6.722	67.622
19	3.617	.2765	.0268	.0968	37.379	10.336	7.024	72.599
20	3.870	.2584	.0244	.0944	40.995	10.594	7.316	77.509
21	4.141	.2415	.0223	.0923	44.865	10.836	7.599	82.339
22	4.430	.2257	.0204	.0904	49.006	11.061	7.872	87.079
23	4.741	.2109	.0187	.0887	53.436	11.272	8.137	91.720
24	5.072	.1971	.0172	.0872	58.177	11.469	8.392	96.255
25	5.427	.1842	.0158	.0858	63.249	11.654	8.639	100.676
26	5.807	.1722	.0146	.0846	68.676	11.826	8.877	104.981
27	6.214	.1609	.0134	.0834	74.484	11.987	9.107	109.166
28	6.649	.1504	.0124	.0824	80.698	12.137	9.329	113.226
29	7.114	.1406	.0114	.0814	87.347	12.278	9.543	117.162
30	7.612	.1314	.0106	.0806	94.461	12.409	9.749	120.972
31	8.145	.1228	.0098	.0798	102.073	12.532	9.947	124.655
32	8.715	.1147	.0091	.0791	110.218	12.647	10.138	128.212
33	9.325	.1072	.0084	.0784	118.933	12.754	10.322	131.643
34	9.978	.1002	.0078	.0778	128.259	12.854	10.499	134.951
35	10.677	.0937	.0072	.0772	138.237	12.948	10.669	138.135
40	14.974	.0668	.0050	.0750	199.635	13.332	11.423	152.293
45	21.002	.0476	.0035	.0735	285.749	13.606	12.036	163.756
50	29.457	.0339	.0025	.0725	406.529	13.801	12.529	172.905
55	41.315	.0242	.0017	.0717	575.929	13.940	12.921	180.124
60	57.946	.0173	.0012	.0712	813.520	14.039	13.232	185.768
65	81.273	.0123	.0009	.0709	1146.755	14.110	13.476	190.145
70	113.989	.0088	.0006	.0706	1614.134	14.160	13.666	193.519
75	159.876	.0063	.0004	.0704	2269.657	14.196	13.814	196.104
80	224.234	.0045	.0003	.0703	3189.063	14.222	13.927	198.075
85	314.500	.0032	.0002	.0702	4478.576	14.240	14.015	199.572
90	441.103	.0023	.0002	.0702	6287.185	14.253	14.081	200.704
95	618.670	.0016	.0001	.0701	8823.854	14.263	14.132	201.558
100	867.716	.0012	.0001	.0701	12381.662	14.269	14.170	202.200

3%

Compound Interest Factors

8%

n	SINGLE PAYMENT		UNIFORM PAYMENT SERIES				GRADIENT SERIES	
	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Sinking Fund Factor	Capital Recovery Factor	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Gradient Uniform Series	Gradient Present Worth
	Find F Given P FIP	Find P Given F PIF	Find A Given F AIF	Find A Given P AIP	Find F Given A FIA	Find P Given A PIA	Find A Given G A/G	Find P Given G PIG
1	1.080	.9259	1.0000	1.0800	1.000	.926	0	0
2	1.166	.8573	.4808	.5608	2.080	1.783	.481	.857
3	1.260	.7938	.3080	.3880	3.246	2.577	.949	2.445
4	1.360	.7350	.2219	.3019	4.506	3.312	1.404	4.650
5	1.469	.6806	.1705	.2505	5.867	3.993	1.846	7.372
6	1.587	.6302	.1363	.2163	7.336	4.623	2.276	10.523
7	1.714	.5835	.1121	.1921	8.923	5.206	2.694	14.024
8	1.851	.5403	.0940	.1740	10.637	5.747	3.099	17.806
9	1.999	.5002	.0801	.1601	12.488	6.247	3.491	21.808
10	2.159	.4632	.0690	.1490	14.487	6.710	3.871	25.977
11	2.332	.4289	.0601	.1401	16.645	7.139	4.240	30.266
12	2.518	.3971	.0527	.1327	18.977	7.536	4.596	34.634
13	2.720	.3677	.0465	.1265	21.495	7.904	4.940	39.046
14	2.937	.3405	.0413	.1213	24.215	8.244	5.273	43.472
15	3.172	.3152	.0368	.1168	27.152	8.559	5.594	47.886
16	3.426	.2919	.0330	.1130	30.324	8.851	5.905	52.264
17	3.700	.2703	.0296	.1096	33.750	9.122	6.204	56.588
18	3.996	.2502	.0267	.1067	37.450	9.372	6.492	60.843
19	4.316	.2317	.0241	.1041	41.446	9.604	6.770	65.013
20	4.661	.2145	.0219	.1019	45.762	9.818	7.037	69.090
21	5.034	.1987	.0198	.0998	50.423	10.017	7.294	73.063
22	5.437	.1839	.0180	.0980	55.457	10.201	7.541	76.926
23	5.871	.1703	.0164	.0964	60.893	10.371	7.779	80.673
24	6.341	.1577	.0150	.0950	66.765	10.529	8.007	84.300
25	6.848	.1460	.0137	.0937	73.106	10.675	8.225	87.804
26	7.396	.1352	.0125	.0925	79.954	10.810	8.435	91.184
27	7.988	.1252	.0114	.0914	87.351	10.935	8.636	94.439
28	8.627	.1159	.0105	.0905	95.339	11.051	8.829	97.569
29	9.317	.1073	.0096	.0896	103.966	11.158	9.013	100.574
30	10.063	.0994	.0088	.0888	113.283	11.258	9.190	103.456
31	10.868	.0920	.0081	.0881	123.346	11.350	9.358	106.216
32	11.737	.0852	.0075	.0875	134.214	11.435	9.520	108.857
33	12.676	.0789	.0069	.0869	145.951	11.514	9.674	111.382
34	13.690	.0730	.0063	.0863	158.627	11.587	9.821	113.792
35	14.785	.0676	.0058	.0858	172.317	11.655	9.961	116.092
40	21.725	.0460	.0039	.0839	259.057	11.925	10.570	126.042
45	31.920	.0313	.0026	.0826	386.506	12.108	11.045	133.733
50	46.902	.0213	.0017	.0817	573.770	12.233	11.411	139.593
55	68.914	.0145	.0012	.0812	848.923	12.319	11.690	144.006
60	101.257	.0099	.0008	.0808	1253.213	12.377	11.902	147.300
65	148.780	.0067	.0005	.0805	1847.248	12.416	12.060	149.739
70	218.606	.0046	.0004	.0804	2720.080	12.443	12.178	151.533
75	321.205	.0031	.0002	.0802	4002.557	12.461	12.266	152.845
80	471.955	.0021	.0002	.0802	5886.935	12.474	12.330	153.800
85	693.456	.0014	.0001	.0801	8655.706	12.482	12.377	154.492
90	1018.915	.0010	.0001	.0801	12723.939	12.488	12.412	154.993
95	1497.121	.0007	.0001	.0801	18701.507	12.492	12.437	155.352
100	2199.761	.0005	.0000	.0800	27484.516	12.494	12.455	155.611

