

# PENGATURAN KECEPATAN MOTOR DC SECARA *REAL TIME* MENGGUNAKAN TEKNIK KONTROL OPTIMAL *LINEAR QUADRATIC REGULATOR (LQR)*

Arief Basuki, Mahasiswa TE Undip, Sumardi ST.MT, Iwan setiawan ST.MT, Staf Pengajar TE Undip

**Abstrak** – Pada desain sistem kontrol yang baik harus memenuhi persyaratan – persyaratan tertentu yang telah ditetapkan. Persyaratan yang harus dipenuhi sistem kontrol disebut sebagai indeks unjuk kerja (*performance index*). Indeks ini berkaitan dengan ketelitian, kestabilan dan kecepatan tanggapan sistem. Sistem kontrol dianggap optimal jika harga – harga parameter dipilih sedemikian rupa sehingga indeks unjuk kerja yang dipilih maksimum atau minimum. Sistem kontrol yang dirancang berdasarkan optimasi indeks unjuk kerja disebut sistem kontrol optimal.

Pada desain Teknik kontrol optimal *Linear Quadratic Regulator (LQR)* untuk pengaturan kecepatan motor dc, optimasi indeks unjuk kerja dilakukan dengan mengatur nilai matriks  $Q$ , yang nantinya dapat menghasilkan matriks penguat umpan balik  $K$  dan matriks tracking  $L$  yang optimal untuk indeks unjuk kerja motor dc.

Pada implementasi *LQR* menggunakan komputer pribadi (PC) untuk pengaturan kecepatan putar pada plant motor dc secara *real time* didapat nilai konstanta waktu sistem ( $T$ ) yang semakin mengecil dengan pertambahan nilai  $Q$  yaitu dari  $T = 0,36$  detik pada nilai  $Q = 10^{-6}$  menjadi  $T = 0,24$  detik pada nilai  $Q = 2$ . Untuk letak kutub kalang tertutup sistem ( $s$ ) juga mengalami perubahan menjadi semakin negatif dengan pertambahan nilai  $Q$ , yaitu dari  $s = -2,7778$  pada nilai  $Q = 10^{-6}$  menjadi  $s = -4,1667$  pada nilai  $Q = 2$ . Nilai  $T$  serta  $s$  tidak berubah pada kecepatan yang berbeda, yaitu untuk nilai  $Q = 0,01$  pada perubahan kecepatan dari 700 – 1000 rpm didapat nilai  $T$  dan  $s$  yang relatif tetap yaitu  $T = 0,36$  detik dan  $s = -2,7778$ .

**Kata Kunci:** *Linear Quadratic Regulator (LQR)*, motor dc, indeks unjuk kerja.

## I. PENDAHULUAN

### A. Latar Belakang.

Kontrol otomatis telah memegang peranan yang sangat penting dalam perkembangan ilmu dan teknologi. Kemajuan dalam teori dan praktek kontrol otomatis memberikan kemudahan dalam mendapatkan performansi dari sistem, meniadakan pekerjaan – pekerjaan rutin dan membosankan yang harus dilakukan manusia maupun mempertinggi laju produksi dan kualitas suatu produk.

Persoalan kontrol optimal telah menarik perhatian yang sangat besar selama dasawarsa terakhir sebagai akibat meningkatnya kebutuhan sistem dengan performansi tinggi disamping tersedianya fasilitas komputer digital. Untuk menyelesaikan persoalan sistem kontrol optimal, perlu dicari suatu aturan untuk menentukan pengambil keputusan sistem kontrol, dengan beberapa kendala tertentu, yang akan meminimumkan suatu ukuran simpangan dari perilaku

idealnya. Ukuran ini biasanya ditetapkan berdasarkan indeks unjuk kerja sistem yang bersangkutan.

Pada Tugas Akhir ini digunakan motor dc dengan magnet permanen sebagai *plant* yang akan dikontrol secara *real time* dengan teknik kontrol optimal *Linear Quadratic Regulator (LQR)*. Pada motor dc dengan magnet permanen, perubahan kecepatan motor dapat diatur dengan cara mengubah-ubah besarnya tegangan dc yang diberikan pada motor. Untuk pengaturan sistem secara keseluruhan menggunakan komputer pribadi atau PC (*Personal Computer*).

### B. Pembatasan Masalah

Karena kompleksnya permasalahan yang terdapat dalam sistem ini, maka perlu adanya batasan-batasan untuk menyederhanakan permasalahan ini, yaitu :

1. Teknik kontrol yang digunakan adalah teknik kontrol optimal *Linear Quadratic Regulator (LQR)*.
2. Perancangan *Linear Quadratic Regulator (LQR)* secara *off-line*, dengan nilai matriks pembobot kendali  $R$  konstan yaitu 1 (satu).
3. Metode yang digunakan untuk meminimalkan indeks performansi kuadratik menggunakan Persamaan Riccati.
4. Pembahasan dititikberatkan pada analisa respon transien pada *plant* tanpa gangguan luar dan tidak membahas tentang respon transien maupun *offset* saat *steady state* akibat pengaruh gangguan luar.
5. Perangkat keras yang digunakan berbasis PC (*Personal Computer*) dan tidak membahas arsitektur dan kinerja PC.
6. *Plant* yang dikontrol adalah kecepatan putar motor dc magnet permanen.
7. *Range* kecepatan motor yang diatur adalah antara 700 rpm – 1000 rpm.

## II. DASAR TEORI

### A. Model Matematik Sistem<sup>[7],[8]</sup>

Model matematik sistem dapat disajikan dalam beberapa bentuk yang berbeda, bergantung dari sistem yang ditinjau. Sebagai contoh, dalam permasalahan kontrol optimal, akan lebih mudah menggunakan seperangkat persamaan diferensial orde pertama (*state space*). Sebaliknya, dalam analisis respon transien dan respon frekuensi suatu sistem satu

masukan satu keluaran, penyajian fungsi alih mungkin akan lebih mudah digunakan.

**A.1 Fungsi Alih<sup>[7]</sup>**

Fungsi alih sistem linier parameter konstan didefinisikan sebagai perbandingan dari transformasi Laplace keluaran (fungsi respon y) dan transformasi laplace masukan (fungsi penggerak/referensi u), dengan anggapan bahwa semua syarat awal adalah nol.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n}$$

Fungsi alih tidak memberikan informasi mengenai struktur fisik dari sistem. (Fungsi alih dari beberapa sistem fisik yang berbeda mungkin identik).

Pangkat tertinggi dari s pada penyebut fungsi alih sama dengan orde suku turunan tertinggi dari keluaran. Jika pangkat tertinggi dari s tersebut adalah n, maka sistem tersebut disebut sistem orde ke n.

**A.2 Persamaan Ruang Keadaan (State Space)<sup>[7],[8]</sup>**

Penyajian model matematik sistem dalam bentuk ruang keadaan (state space) pada dasarnya adalah menyusun hubungan antara masukan – keluaran sistem kedalam persamaan diferensial orde pertama dengan menggunakan notasi matriks-vektor.

