

ABSTRACT

A graph G is called even if for each vertex $v \in G$ there is a unique buddy $\bar{v} \in G$, and $d(v, \bar{v}) = \text{diam } G$. In this final assignment will be explained about the properties of even graph and special even graph. For an even graph of order n and diameter d other than an even cycle graph it is shown that $n \geq 3d - 1$. Some kind of special even graphs are even graph balanced, even graph harmonic, and even graph symmetric. An even graph G is called balanced if $\deg v = \deg \bar{v}$ for each $v \in V(G)$, harmonic if $uv \in E(G)$ than $\bar{u} \bar{v} \in E(G)$ for all $u, v \in V(G)$, and symmetric if $d(u, v) + d(u, \bar{v}) = \text{diam } G$ for all $u, v \in V(G)$. For an even graph symmetric of order n and diameter d other than an even cycle graph it is shown that $n \geq 3d - 1$. Union and join from two even graphs are not always even. In the other hand, Cartesian product of two even graphs are always even.

Key words: Even graph, Balanced-even graph, Harmonic-even graph, Symmetric-even graph

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Teori graf pertama kali diperkenalkan oleh Leonhard Euler pada tahun 1736 ketika menyelesaikan kasus Jembatan Königsberg. Saat itu dia memikirkan kemungkinan untuk menyeberangi semua jembatan tepat satu kali dan kembali ke tempat semula. Publikasi atas permasalahan ini dan solusi yang dia tawarkan saat ini dikenal dengan teori graf. Meskipun pada awalnya graf diciptakan untuk diterapkan dalam penyelesaian masalah rute terpendek, namun graf telah mengalami perkembangan yang sangat luas di dalam teori graf itu sendiri.

Banyak yang dapat dipelajari dari suatu graf, salah satunya adalah graf genap. Graf genap ditulis oleh F. Gobel dan H.J. Veldman dengan judul *Even Graphs*. Dalam tugas akhir ini akan dibahas mengenai graf genap dan beberapa jenis graf genap khusus. Dari graf genap dapat dipelajari mengenai teorema-teorema yang berlaku dalam graf genap tersebut.

Sebuah graf terhubung G dikatakan genap jika untuk setiap titik $v \in G$ mempunyai sebuah *buddy* tunggal yaitu $\bar{v} \in G$, dan $d(v, \bar{v}) = \text{diameter } G$. *Buddy* dari titik \bar{v} adalah titik v itu sendiri karena $d(\bar{v}, v) = d(v, \bar{v}) = \text{diameter } G$. Banyaknya titik atau order dalam suatu graf genap adalah genap, namun jika terdapat suatu graf dengan order genap, belum tentu graf tersebut adalah graf genap.

Beberapa jenis dari graf genap khusus yaitu graf genap stabil, graf genap simetri, dan graf genap harmonik. Jika G adalah suatu graf genap harmonik maka

G adalah graf genap stabil, dan jika G adalah graf genap simetri maka G adalah graf genap harmonik. Dengan demikian, jika G adalah graf genap simetri maka G adalah graf genap stabil.

Dalam tugas akhir ini akan dibahas mengenai sifat-sifat dari graf genap dan graf genap khusus, serta operasi dari graf genap.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah diuraikan di atas, permasalahan yang dikemukakan dalam tugas akhir ini adalah bagaimana sifat-sifat dari graf genap dan graf genap khusus.

1.3 Pembatasan Masalah

Dalam pembahasan tugas akhir ini, pembahasan dari graf genap dibatasi pada graf sederhana terhubung nontrivial.

1.4 Metode Pembahasan

Metode yang digunakan adalah studi literatur, yaitu mengumpulkan informasi dari beberapa buku dan jurnal yang berkaitan dengan graf genap.

1.5 Tujuan Penulisan

Tujuan dari tugas akhir ini adalah untuk mempelajari tentang sifat-sifat dalam graf genap dan graf genap khusus.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam tugas akhir ini terbagi menjadi empat bab yaitu Bab I Pendahuluan, pada bab ini berisi tentang latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, metode pembahasan, tujuan penulisan, dan sistematika penulisan. Bab II Teori Penunjang, pada bab ini berisi tentang teori-teori yang mendasari pembahasan pada tugas akhir ini yang meliputi terminologi graf, eksentrisitas (*eccentricity*), operasi graf, dan jenis-jenis graf. Bab III Pembahasan, pada bab ini berisi tentang definisi dan teorema-teorema dalam graf genap dan graf genap khusus, serta operasi dari graf genap. Bab IV Penutup, pada bab ini berisi tentang simpulan dan saran.