9%

Compound Interest Factors

9%

n	SINGLE PAYMENT		UNIFORM PAYMENT SERIES				GRADIENT SERIES	
	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Sinking Fund Factor	Capital Recovery Factor	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Gradient Uniform Series	Gradient Present Worth
	Find F Given P F/P	Find P Given F P/F	Find A Given F A/F	Find A Given P A/P	Find F Given A F/A	Find P Given A P/A	Find A Given G A/G	Find P Given G P/G
1	1.090	.9174	1.0000	1.0900	1.000	.917	0	0
2	1.188	.8417	.4785	.5685	2.090	1.759	.478	.842
3	1.295	.7722	.3051	.3951	3.278	2.531	.943	2.386
4	1.412	.7084	.2187	.3087	4.573	3.240	1.393	4.511
5	1.539	.6499	.1671	.2571	5.985	3.890	1.828	7.111
6	1.677	.5963	.1329	.2229	7.523	4.486	2.250	10.092
7	1.828	.5470	.1087	.1987	9.200	5.033	2.657	13.375
8	1.993	.5019	.0907	.1807	11.028	5.535	3.051	16.888
9	2.172	.4604	.0768	.1668	13.021	5.995	3.431	20.571
10	2.367	.4224	.0658	.1558	15.193	6.418	3.798	24.373
11	2.580	.3875	.0569	.1469	17.560	6.805	4.151	28.248
12	2.813	.3555	.0497	.1397	20.141	7.161	4.491	32.159
13	3.066	.3262	.0436	.1336	22.953	7.487	4.818	36.073
14	3.342	.2992	.0384	.1284	26.019	7.786	5.133	39.963
15	3.642	.2745	.0341	.1241	29.361	8.061	5.435	43.807
16	3.970	.2519	.0303	.1203	33.003	8.313	5.724	47.585
17	4.328	.2311	.0270	.1170	36.974	8.544	6.002	51.282
18	4.717	.2120	.0242	.1142	41.301	8.756	6.269	54.886
19	5.142	.1945	.0217	.1117	46.018	8.950	6.524	58.387
20	5.604	.1784	.0195	.1095	51.160	9.129	6.767	61.777
21	6.109	.1637	.0176	.1076	56.765	9.292	7.001	65.051
22	6.659	.1502	.0159	.1059	62.873	9.442	7.223	68.205
23	7.258	.1378	.0144	.1044	69.532	9.580	7.436	71.236
24	7.911	.1264	.0130	.1030	76.790	9.707	7.638	74.143
25	8.623	.1160	.0118	.1018	84.701	9.823	7.832	76.926
26	9.399	.1064	.0107	.1007	93.324	9.929	8.016	79.586
27	10.245	.0976	.0097	.0997	102.723	10.027	8.191	82.124
28	11.167	.0895	.0089	.0989	112.968	10.116	8.357	84.542
29	12.172	.0822	.0081	.0981	124.135	10.198	8.515	86.842
30	13.268	.0754	.0073	.0973	136.308	10.274	8.666	89.028
31	14.462	.0691	.0067	.0967	149.575	10.343	8.808	91.102
32	15.763	.0634	.0061	.0961	164.037	10.406	8.944	93.069
33	17.182	.0582	.0056	.0956	179.800	10.464	9.072	94.931
34	18.728	.0534	.0051	.0951	196.982	10.518	9.193	96.693
35	20.414	.0490	.0046	.0946	215.711	10.567	9.308	98.359
40	31.409	.0318	.0030	.0930	337.882	10.757	9.796	105.376
45	48.327	.0207	.0019	.0919	525.859	10.881	10.160	110.556
50	74.358	.0134	.0012	.0912	815.084	10.962	10.430	114.325
55	114.408	.0087	.0008	.0908	1260.092	11.014	10.626	117.036
60	176.031	.0057	.0005	.0905	1944.792	11.048	10.768	118.968
65	270.846	.0037	.0003	.0903	2998.288	11.070	10.870	120.334
70	416.730	.0024	.0002	.0902	4619.223	11.084	10.943	121.294
75	641.191	.0016	.0001	.0901	7113.232	11.094	10.994	121.965
80	986.552	.0010	.0001	.0901	10950.574	11.100	11.030	122.431
85	1517.932	.0007	.0001	.0901	16854.800	11.104	11.055	122.753
90	2335.527	.0004		.0900	25939.184	11.106	11.073	122.976
95	3593.497	.0003		.0900	39916.635	11.108	11.085	123.129
100	5529.041	.0002		.0900	61422.675	11.109	11.093	123.234