Misalkan suatu persamaan diferensial sistem orde ke n sebagai berikut:

$$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} \dot{y} + a_n y = u \dots\dots\dots(1)$$

dimana y adalah keluaran sistem dan u adalah masukan. Untuk membuat model matematik Persamaan (1) kedalam persamaan ruang keadaan, maka hal pertama yang harus dilakukan adalah menyusun Persamaan (1) kedalam persamaan diferensial orde pertama.

Jika dimisalkan;

$$x_1 = y$$

$$x_2 = \dot{y}$$

⋮

$$x_n = y^{(n-1)}$$

Selanjutnya Persamaan (1) dapat ditulis sebagai

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = x_3$$

⋮

$$\dot{x}_{n-1} = x_n$$

$$\dot{x}_n = -a_n x_1 - \dots - a_1 x_n + u$$

atau

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \dots\dots\dots(2)$$

dimana

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \dots & -a_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Persamaan keluaran menjadi

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

atau

$$\mathbf{y} = \mathbf{Cx} \dots\dots\dots(3)$$

dimana

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

Nilai – nilai **A**, **B** dan **C** berturut – turut dikenal sebagai matriks parameter keadaan, parameter input dan parameter output. Persamaan (2) dan (3) selanjutnya dikenal dengan persamaan ruang keadaan (state space).

**B. Karakteristik Sistem Orde Pertama<sup>[7]</sup>**

Sistem orde pertama merupakan sistem yang paling sederhana. Sistem ini biasa dinyatakan dalam model matematik fungsi alih sebagai berikut:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{Ts + 1} \dots\dots\dots(4)$$

atau dalam bentuk persamaan ruang keadaan

$$T\dot{y} + y = Ku$$

jika

$$x = y \dots\dots\dots(5)$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \frac{-x + Ku}{T} = \left[ -\frac{1}{T} \right] [x] + \left[ \frac{K}{T} \right] [u] \dots\dots\dots(6)$$

sehingga,

**x** = x

$$\mathbf{A} = \left[ -\frac{1}{T} \right]; \quad \mathbf{B} = \left[ \frac{K}{T} \right]; \quad \mathbf{C} = [1]$$

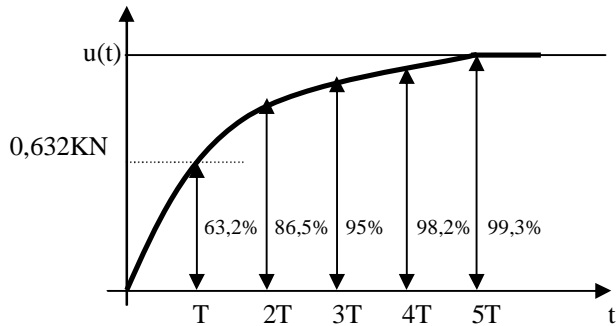
Nilai pole loop terbuka sistem ini adalah

$$|s\mathbf{I} - \mathbf{A}| = 0 \dots\dots\dots(7)$$

Dua parameter penting pada sistem orde satu adalah gain statis K dan konstanta waktu T. Solusi masukan – keluaran sistem orde satu terhadap input konstan N (respon step) diberikan oleh transformasi laplace balik:

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{K}{Ts + 1} \times \frac{N}{s} \right] = K \times N \left( 1 - e^{-\frac{t}{T}} \right); ; t \geq 0 \dots\dots(8)$$

Kurva respon eksponensial yang diberikan oleh Persamaan (8) ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1 Kurva respon sistem orde pertama terhadap masukan step

Karakteristik penting dari kurva respon eksponensial  $y(t)$  adalah pada  $t = T$  harga  $y(t)$  adalah 0,632 dari harga akhir  $K \times N$  atau respon  $y(t)$  telah mencapai 63,2% perubahan totalnya. Hal ini dapat dilihat dengan mensubstitusi  $t = T$  ke  $y(t)$ . Jadi,

$$y(T) = (K \times N)(1 - e^{-1}) = 0,632K \times N$$

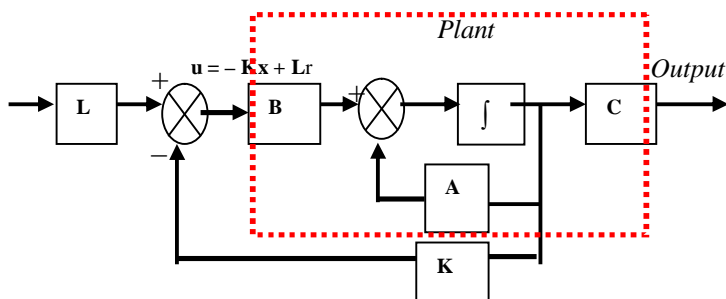
dimana  $T$  adalah konstanta waktu sistem. Semakin kecil konstanta waktu  $T$ , respon sistem semakin cepat.

Dari Gambar 1 terlihat dalam satu konstanta waktu, kurva respon eksponensial telah berubah dari 0 sampai 63,2% harga akhir. Dalam dua konstanta waktu, respon mencapai 86,5% harga akhir. Pada  $t = 3T, 4T$  dan  $5T$ , respon mencapai, masing – masing 95; 98,2; dan 99,3 % harga akhir. Jadi untuk  $t \geq 4T$ , respon telah berada pada daerah 2% dibawah harga akhir. Dari Persamaan (2.10), keadaan tunak (mantap) secara matematis hanya dapat dicapai pada harga  $t$  tak terhingga. Meskipun demikian, dalam praktek, estimasi yang layak dari waktu respon adalah lama waktu yang diperlukan kurva respon untuk mencapai garis 2% dibawah harga akhir, atau empat konstanta waktu.

### C. Sistem Kontrol Optimal [1],[8], [12]

Istilah optimal mempunyai maksud hasil paling baik yang dapat dicapai dengan memperhatikan kondisi dan kendala dari suatu sistem. Dalam sistem kontrol optimal, istilah optimal seringkali merujuk pada minimal, misalnya meminimalkan bahan bakar (*input*), waktu dan kesalahan (*error*).

Adapun untuk blok diagram kontrol optimal secara umum diperlihatkan pada gambar 2.



Gambar 2 Blok diagram sistem kontrol optimal

Sistem kontrol yang baik adalah sistem kontrol yang mempunyai daya tanggap yang cepat dan stabil, tetapi tidak memerlukan energi yang berlebihan. Sistem kontrol demikian dapat dicapai melalui pengaturan indeks performansi yang tepat. Sistem kontrol yang dirancang berdasarkan optimasi indeks performansi disebut sistem kontrol optimal.

Pada suatu sistem, indeks performansi dipilih sesuai dengan bagian yang akan dioptimalkan. Bentuk umum dari indeks performansi adalah sebagai berikut:

$$J = \int_{t_0}^T L(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) dt \dots\dots\dots(9)$$

$J$ = indeks performansi.

$L(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$  = fungsi dari  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{u}$  dan  $t$

$t$  = waktu

Salah satu metode yang biasa digunakan untuk meminimalkan indeks performansi yaitu Persamaan aljabar Riccati, yang digunakan untuk mengoptimalkan sistem proses yang berbentuk linier.

Suatu sistem kontrol akan optimal pada indeks unjuk kerja yang diberikan, tetapi tidak optimal lagi pada indeks unjuk kerja yang lain.