10%

Compound Interest Factors

10%

n	SINGLE PAYMENT		UNIFORM PAYMENT SERIES				GRADIENT SERIES	
	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Sinking Fund Factor	Capital Recovery Factor	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Gradient Uniform Series	Gradient Present Worth
	Find F Given P F/P	Find P Given F P/F	Find A Given F A/F	Find A Given P A/P	Find F Given A F/A	Find P Given A P/A	Find A Given G A/G	Find P Given G P/G
1	1.100	.9091	1.0000	1.1000	1.000	.909	0	
2	1.210	.8264	.4762	.5762	2.100	1.736	.476	
3	1.331	.7513	.3021	.4021	3.310	2.487	.937	.826
4	1.464	.6830	.2155	.3155	4.641	3.170	1.381	2.329
5	1.611	.6209	.1638	.2638	6.105	3.791	1.810	4.378
6	1.772	.5645	.1296	.2296	7.716	4.355	2.224	6.862
7	1.949	.5132	.1054	.2054	9.487	4.868	2.622	9.684
8	2.144	.4665	.0874	.1874	11.436	5.335	3.004	12.763
9	2.358	.4241	.0736	.1736	13.579	5.759	3.372	16.029
10	2.594	.3855	.0627	.1627	15.937	6.145	3.725	19.421
11	2.853	.3505	.0540	.1540	18.531	6.495	4.064	22.891
12	3.138	.3186	.0468	.1468	21.384	6.814	4.388	26.396
13	3.452	.2897	.0408	.1408	24.523	7.103	4.699	29.901
14	3.797	.2633	.0357	.1357	27.975	7.367	4.996	33.377
15	4.177	.2394	.0315	.1315	31.772	7.606	5.279	36.800
16	4.595	.2176	.0278	.1278	35.950	7.824	5.549	40.152
17	5.054	.1978	.0247	.1247	40.545	8.022	5.807	43.416
18	5.560	.1799	.0219	.1219	45.599	8.201	6.053	46.582
19	6.116	.1635	.0195	.1195	51.159	8.365	6.286	49.640
20	6.727	.1486	.0175	.1175	57.275	8.514	6.508	52.583
21	7.400	.1351	.0156	.1156	64.002	8.649	6.719	55.407
22	8.140	.1228	.0140	.1140	71.403	8.772	6.919	58.110
23	8.954	.1117	.0126	.1126	79.543	8.883	7.108	60.689
24	9.850	.1015	.0113	.1113	88.497	8.985	7.288	63.146
25	10.835	.0923	.0102	.1102	98.347	9.077	7.458	65.481
26	11.918	.0839	.0092	.1092	109.182	9.161	7.619	67.696
27	13.110	.0763	.0083	.1083	121.100	9.237	7.770	69.794
28	14.421	.0693	.0075	.1075	134.210	9.307	7.914	71.777
29	15.863	.0630	.0067	.1067	148.631	9.370	8.049	73.650
30	17.449	.0573	.0061	.1061	164.494	9.427	8.176	75.415
31	19.194	.0521	.0055	.1055	181.943	9.479	8.296	77.077
32	21.114	.0474	.0050	.1050	201.138	9.526	8.409	78.640
33	23.225	.0431	.0045	.1045	222.252	9.569	8.515	80.108
34	25.548	.0391	.0041	.1041	245.477	9.609	8.615	81.486
35	28.102	.0356	.0037	.1037	271.024	9.644	8.615	82.777
40	45.259	.0221	.0023	.1023	442.593	9.779	8.709	83.987
45	72.890	.0137	.0014	.1014	718.905	9.863	8.829	88.953
50	117.391	.0085	.0009	.1009	1163.909	9.915	8.974	92.454
55	189.059	.0053	.0005	.1005	1880.591	9.947	9.096	94.889
60	304.482	.0033	.0003	.1003	3034.816	9.967	9.208	96.562
65	490.371	.0020	.0002	.1002	4893.707	9.980	9.302	97.701
70	789.747	.0013	.0001	.1001	7887.470	9.987	9.374	98.987
75	1271.895	.0008	.0001	.1001	12708.954	9.992	9.437	99.332
80	2048.400	.0005		.1000	20474.002	9.995	9.491	99.561
85	3298.969	.0003		.1000	32979.690	9.997	9.537	99.712
90	5313.023	.0002		.1000	53120.226	9.998	9.574	99.812
95	8556.676	.0001		.1000	85556.761	9.999	9.602	99.877
100	13780.612	.0001		1000	137796.123	9.999	9.621	99.920

n	SINGLE PAYMENT		UNIFORM PAYMENT SERIES				GRADIENT SERIES	
	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Sinking Fund Factor	Capital Recovery Factor	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Gradient Uniform Series	Gradient Present Worth
	Find F Given P F/P	Find P Given F P/F	Find A Given F A/F	Find A Given P A/P	Find F Given A F/A	Find P Given A P/A	Find A Given G A/G	Find P Given G P/G
1	1.120	.8929	1.0000	1.1200	1.000	.893	0	0
2	1.254	.7972	.4717	.5917	2.120	1.690	.472	.797
3	1.405	.7118	.2963	.4163	3.374	2.402	.925	2.221
4	1.574	.6355	.2092	.3292	4.779	3.037	1.359	4.127
5	1.762	.5674	.1574	.2774	6.353	3.605	1.775	6.397
6	1.974	.5066	.1232	.2432	8.115	4.111	2.172	8.930
7	2.211	.4523	.0991	.2191	10.089	4.564	2.551	11.644
8	2.476	.4039	.0813	.2013	12.300	4.968	2.913	14.471
9	2.773	.3606	.0677	.1877	14.776	5.328	3.257	17.356
10	3.106	.3220	.0570	.1770	17.549	5.650	3.585	20.254
11	3.479	.2875	.0484	.1684	20.655	5.938	3.895	23.129
12	3.896	.2567	.0414	.1614	24.133	6.194	4.190	25.952
13	4.363	.2292	.0357	.1557	28.029	6.424	4.468	28.702
14	4.887	.2046	.0309	.1509	32.393	6.628	4.732	31.362
15	5.474	.1827	.0268	.1468	37.280	6.811	4.980	33.920
16	6.130	.1631	.0234	.1434	42.753	6.974	5.215	36.367
17	6.866	.1456	.0205	.1405	48.884	7.120	5.435	38.697
18	7.690	.1300	.0179	.1379	55.750	7.250	5.643	40.908
19	8.613	.1161	.0158	.1358	63.440	7.366	5.838	42.998
20	9.646	.1037	.0139	.1339	72.052	7.469	6.020	44.968
21	10.804	.0926	.0122	.1322	81.699	7.562	6.191	46.819
22	12.100	.0826	.0108	.1308	92.503	7.645	6.351	48.554
23	13.552	.0738	.0096	.1296	104.603	7.718	6.501	50.178
24	15.179	.0659	.0085	.1285	118.155	7.784	6.641	51.693
25	17.000	.0588	.0075	.1275	133.334	7.843	6.771	53.105
26	19.040	.0525	.0067	.1267	150.334	7.896	6.892	54.418
27	21.325	.0469	.0059	.1259	169.374	7.943	7.005	55.637
28	23.884	.0419	.0052	.1252	190.699	7.984	7.110	56.767
29	26.750	.0374	.0047	.1247	214.583	8.022	7.207	57.814
30	29.960	.0334	.0041	.1241	241.333	8.055	7.297	58.782
31	33.555	.0298	.0037	.1237	271.293	8.085	7.381	59.676
32	37.582	.0266	.0033	.1233	304.848	8.112	7.459	60.501
33	42.092	.0238	.0029	.1229	342.429	8.135	7.530	61.261
34	47.143	.0212	.0026	.1226	384.521	8.157	7.596	61.961
35	52.800	.0189	.0023	.1223	431.663	8.176	7.658	62.605
40	93.051	.0107	.0013	.1213	767.091	8.244	7.899	65.116
45	163.988	.0061	.0007	.1207	1358.230	8.283	8.057	66.734
50	289.002	.0035	.0004	.1204	2400.018	8.304	8.160	67.762
55	509.321	.0020	.0002	.1202	4236.005	8.317	8.225	68.408
60	897.597	.0011	.0001	.1201	7471.641	8.324	8.266	68.810
65	1581.872	.0006	.0001	.1201	13173.937	8.328	8.292	69.058
70	2787.800	.0004		.1200	23223.332	8.330	8.308	69.210
75	4913.056	.0002		.1200	40933.799	8.332	8.318	69.303
80	8658.483	.0001		.1200	72145.692	8.332	8.324	69.359
85	15259.206	.0001		.1200	127151.714	8.333	8.328	69.393
90	26891.934			.1200	224091.118	8.333	8.330	69.414
95	47392.777			.1200	394931.471	8.333	8.331	69.426
100	83522.266			.1200	696010.547	8.333	8.332	69.434