### Sistem Kontrol Optimal Linear Quadratic regulator (LQR) [11],[8], [12]

Suatu persamaan sistem

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \dots\dots\dots(10)$$

sedangkan

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}\mathbf{x} \dots\dots\dots(11)$$

Pada sistem kontrol optimal berdasarkan indeks performansi kuadratis, optimasi kontrol dicapai dengan meminimalkan nilai indeks performansi berikut:

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt \dots\dots\dots(12)$$

dengan  $\mathbf{Q}$  adalah matriks simetrik nyata definit positif (atau semi definit positif) dan  $\mathbf{R}$  adalah matriks nyata definit positif dan  $\mathbf{u}$  adalah vektor kontrol. Jika elemen – elemen matriks  $\mathbf{K}$  yang tidak diketahui ditentukan sedemikian rupa sehingga meminimumkan indeks performansi, maka  $\mathbf{u} = -\mathbf{K}\mathbf{x}$  optimal untuk setiap syarat awal  $\mathbf{x}(0)$ .

Dari hasil persamaan state space sistem dan indeks performansi didapat nilai matrik  $\mathbf{K}$  yang optimal untuk indeks performansi yang dipilih sebagai:

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \dots\dots\dots(13)$$

Dimana matriks  $\mathbf{P}$  pada Persamaan (13) harus memenuhi persamaan tereduksi berikut:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} = 0 \dots\dots\dots(14)$$

Persamaan (14) disebut sebagai Persamaan Riccati. Dalam perancangan teknik kontrol optimal *Linear Quadratic Regulator* (LQR), setelah matriks **P** diketahui dari Persamaan Riccati, maka nilai **P** tersebut disubstitusikan ke Persamaan (13) sehingga didapat nilai matriks optimal **K**.

Permasalahan yang umum ditemui dalam bidang kendali yaitu tidak hanya menstabilkan sistem, tetapi bagaimana keluaran sistem mengikuti perubahan referensi atau *set point*.

Dalam hal ini jika diinginkan keluaran *plant* (**y**) mengikuti sebuah sinyal perintah (referensi = **r**) tertentu, maka perlu dirancang sistemnya menggunakan *nonzero set point/tracking*. Bentuk umum sinyal kendali untuk *non zero set point* adalah:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}\mathbf{x} + \mathbf{L}\mathbf{r} \dots \dots \dots (15)$$

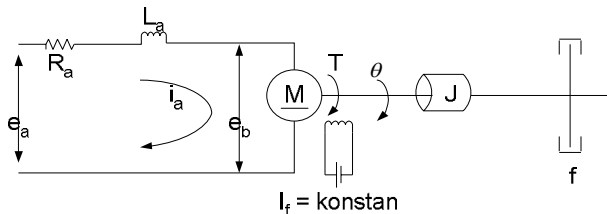
dimana

$$\mathbf{L} = [\mathbf{C}(\mathbf{B}\mathbf{K} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}]^{-1} \dots \dots \dots (16)$$

**D. Motor DC Magnet Permanen dan Pengendaliannya** <sup>[7]</sup>

Motor listrik adalah suatu mesin yang merubah tenaga listrik ke dalam tenaga mekanik. Kerjanya adalah atas prinsip bahwa apabila suatu penghantar yang membawa arus listrik diletakkan dalam suatu medan magnet, maka akan timbul gaya.

Motor dc terdiri dari berbagai jenis. Salah satunya adalah motor dc magnet permanen. Skematik dari motor dc jenis ini dapat dilihat pada Gambar 3.



Gambar 3 Diagram skematik motor dc dengan pengendalian jangkar

Fungsi alih sistem motor dc sebagai berikut:

$$\frac{\omega(s)}{E_a(s)} = \frac{K}{(L_a J s^2 + (L_a f + R_a J)s + R_a f + K K_b)} \dots \dots \dots (17)$$

Induktansi  $L_a$  pada rangkaian jangkar biasanya kecil dan dapat diabaikan. Jika  $L_a$  diabaikan, maka fungsi alih yang diberikan oleh Persamaan (17) dapat disederhanakan menjadi

$$\frac{\omega(s)}{E_a(s)} = \frac{K_m}{(T_m s + 1)} \dots \dots \dots (18)$$

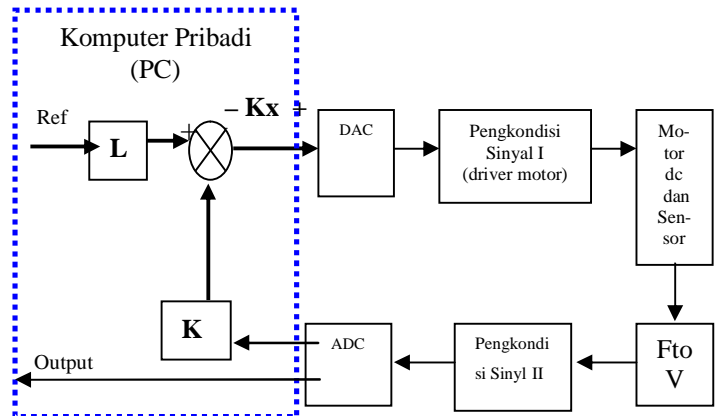
dimana:

$$K_m = \frac{K}{(R_a f + K K_b)} = \text{konstanta penguatan motor}$$

$$T_m = \frac{R_a J}{(R_a f + K K_b)} = \text{konstanta waktu motor}$$

III. PERANCANGAN

Diagram blok Pengaturan Kecepatan Motor dc Secara *Real Time* Menggunakan Teknik Kontrol Optimal *Linear Quadratic Regulator* (LQR) yang digunakan dalam Tugas Akhir ini ditunjukkan pada gambar 4.

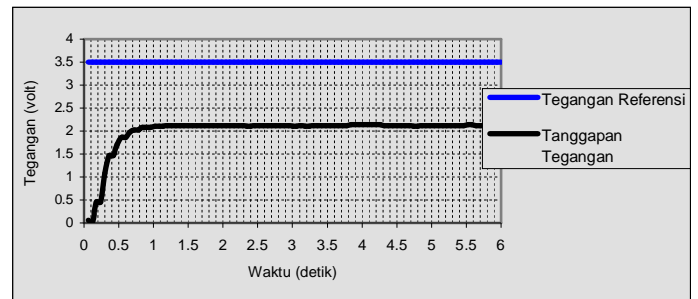


Gambar 4 Diagram blok Pengaturan Kecepatan Motor dc Secara *Real Time* Menggunakan Teknik Kontrol Optimal *Linear Quadratic Regulator* (LQR)

A. Perancangan *Linear Quadratic Regulator* (LQR)

A.1 Identifikasi Plant Motor DC

Identifikasi *plant* motor dc dilakukan dengan tujuan untuk mendapatkan model matematis dari *plant* motor dc yang akan dikontrol. Identifikasi *plant* motor dc menggunakan pendekatan dari tanggapan transien keluaran *plant* motor dc saat diberi masukan referensi tertentu, dalam hal ini referensi berupa tegangan yang diberikan ke *plant* melalui komputer. Dari hasil pemberian tegangan referensi sebesar 3,5 volt ke *plant* didapat tanggapan transien tegangan keluaran *plant* dalam waktu 6 detik seperti diperlihatkan pada Gambar 5.