15%

Compound Interest Factors

15%

n	SINGLE PAYMENT		UNIFORM PAYMENT SERIES				GRADIENT SERIES	
	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Sinking Fund Factor	Capital Recovery Factor	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Gradient Uniform Series	Gradient Present Worth
	Find F Given P FIP	Find P Given F PIF	Find A Given F A/F	Find A Given P A/P	Find F Given A F/A	Find P Given A PIA	Find A Given G A/G	Find P Given G PIG
1	1.150	.8696	1.0000	1.1500	1.000	.870	0	
2	1.323	.7561	.4651	.6151	2.150	1.626	.465	.756
3	1.521	.6575	.2880	.4380	3.472	2.283	.907	2.071
4	1.749	.5718	.2003	.3503	4.993	2.855	1.326	3.786
5	2.011	.4972	.1483	.2983	6.742	3.352	1.723	5.775
6	2.313	.4323	.1142	.2642	8.754	3.784	2.097	7.937
7	2.660	.3759	.0904	.2404	11.067	4.160	2.450	10.192
8	3.059	.3269	.0729	.2229	13.727	4.487	2.781	12.481
9	3.518	.2843	.0596	.2096	16.786	4.772	3.092	14.755
10	4.046	.2472	.0493	.1993	20.304	5.019	3.383	16.979
11	4.652	.2149	.0411	.1911	24.349	5.234	3.655	19.129
12	5.350	.1869	.0345	.1845	29.002	5.421	3.908	21.185
13	6.153	.1625	.0291	.1791	34.352	5.583	4.144	23.135
14	7.076	.1413	.0247	.1747	40.505	5.724	4.362	24.972
15	8.137	.1229	.0210	.1710	47.580	5.847	4.565	26.693
16	9.358	.1069	.0179	.1679	55.717	5.954	4.752	28.296
17	10.761	.0929	.0154	.1654	65.075	6.047	4.925	29.783
18	12.375	.0808	.0132	.1632	75.836	6.128	5.084	31.156
19	14.232	.0703	.0113	.1613	88.212	6.198	5.231	32.421
20	16.367	.0611	.0098	.1598	102.444	6.259	5.365	33.582
21	18.822	.0531	.0084	.1584	118.810	6.312	5.488	34.645
22	21.645	.0462	.0073	.1573	137.632	6.359	5.601	35.615
23	24.891	.0402	.0063	.1563	159.276	6.399	5.704	36.499
24	28.625	.0349	.0054	.1554	184.168	6.434	5.798	37.302
25	32.919	.0304	.0047	.1547	212.793	6.464	5.883	38.031
26	37.857	.0264	.0041	.1541	245.712	6.491	5.961	38.692
27	43.535	.0230	.0035	.1535	283.569	6.514	6.032	39.289
28	50.066	.0200	.0031	.1531	327.104	6.534	6.096	39.828
29	57.575	.0174	.0027	.1527	377.170	6.551	6.154	40.315
30	66.212	.0151	.0023	.1523	434.745	6.566	6.207	40.753
31	76.144	.0131	.0020	.1520	500.957	6.579	6.254	41.147
32	87.565	.0114	.0017	.1517	577.100	6.591	6.297	41.501
33	100.700	.0099	.0015	.1515	664.666	6.600	6.336	41.818
34	115.805	.0086	.0013	.1513	765.365	6.609	6.371	42.103
35	133.176	.0075	.0011	.1511	881.170	6.617	6.402	42.359
40	267.864	.0037	.0006	.1506	1779.090	6.642	6.517	43.283
45	538.769	.0019	.0003	.1503	3585.128	6.654	6.583	43.805
50	1083.657	.0009	.0001	.1501	7217.716	6.661	6.620	44.096
55	2179.622	.0005	.0001	.1501	14524.148	6.664	6.641	44.256
60	4383.999	.0002		.1500	29219.992	6.665	6.653	44.343
65	8817.787	.0001		.1500	58778.583	6.666	6.659	44.390
70	17735.720	.0001		.1500	118231.467	6.666	6.663	44.416
75	35672.868			.1500	237812.453	6.666	6.665	44.429
80	71750.879			.1500	478332.529	6.667	6.666	44.436
85	144316.647			.1500	962104.313	6.667	6.666	44.440
90	290272.325			.1500	1935142.168	6.667	6.666	44.442
95	583841.328			.1500	3892268.851	6.667	6.667	44.443
100	1174313.451			.1500	7828749.671	6.667	6.667	44.444