Gambar 5 Grafik tanggapan transien *plant* motor dc dengan tegangan referensi 3,5 volt

Dari Gambar 5 dapat diketahui bahwa nilai pada keadaan tunak *plant* motor dc dengan masukan

tegangan referensi sebesar 3,5 volt adalah sekitar 2,1 volt. *Plant* motor dc ini merupakan *plant* orde satu.

Persamaan fungsi alih dari *plant* pengaturan kecepatan putar motor dc yang merupakan *plant* orde pertama adalah

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{Ts + 1}$$

dimana K adalah konstanta penguatan motor dc dan T adalah konstanta waktu motor dc. Berdasarkan teorema harga akhir Laplace berikut

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$$

Untuk menentukan nilai K adalah dengan cara memberikan masukan *step* N pada persamaan fungsi alih

$$Y(s) = \frac{K}{Ts + 1} U(s)$$

$$Y(s) = \frac{K}{Ts + 1} \cdot \frac{N}{s}$$

Sehingga berdasarkan teorema harga akhir Laplace sebagai berikut

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{K}{Ts + 1} \cdot \frac{N}{s} = K \cdot N$$

Dengan demikian nilai K *plant* motor dc

$$2,1 = 3,5K$$

$$K = 0,6$$

Kemudian nilai T dapat diketahui langsung dari grafik tanggapan transien *plant* motor dc, dimana T adalah waktu yang diperlukan keluaran untuk mencapai nilai 63,2 % dari nilai keadaan tunaknya (63,2% x 2,1) yaitu sekitar 1,33 V. Dari Gambar 3.2 dapat dilihat bahwa nilai pada saat t = T terdapat pada waktu sekitar 0,36 detik.

Setelah nilai gain statis K dan konstanta waktu T didapat, maka dapat diketahui persamaan fungsi alih dari *plant* motor dc dengan menggunakan persamaan (4) yaitu:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{0,60}{0,36s + 1} \dots\dots\dots(3.1)$$

### A.2 Penentuan Matriks Penguat Umpan Balik K

Dari identifikasi *plant* motor dc diketahui bahwa nilai – nilai matriks untuk persamaan *state space* sebagai berikut:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{0,60}{0,36s + 1}$$

$$(0,36s + 1)Y(s) = 0,60U(s)$$

$$0,36\dot{y} + y = 0,60u$$

jika

$$x = y$$

$$\dot{x} = -2,7778x + 1,6667u \dots\dots\dots(20)$$

atau

$$[\dot{x}] = [-2,7778][x] + [1,6667][u]$$

$$y = [1][x]$$

Dengan demikian transfer function *plant* motor dc dalam bentuk persamaan *state space* adalah:

$$\mathbf{A} = [-2,7778]$$

$$\mathbf{B} = [1,6667]$$

$$\mathbf{C} = [1]$$

Sedangkan untuk nilai Q dan R :

$$\mathbf{R} = [1]$$

Q = dengan nilai bervariasi

Pada perancangan Tugas Akhir ini dipilih 8 nilai Q yaitu:

$$\mathbf{Q} = \{10^{-6}, 0,0001, 0,001, 0,01, 0,1, 1, 2 \text{ dan } 3\}$$

Kemudian menggunakan Persamaan Riccati (14), didapat nilai P:

$$\mathbf{P} = -0,999968 + \sqrt{0,999932 + 0,35999\mathbf{Q}} \dots\dots\dots(21)$$

Selanjutnya nilai P Persamaan (21) hasil perhitungan Persamaan Riccati disubstitusikan ke Persamaan (13),

$$\mathbf{K} = -1,6667 + \sqrt{2,7777 + \mathbf{Q}} \dots\dots\dots(22)$$

Dari Persamaan (22) didapat nilai matriks K untuk masing – masing nilai Q seperti diperlihatkan pada Tabel 1.

Tabel 1 Hasil Perhitungan Matriks K

Nilai Q	Nilai K
10 <sup>-6</sup>	0,000044
0,0001	0,000073
0,001	0,000343
0,01	0,00304
0,1	0,02978
1	0,27703
2	0,51920
3	0,7371

### A.3 Penentuan Matriks Non Zero Set Point/Tracking L

Untuk menentukan matriks L digunakan Persamaan *non zero set point/tracking* (16),

$$\mathbf{L} = \sqrt{2,7777 + \mathbf{Q}} \dots\dots\dots(23)$$

Dari Persamaan (23) didapat nilai matriks L untuk masing – masing nilai Q seperti diperlihatkan pada Tabel 2.

Tabel 2 Hasil Perhitungan Matriks L

Nilai Q	Nilai L
10 <sup>-6</sup>	1,666644
0,0001	1,666673
0,001	1,66694
0,01	1,66964
0,1	1,69638
1	1,9436
2	2,18579
3	2,4037

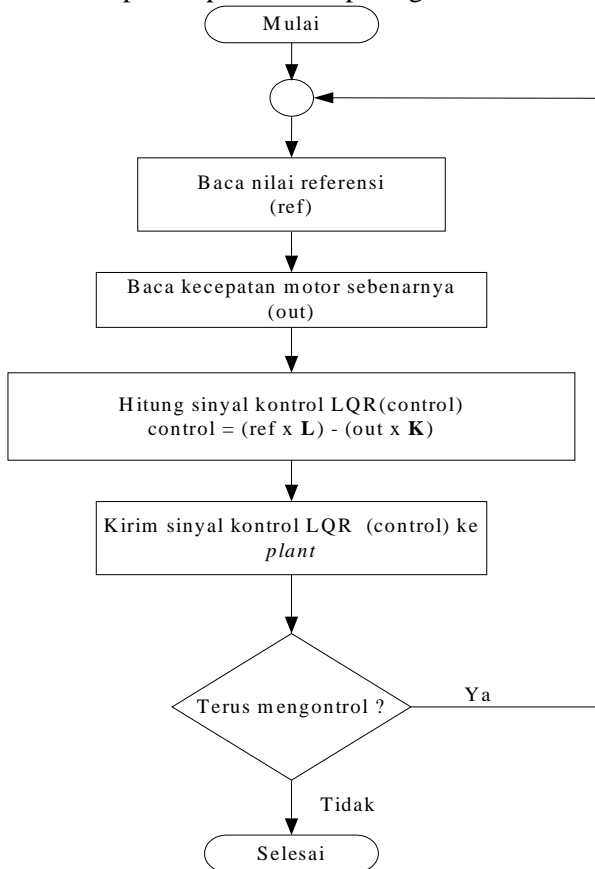
**A.3 Implementasi Teknik Kontrol Optimal Linear Quadratic Regulator (LQR) Pada Komputer**

Berdasarkan Diagram blok Gambar 4 dapat disusun suatu algoritma untuk pengaturan dengan *Linear Quadratic Regulator* (LQR) sebagai berikut:

- 1) Membaca nilai referensi (ref)
- 2) Membaca nilai keluaran kecepatan motor sebenarnya (out)
- 3) Menghitung sinyal kontrol *Linear Quadratic Regulator* (control)  

$$\text{control} = (\text{ref} \times \mathbf{L}) - (\text{out} \times \mathbf{K}) \dots \dots \dots (24)$$
 Nilai **L** dan **K** ditentukan dari perancangan *Linear Quadratic Regulator*.
- 4) Mengirim sinyal kontrol *Linear Quadratic Regulator* ke *plant*
- 5) Kembali ke langkah 1 jika akan terus melakukan pengontrolan

Algoritma diatas dapat disusun dalam bentuk flowchart seperti diperlihatkan pada gambar 6.



Gambar 6 Flowchart Pengendalian Menggunakan Linear Quadratic Regulator (LQR)

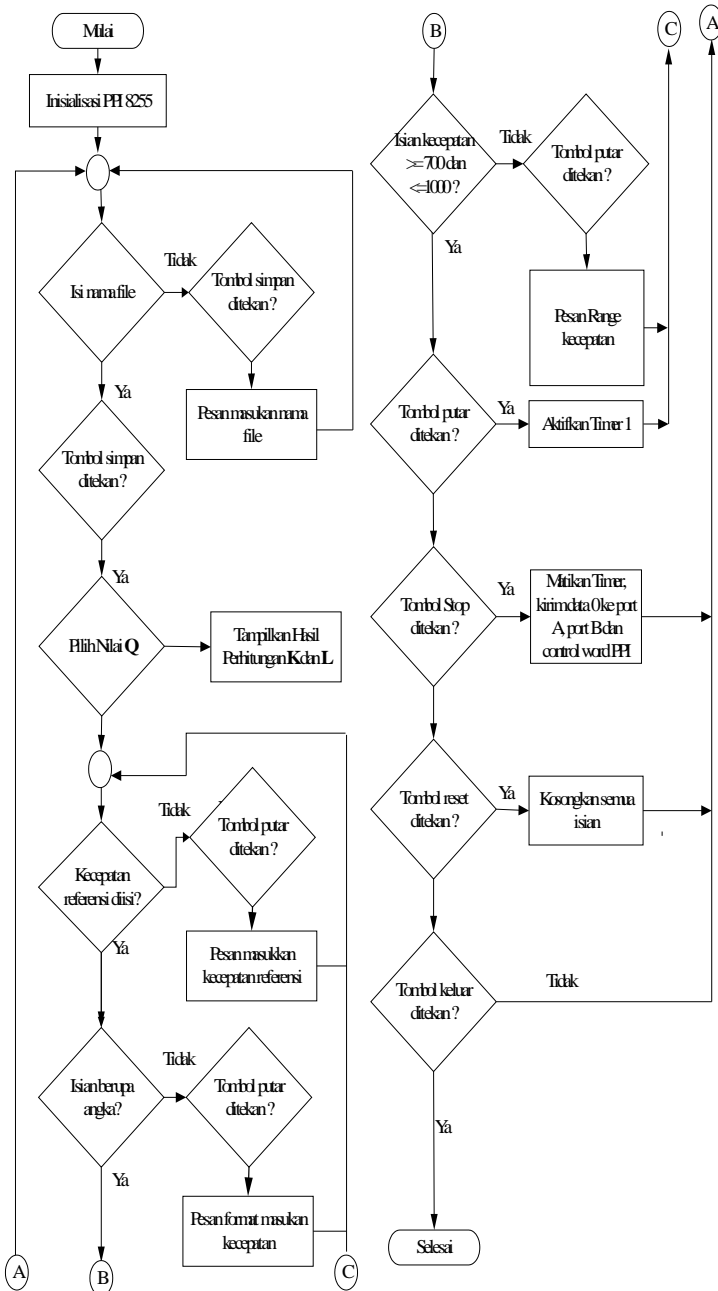
**B. Perancangan Hardware**

Pada diagram blok gambar 4, terlihat bahwa pada Pengaturan Kecepatan Motor dc Secara *Real Time* Menggunakan Teknik Kontrol Optimal *Linear Quadratic Regulator* (LQR) terdapat blok- blok hardware sebagai berikut:

- ✓ Rangkaian DAC yang digunakan untuk mengubah data digital berupa masukan referensi kecepatan motor dari komputer menjadi data analog berupa tegangan.
- ✓ Pengkondisi sinyal I yang berfungsi untuk mengolah sinyal analog dari DAC agar dapat menghasilkan tegangan dan arus yang sesuai dengan putaran motor yang diinginkan.
- ✓ Sensor kecepatan, sensor ini digunakan untuk mengukur kecepatan putar dari motor dc. Keluaran dari sensor berupa frekuensi putaran motor dc. Pada motor dc yang digunakan untuk Tugas Akhir ini sudah terdapat sensor kecepatan yang menyatu dengan bodi motor.
- ✓ Rangkaian F to V yang akan mengkonversi frekuensi *output* yang dihasilkan oleh sensor kecepatan dari motor dc menjadi tegangan.
- ✓ Pengkondisi sinyal II yang akan mengolah sinyal analog dari F to V agar nantinya dapat diolah oleh ADC.
- ✓ Rangkaian ADC yang digunakan untuk mengubah besaran analog dari pengkondisi sinyal II ke data digital sehingga dapat diolah di komputer.

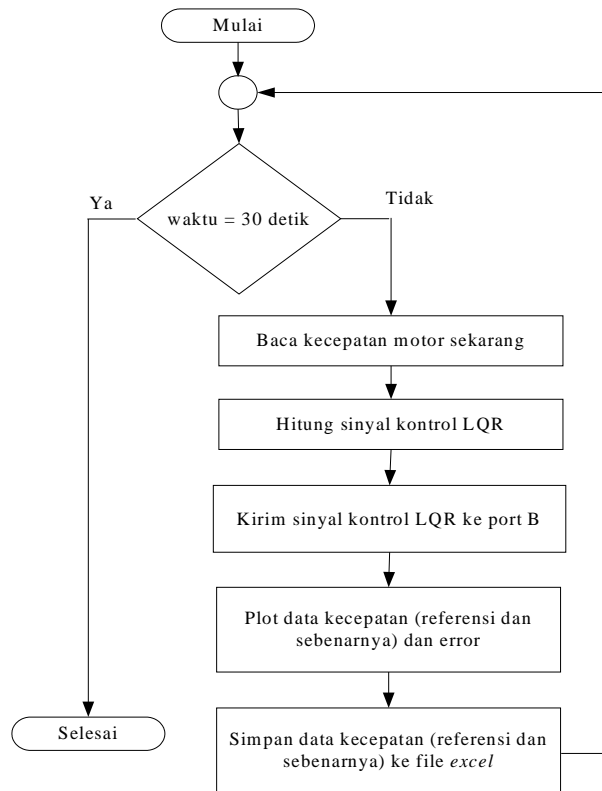
**C. Pembuatan Perangkat Lunak (Software)**

Pada pembuatan perangkat lunak (*software*) bahasa pemrograman yang digunakan adalah bahasa pemrograman Microsoft Visual Basic 6.0. Perangkat lunak ini berfungsi untuk melakukan aksi kontrol secara *lup* tertutup berdasarkan algoritma *Linear Quadratic Regulator* (LQR) (sub bab A.3), serta melakukan monitoring terhadap *plant* motor dc. *Flowchart* program utama Pengaturan Kecepatan Motor dc Secara *Real Time* Menggunakan Teknik Kontrol Optimal *Linear Quadratic Regulator* (LQR) dapat dilihat pada Gambar 7.