18%

Compound Interest Factors

18%

n	SINGLE PAYMENT		UNIFORM PAYMENT SERIES				GRADIENT SERIES	
	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Sinking Fund Factor	Capital Recovery Factor	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Gradient Uniform Series	Gradient Present Worth
	Find <i>F</i> Given <i>P</i> <i>F/P</i>	Find <i>P</i> Given <i>F</i> <i>P/F</i>	Find <i>A</i> Given <i>F</i> <i>A/F</i>	Find <i>A</i> Given <i>P</i> <i>A/P</i>	Find <i>F</i> Given <i>A</i> <i>F/A</i>	Find <i>P</i> Given <i>A</i> <i>P/A</i>	Find <i>A</i> Given <i>G</i> <i>A/G</i>	Find <i>P</i> Given <i>G</i> <i>P/G</i>
1	1.180	.8475	1.0000	1.1800	1.000	.847	0	0
2	1.392	.7182	.4587	.6387	2.180	1.566	.459	.718
3	1.643	.6086	.2799	.4599	3.572	2.174	.890	1.935
4	1.939	.5158	.1917	.3717	5.215	2.690	1.295	3.483
5	2.288	.4371	.1398	.3198	7.154	3.127	1.673	5.231
6	2.700	.3704	.1059	.2859	9.442	3.498	2.025	7.083
7	3.185	.3139	.0824	.2624	12.142	3.812	2.353	8.967
8	3.759	.2660	.0652	.2452	15.327	4.078	2.656	10.829
9	4.435	.2255	.0524	.2324	19.086	4.303	2.936	12.633
10	5.234	.1911	.0425	.2225	23.521	4.494	3.194	14.352
11	6.176	.1619	.0348	.2148	28.755	4.656	3.430	15.972
12	7.288	.1372	.0286	.2086	34.931	4.793	3.647	17.481
13	8.599	.1163	.0237	.2037	42.219	4.910	3.845	18.877
14	10.147	.0985	.0197	.1997	50.818	5.008	4.025	20.158
15	11.974	.0835	.0164	.1964	60.965	5.092	4.189	21.327
16	14.129	.0708	.0137	.1937	72.939	5.162	4.337	22.389
17	16.672	.0600	.0115	.1915	87.068	5.222	4.471	23.348
18	19.673	.0508	.0096	.1896	103.740	5.273	4.592	24.212
19	23.214	.0431	.0081	.1881	123.414	5.316	4.700	24.988
20	27.393	.0365	.0068	.1868	146.628	5.353	4.798	25.681
21	32.324	.0309	.0057	.1857	174.021	5.384	4.885	26.300
22	38.142	.0262	.0048	.1848	206.345	5.410	4.963	26.851
23	45.008	.0222	.0041	.1841	244.487	5.432	5.033	27.339
24	53.109	.0188	.0035	.1835	289.494	5.451	5.095	27.772
25	62.669	.0160	.0029	.1829	342.603	5.467	5.150	28.155
26	73.949	.0135	.0025	.1825	405.272	5.480	5.199	28.494
27	87.260	.0115	.0021	.1821	479.221	5.492	5.243	28.791
28	102.967	.0097	.0018	.1818	566.481	5.502	5.281	29.054
29	121.501	.0082	.0015	.1815	669.447	5.510	5.315	29.284
30	143.371	.0070	.0013	.1813	790.948	5.517	5.345	29.486
31	169.177	.0059	.0011	.1811	934.319	5.523	5.371	29.664
32	199.629	.0050	.0009	.1809	1103.496	5.528	5.394	29.819
33	235.563	.0042	.0008	.1808	1303.125	5.532	5.415	29.955
34	277.964	.0036	.0006	.1806	1538.688	5.536	5.433	30.074
35	327.997	.0030	.0006	.1806	1816.652	5.539	5.449	30.177
40	750.378	.0013	.0002	.1802	4163.213	5.548	5.502	30.527
45	1716.684	.0006	.0001	.1801	9531.577	5.552	5.529	30.701
50	3927.357	.0003		.1800	21813.094	5.554	5.543	30.786
55	8984.841	.0001		.1800	49910.228	5.555	5.549	30.827
60	20555.140			.1800	114189.666	5.555	5.553	30.846
65	47025.181			.1800	261245.449	5.555	5.554	30.856
70	107582.222			.1800	597673.458	5.556	5.555	30.864
75	246122.064			.1800	1367339.243	5.556	5.555	30.862
80	563067.660			.1800	3128148.114	5.556	5.555	30.863
85	1288162.408			.1800	7156452.266	5.556	5.555	30.864