Gambar 7 Flowchart Program Utama Pengaturan Kecepatan Motor dc Secara Real Time Menggunakan Linear Quadratic Regulator (LQR)

Pada perangkat pengaturan kecepatan ini, aksi Linear Quadratic Regulator (LQR) yang berupa kecepatan yang harus dicapai oleh plant motor dc dilakukan pada prosedur timer 1. Selain itu, prosedur timer 1 juga berfungsi untuk menampilkan data kecepatan aktual yang dicapai oleh motor dc. Flowchart timer 1 dapat dilihat pada Gambar 8.



Gambar 8. Flowchart Timer 1

#### IV. PENGUJIAN DAN ANALISA

##### A. Sistem Open Loop

Pengujian sistem secara *open loop* (*loop* terbuka) dilakukan dengan tujuan untuk mendapatkan model matematis dari plant yang akan dikontrol. Pengujian ini dilakukan dengan cara memberikan *input step* ke DAC dan mengamati keluaran yang terbaca pada ADC.

Hasil pengujian secara *open loop* dijelaskan pada sub bab identifikasi plant motor dc sub bab Perancangan A.1, dan didapat model matematis dalam fungsi alih sebagai berikut

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{0,60}{0,36s + 1}$$

Konstanta waktu sistem

$$T = 0,36 \text{ detik}$$

Letak pole loop terbuka sistem

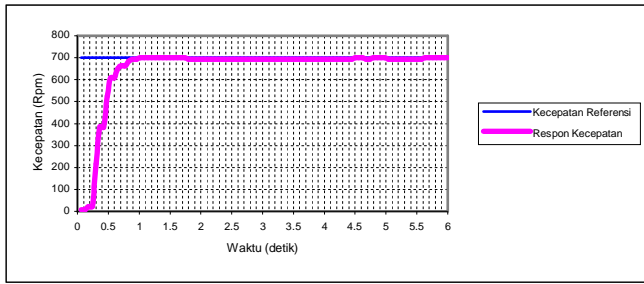
$$s = -2,7778$$

##### B. Sistem Pengaturan Kecepatan Motor dc Secara Real Time Menggunakan Teknik Kontrol Optimal Linear Quadratic Regulator (LQR)

###### B.1 Dengan Variasi Kecepatan

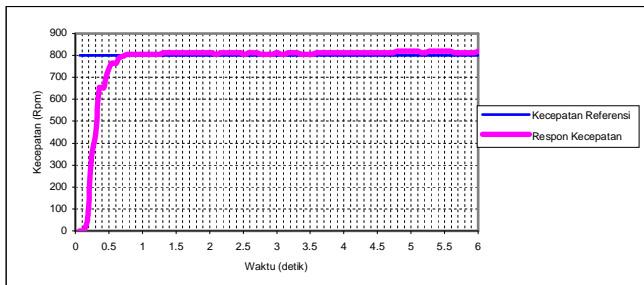
Pengujian ini dilakukan dengan memilih nilai  $Q = 0,01$  untuk semua kecepatan referensi. Dari hasil pengujian sistem dengan variasi kecepatan didapat hasil seperti diperlihatkan pada Gambar 9 sampai 12.

### A. Kecepatan 700 rpm



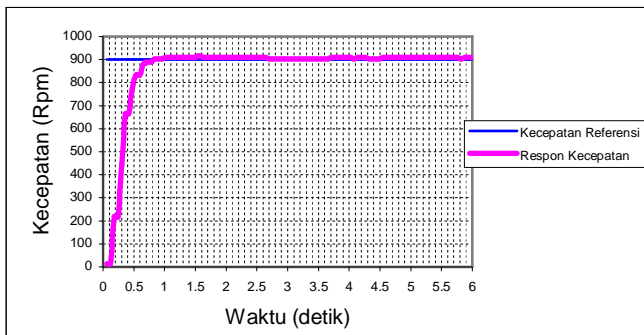
Gambar 9 Grafik respon transien kecepatan motor dc dengan nilai  $Q = 0,01$  dan kecepatan referensi 700 rpm

### B. Kecepatan 800 rpm



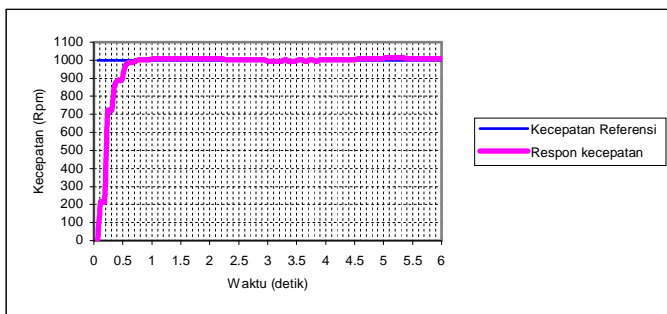
Gambar 10 Grafik respon transien kecepatan motor dc dengan nilai  $Q = 0,01$  dan kecepatan referensi 800 rpm

### C. Kecepatan 900 rpm



Gambar 11 Grafik respon transien kecepatan motor dc dengan nilai  $Q = 0,01$  dan kecepatan referensi 900 rpm

### D. Kecepatan 1000 rpm



Gambar 12 Grafik respon transien kecepatan motor dc dengan nilai  $Q = 0,01$  dan kecepatan referensi 1000 rpm

Berdasarkan grafik – grafik hasil pengujian sistem menggunakan *Linear Quadratic Regulator* (LQR) dengan variasi kecepatan pada Gambar 9

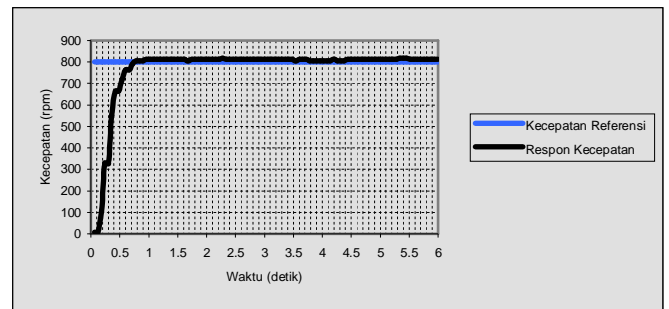
sampai 12 terlihat secara keseluruhan dari hasil pengujian didapat kecepatan *steady state* mendekati kecepatan referensi, dan secara keseluruhan sistem stabil dengan nilai  $Q$  yang dipilih.

Pada pengujian dengan variasi kecepatan pada nilai  $Q = 0,01$  didapat nilai konstanta waktu sistem sama pada semua kecepatan yaitu sekitar  $T = 0,36$  detik. Dengan demikian letak kutub kalang tertutupnya juga sama yaitu pada nilai sekitar  $s = -2,7778$ .

### B.2 Dengan Variasi Nilai $Q$

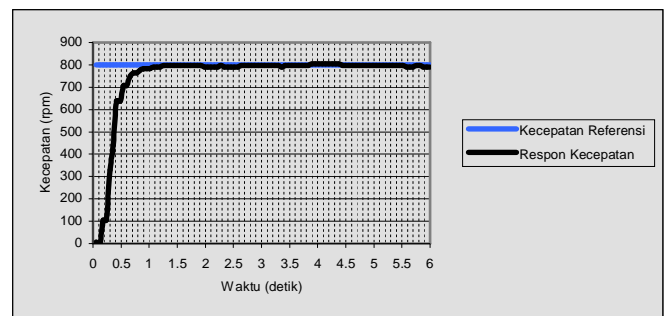
Pengujian ini dilakukan dengan memilih kecepatan 800 rpm untuk semua nilai  $Q$ . Dari hasil pengujian sistem dengan variasi nilai  $Q$  didapat hasil diperlihatkan pada Gambar 13 sampai Gambar 18.

#### A. Nilai $Q = 10^{-6}$



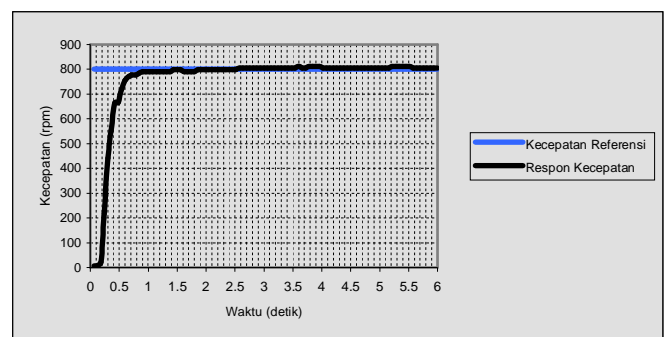
Gambar 13 Grafik respon transien kecepatan motor dc dengan kecepatan referensi 800 rpm dan nilai  $Q = 10^{-6}$

#### B. Nilai $Q = 0,0001$



Gambar 14 Grafik respon transien kecepatan motor dc dengan kecepatan referensi 800 rpm dan nilai  $Q = 0,0001$

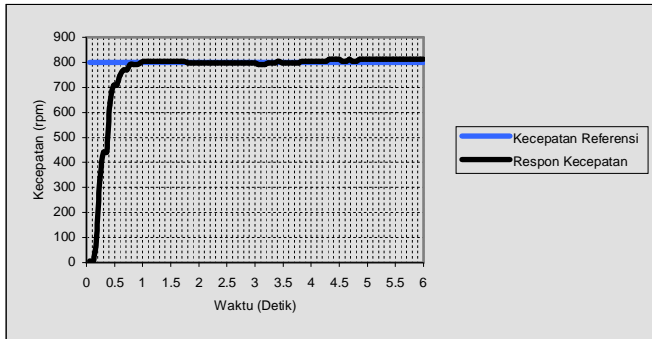
#### C. Nilai $Q = 0,001$



Gambar 15 Grafik respon transien kecepatan motor dc dengan kecepatan referensi 800 rpm dan nilai  $Q = 0,001$

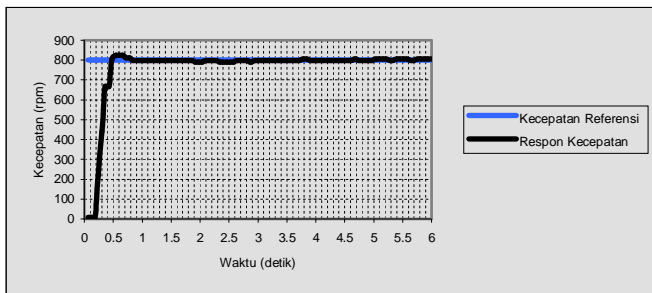


**D. Nilai Q = 0,1**



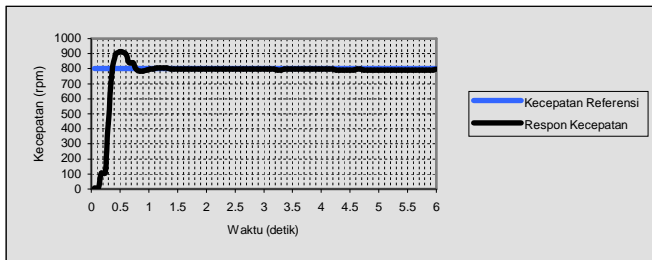
Gambar 16 Grafik respon transien kecepatan motor dc dengan kecepatan referensi 800 rpm dan nilai Q = 0,1

**E. Nilai Q = 1**



Gambar 17 Grafik respon transien kecepatan motor dc dengan kecepatan referensi 800 rpm dan nilai Q = 1

**F. Nilai Q = 2**



Gambar 18 Grafik respon transien kecepatan motor dc dengan kecepatan referensi 800 rpm dan nilai Q = 1

Dari grafik – grafik hasil pengujian sistem dengan *Linear Quadratic Regulator* (LQR) untuk berbagai variasi nilai Q, terlihat bahwa respon transien kecepatan putar motor berbeda untuk nilai Q yang berbeda. Dengan respon transien yang berbeda, berarti berbeda pula konstanta waktu serta letak dari *pole loop* tertutup sistem. Dari grafik hasil pengujian Gambar 13 – Gambar 18 didapat nilai – nilai konstanta waktu pada tiap nilai Q dari sistem. Dengan demikian letak *pole loop* tertutupnya dapat juga diketahui dari konstanta waktu sistem tersebut.

Sebagai contoh untuk  $Q = [10^{-6}]$

$$0,36s + 1 = 0$$

$$s = -2,7778$$

*Pole loop* tertutup sistem dengan teknik kontrol optimal *Linear Quadratic Regulator* (LQR) ditunjukkan pada Persamaan (25).

$$|sI - (A - BK)| = 0 \dots \dots \dots (25)$$

Dari identifikasi sistem Pengaturan Kecepatan Motor DC Menggunakan *Linear Quadratic Regulator* (LQR) didapat persamaan *state space* sistem *open loop*:

$$A = [-2,7778]$$

$$B = [1,6667]$$

Dari nilai K pada Persamaan (13) serta dari persamaan *state space* sistem maka letak *pole loop* tertutup sistem dapat ditentukan dari Persamaan (25).

Dengan demikian *pole loop* tertutupnya:

$$s = -(\sqrt{7,7161 + 2,7779Q}) \dots \dots \dots (26)$$

konstanta waktu *loop* tertutupnya :

$$T = \frac{1}{-(\sqrt{7,7161 + 2,7779Q})} \dots \dots \dots (27)$$

Untuk  $Q = [10^{-6}]$

$$s = -2,7778$$

$$T = 0,36$$

Dengan cara yang sama sesuai Persamaan (25), (26) dan (27) didapat nilai *pole* sistem *loop* tertutup untuk tiap nilai Q dari hasil pengujian dan secara teori seperti diperlihatkan pada Tabel 3.