20%

Compound Interest Factors

20%

n	SINGLE PAYMENT		UNIFORM PAYMENT SERIES				GRADIENT SERIES	
	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Sinking Fund Factor	Capital Recovery Factor	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Gradient Uniform Series	Gradient Present Worth
	Find F Given P F/P	Find P Given F P/F	Find A Given F A/F	Find A Given P A/P	Find F Given A F/A	Find P Given A P/A	Find A Given G A/G	Find P Given G P/G
1	1.200	.8333	1.0000	1.2000	1.000	.833	0	0
2	1.440	.6944	.4545	.6545	2.200	1.528	.455	.694
3	1.728	.5787	.2747	.4747	3.640	2.106	.879	1.852
4	2.074	.4823	.1863	.3863	5.368	2.589	1.274	3.299
5	2.488	.4019	.1344	.3344	7.442	2.991	1.641	4.906
6	2.986	.3349	.1007	.3007	9.930	3.326	1.979	6.581
7	3.583	.2791	.0774	.2774	12.916	3.605	2.290	8.255
8	4.300	.2326	.0606	.2606	16.499	3.837	2.576	9.883
9	5.160	.1938	.0481	.2481	20.799	4.031	2.836	11.434
10	6.192	.1615	.0385	.2385	25.959	4.192	3.074	12.887
11	7.430	.1346	.0311	.2311	32.150	4.327	3.289	14.233
12	8.916	.1122	.0253	.2253	39.581	4.439	3.484	15.467
13	10.699	.0935	.0206	.2206	48.497	4.533	3.660	16.588
14	12.839	.0779	.0169	.2169	59.196	4.611	3.817	17.601
15	15.407	.0649	.0139	.2139	72.035	4.675	3.959	18.509
16	18.488	.0541	.0114	.2114	87.442	4.730	4.085	19.321
17	22.186	.0451	.0094	.2094	105.931	4.775	4.198	20.042
18	26.623	.0376	.0078	.2078	128.117	4.812	4.298	20.680
19	31.948	.0313	.0065	.2065	154.740	4.843	4.386	21.244
20	38.338	.0261	.0054	.2054	186.688	4.870	4.464	21.739
21	46.005	.0217	.0044	.2044	225.026	4.891	4.533	22.174
22	55.206	.0181	.0037	.2037	271.031	4.909	4.594	22.555
23	66.247	.0151	.0031	.2031	326.237	4.925	4.647	22.887
24	79.497	.0126	.0025	.2025	392.484	4.937	4.694	23.176
25	95.396	.0105	.0021	.2021	471.981	4.948	4.735	23.428
26	114.475	.0087	.0018	.2018	567.377	4.956	4.771	23.646
27	137.371	.0073	.0015	.2015	681.853	4.964	4.802	23.835
28	164.845	.0061	.0012	.2012	819.223	4.970	4.829	23.999
29	197.814	.0051	.0010	.2010	984.068	4.975	4.853	24.141
30	237.376	.0042	.0008	.2008	1181.882	4.979	4.873	24.263
31	284.852	.0035	.0007	.2007	1419.258	4.982	4.891	24.368
32	341.822	.0029	.0006	.2006	1704.109	4.985	4.906	24.459
33	410.186	.0024	.0005	.2005	2045.931	4.988	4.919	24.537
34	492.224	.0020	.0004	.2004	2456.118	4.990	4.931	24.604
35	590.668	.0017	.0003	.2003	2948.341	4.992	4.941	24.661
40	1469.772	.0007	.0001	.2001	7343.858	4.997	4.973	24.847
45	3657.262	.0003	.0001	.2001	18281.310	4.999	4.988	24.932
50	9100.438	.0001		.2000	45497.191	4.999	4.995	24.970
55	22644.802			.2000	113219.011	5.000	4.998	24.987
60	56347.514			.2000	281732.572	5.000	4.999	24.994
65	140210.647			.2000	701048.235	5.000	5.000	24.998
70	348888.957			.2000	1744439.785	5.000	5.000	24.999
75	868147.369			.2000	4340731.847	5.000	5.000	25.000

25%

Compound Interest Factors

25%

n	SINGLE PAYMENT		UNIFORM PAYMENT SERIES				GRADIENT SERIES	
	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Sinking Fund Factor	Capital Recovery Factor	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Gradient Uniform Series	Gradient Present Worth
	Find F Given P F/P	Find P Given F P/F	Find A Given F A/F	Find A Given P A/P	Find F Given A F/A	Find P Given A P/A	Find A Given G A/G	Find P Given G P/G
1	1.250	.8000	1.0000	1.2500	1.000	.800	0	0
2	1.563	.6400	.4444	.6944	2.250	1.440	.444	.640
3	1.953	.5120	.2623	.5123	3.813	1.952	.852	1.664
4	2.441	.4096	.1734	.4234	5.766	2.362	1.225	2.893
5	3.052	.3277	.1218	.3718	8.207	2.689	1.563	4.204
6	3.815	.2621	.0888	.3388	11.259	2.951	1.868	5.514
7	4.768	.2097	.0663	.3163	15.073	3.161	2.142	6.773
8	5.960	.1678	.0504	.3004	19.842	3.329	2.387	7.947
9	7.451	.1342	.0388	.2888	25.802	3.463	2.605	9.021
10	9.313	.1074	.0301	.2801	33.253	3.571	2.797	9.987
11	11.642	.0859	.0235	.2735	42.566	3.656	2.966	10.864
12	14.552	.0687	.0184	.2684	54.208	3.725	3.115	11.602
13	18.190	.0550	.0145	.2645	68.760	3.780	3.244	12.262
14	22.737	.0440	.0115	.2615	86.949	3.824	3.356	12.833
15	28.422	.0352	.0091	.2591	109.687	3.859	3.453	13.326
16	35.527	.0281	.0072	.2572	138.109	3.887	3.537	13.748
17	44.409	.0225	.0058	.2558	173.636	3.910	3.608	14.108
18	55.511	.0180	.0046	.2546	218.045	3.928	3.670	14.415
19	69.389	.0144	.0037	.2537	273.556	3.942	3.722	14.674
20	86.736	.0115	.0029	.2529	342.945	3.954	3.767	14.893
21	108.420	.0092	.0023	.2523	429.681	3.963	3.805	15.078
22	135.525	.0074	.0019	.2519	538.101	3.970	3.836	15.233
23	169.407	.0059	.0015	.2515	673.626	3.976	3.863	15.362
24	211.758	.0047	.0012	.2512	843.033	3.981	3.886	15.471
25	264.698	.0038	.0009	.2509	1054.791	3.985	3.905	15.562
26	330.872	.0030	.0008	.2508	1319.489	3.988	3.921	15.637
27	413.590	.0024	.0006	.2506	1650.361	3.990	3.935	15.700
28	516.988	.0019	.0005	.2505	2063.952	3.992	3.946	15.752
29	646.235	.0015	.0004	.2504	2580.939	3.994	3.955	15.796
30	807.794	.0012	.0003	.2503	3227.174	3.995	3.963	15.832
31	1009.742	.0010	.0002	.2502	4034.968	3.996	3.969	15.861
32	1262.177	.0008	.0002	.2502	5044.710	3.997	3.975	15.886
33	1577.722	.0006	.0002	.2502	6306.887	3.997	3.979	15.906
34	1972.152	.0005	.0001	.2501	7884.609	3.998	3.983	15.923
35	2465.190	.0004	.0001	.2501	9856.761	3.998	3.986	15.937
40	7523.164	.0001		.2500	30088.655	3.999	3.995	15.977
45	22958.874			.2500	91831.496	4.000	3.998	15.991
50	70064.923			.2500	280255.693	4.000	3.999	15.997
55	213821.177			.2500	855280.707	4.000	4.000	15.999
60	652530.447			.2500	2610117.787	4.000	4.000	16.000

30%

Compound Interest Factors

30%

n	SINGLE PAYMENT		UNIFORM PAYMENT SERIES				GRADIENT SERIES	
	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Sinking Fund Factor	Capital Recovery Factor	Compound Amount Factor	Present Worth Factor	Gradient Uniform Series	Gradient's Present Worth
	Find F Given P F/P	Find P Given F P/F	Find A Given F A/F	Find A Given P A/P	Find F Given A F/A	Find P Given A P/A	Find A Given G A/G	Find P Given G P/G
1	1.300	.7692	1.0000	1.3000	1.000	.769	0	
2	1.690	.5917	.4348	.7348	2.300	1.361	.435	.59
3	2.197	.4552	.2506	.5506	3.990	1.816	.827	1.502
4	2.856	.3501	.1616	.4616	6.187	2.166	1.178	2.552
5	3.713	.2693	.1106	.4106	9.043	2.436	1.490	3.636
6	4.827	.2072	.0784	.3784	12.756	2.643	1.765	4.666
7	6.275	.1594	.0569	.3569	17.583	2.802	2.006	5.622
8	8.157	.1226	.0419	.3419	23.858	2.925	2.216	6.480
9	10.604	.0943	.0312	.3312	32.015	3.019	2.396	7.234
10	13.786	.0725	.0235	.3235	42.619	3.092	2.551	7.887
11	17.922	.0558	.0177	.3177	56.405	3.147	2.683	8.445
12	23.298	.0429	.0135	.3135	74.327	3.190	2.795	8.917
13	30.288	.0330	.0102	.3102	97.625	3.223	2.889	9.314
14	39.374	.0254	.0078	.3078	127.913	3.249	2.969	9.644
15	51.186	.0195	.0060	.3060	167.286	3.268	3.034	9.917
16	66.542	.0150	.0046	.3046	218.472	3.283	3.089	10.143
17	86.504	.0116	.0035	.3035	285.014	3.295	3.135	10.328
18	112.455	.0089	.0027	.3027	371.518	3.304	3.172	10.479
19	146.192	.0068	.0021	.3021	483.973	3.311	3.202	10.602
20	190.050	.0053	.0016	.3016	630.165	3.316	3.228	10.702
21	247.065	.0040	.0012	.3012	820.215	3.320	3.248	10.782
22	321.184	.0031	.0009	.3009	1067.280	3.323	3.265	10.84
23	417.539	.0024	.0007	.3007	1388.464	3.325	3.278	10.901
24	542.801	.0018	.0006	.3006	1806.003	3.327	3.289	10.943
25	705.641	.0014	.0004	.3004	2348.803	3.329	3.298	10.977
26	917.333	.0011	.0003	.3003	3054.444	3.330	3.305	11.005
27	1192.533	.0008	.0003	.3003	3971.778	3.331	3.311	11.026
28	1550.293	.0006	.0002	.3002	5164.311	3.331	3.315	11.044
29	2015.381	.0005	.0001	.3001	6714.604	3.332	3.319	11.058
30	2619.996	.0004	.0001	.3001	8729.985	3.332	3.322	11.069
31	3405.994	.0003	.0001	.3001	11349.981	3.332	3.324	11.078
32	4427.793	.0002	.0001	.3001	14755.975	3.333	3.326	11.085
33	5756.130	.0002	.0001	.3001	19183.768	3.333	3.328	11.090
34	7482.970	.0001		.3000	24939.899	3.333	3.329	11.094
35	9727.860	.0001		.3000	32422.868	3.333	3.330	11.098
40	36118.865			.3000	120392.883	3.333	3.332	11.107
45	134106.817			.3000	447019.389	3.333	3.333	11.110
50	497929.223			.3000	1659760.745	3.333	3.333	11.111
55	1848776.352			.3000	6162584.505	3.333	3.333	11.111
60	6864377.179			.3000	22881253.930	3.333	3.333	11.111