Tabel 3 Nilai Konstanta Waktu Serta *Pole Loop* Tertutup Sistem

Nilai Q	Nilai K	Nilai L	Konstanta Waktu sistem		Kutub kalang tertutup sistem	
			Pengujian	Teori	Pengujian	Teori
$[10^{-6}]$	[0,000044]	[1,666644]	0,36	0,3599	-2,7778	-2,7778
[0,0001]	[0,000073]	[1,666673]	0,36	0,3599	-2,7778	-2,7778
[0,001]	[0,000343]	[1,66694]	0,36	0,3599	-2,7778	-2,7783
[0,01]	[0,00304]	[1,66964]	0,36	0,3594	-2,7778	-2,7828
[0,1]	[0,02978]	[1,69638]	0,36	0,3534	-2,7778	-2,8273
[1]	[0,27703]	[1,9436]	0,30	0,3086	-3,3333	-3,2394
[2]	[0,51920]	[2,18579]	0,24	0,2744	-4,1667	-3,6431

Dari Tabel 3 terlihat nilai konstanta waktu sistem serta letak *pole loop* tertutup antara perhitungan dari hasil pengujian hampir sama, meskipun pada beberapa nilai Q ada perbedaan, tetapi tidak terlalu mencolok. Adanya perbedaan hasil disebabkan pada perhitungan dari data pengujian dilakukan secara pendekatan, seperti misalnya pada data dengan nilai Q = 0,1, nilai kecepatan pada  $t = T$  adalah sekitar 566,27 Rpm dan kecepatan ini dicapai pada waktu antara 0,36 dan 0,42 detik. Pada waktu 0,36 detik kecepatan motor mencapai 553 rpm, sedangkan pada waktu 0,42 detik kecepatan motor mencapai 721 Rpm. Karena nilai 566,27 lebih mendekati nilai 553 pada waktu 0,36, maka nilai T adalah sebesar 0,36. Selain itu karena

waktu sampling yang dipakai terlalu besar sehingga kurang bisa memonitor secara teliti setiap perubahan kecepatan yang terjadi pada saat respon transien kecepatan terjadi. Waktu sampling yang dipilih sekitar 60 milidetik yang merupakan waktu terkecil dari *timer* Visual Basic 6 pada komputer yang dipakai pada Tugas Akhir ini.

Meskipun terdapat perbedaan pada nilai konstanta waktu serta letak *pole loop* tertutup sistem hasil perhitungan dari pengujian maupun teori pada beberapa nilai **Q**, tetapi secara umum menunjukkan hal yang sama yaitu dengan semakin besarnya nilai **Q** akan memperkecil nilai konstanta waktu dan letak *pole loop* tertutup sistem semakin menuju ke  $-\infty$  (semakin negatif).

Dari Tabel 3 juga terlihat jika nilai **Q** mendekati nol, nilai konstanta waktu serta nilai *pole* sistem *loop* tertutup sistem mendekati konstanta waktu dan nilai *pole* sistem *loop* terbuka sistem. Sesuai dengan Persamaan (13) dan (25).

Untuk  $Q \approx 0$

$$K = [-1,6666 + \sqrt{2,7777 + 0}]$$

$$K = [-1,6666 + 1,6666]$$

$$K = [0]$$

$$|sI - (A - BK)| = 0$$

$$|sI - (A - (B \times 0))| = 0$$

$$|sI - A| = 0 \dots \dots \dots (28)$$

Persamaan (28) sama dengan Persamaan (7) yang menyatakan letak *pole loop* terbuka sistem. Kemudian konstanta waktu sistem tersebut dinyatakan oleh

$$Ts + 1 = 0$$

$$TA + 1 = 0$$

$$T = -\frac{1}{A}$$

atau

$$A = \left[-\frac{1}{T}\right] \dots \dots \dots (29)$$

Nilai **A** pada Persamaan (29) identik dengan nilai **A** pada Persamaan (6) yang merupakan nilai parameter untuk sistem *loop* terbuka sistem.

## V. PENUTUP

### A. Kesimpulan

Dari hasil pengujian dan analisis sistem “Pengaturan Kecepatan Putar Motor DC Secara *Real Time* Menggunakan Teknik Kontrol *Optimal Linear Quadratic Regulator* (LQR)” dapat ditarik beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Pada hasil pengujian dengan variasi kecepatan putar antara 700 – 1000 rpm dengan nilai **Q** yang sama yaitu 0,01, didapat nilai konstanta waktu sistem  $T = 0,36$  detik dan nilai kutub

kalang tertutup sistem  $s = -2,7778$  untuk semua kecepatan.

2. Pada hasil pengujian dengan variasi nilai **Q** pada kecepatan tetap (800 rpm), didapat hasil sebagai berikut.
  - a. Untuk nilai **Q** mendekati nol ( $10^{-6} - 0,1$ ) didapat nilai  $T = 0,36$  detik dan nilai  $s = -2,7778$ . Nilai  $T$  serta  $s$  pada nilai **Q** ini mendekati nilai  $T$  serta  $s$  kalang terbuka sistem.
  - b. Untuk nilai **Q** = 2 didapat nilai  $T = 0,24$  detik, sedangkan nilai  $s = -4,1667$ .

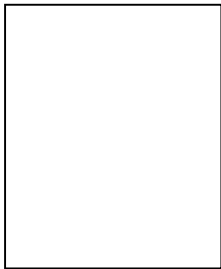
### B. Saran

Sebagai pengembangan dari tugas akhir ini dapat dilakukan penambahan *adaptive controller* sehingga proses identifikasi *plant* motor dc dapat dilakukan dengan lebih akurat karena identifikasi dilakukan secara terus menerus saat sistem sedang berjalan.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Anderson, Brian D.O dan Moore, John. *Optimal Control Linear Quadratic Methods*. Prentice Hall International, Inc. 1989.
- [2] Halvorson, Michael. *Microsoft Visual Basic 6.0 Profesional Step by Step*. PT Gramedia .Jakarta.2001
- [3] Kurniadi, Adi. *Pemrograman Microsoft Visual Basic 6*. PT Elex Media Komputindo. Jakarta. 2000
- [4] Link, Wolfgang. *Pengukuran, Pengendalian dan Pengaturan Dengan PC*. Elex Media Komputindo, Jakarta, 1993
- [5] Malvino, Albert Paul. *Prinsip – Prinsip Elektronika*. Jilid I. Erlangga. Jakarta. 1996.
- [6] Malvino, Albert Paul. *Elektronika Komputer Digital Pengantar Mikrokomputer*. Edisi Kedua. Diterjemahkan oleh Tjia May On, Ph.D. Erlangga. Jakarta. 1996.
- [7] Ogata, Katsuhiko. *Teknik Kontrol Otomatik*. Jilid 1. Edisi Keempat. Erlangga. Jakarta, 1991
- [8] Ogata, Katsuhiko. *Teknik Kontrol Otomatik*. Jilid 2. Edisi Ketiga. Erlangga. Jakarta, 1993
- [9] Ogata, Katsuhiko. *Designing Linear Control Systems With Matlab*. Prentice-Hall, New Jersey, 1994
- [10] Putra, Agfianto Eko. *Teknik Antarmuka Komputer : Konsep Dan Aplikasi*. Edisi pertama. Graha Ilmu. Yogyakarta. 2002

- [11] Sedra, Adel S. dan Smith, Kenneth C..  
*Rangkaian Mikroelektronik.* Jilid I.  
Erlangga. Jakarta. 1990
- [12] Setiawan, Iwan. *Penentuan Matriks Pembobot Q Pada Teori Kontrol Optimal Suatu Studi Kasus Sistem Mekanis.* Jurusan Teknik Elektro Fakultas Teknik Universitas Gajah Mada Yogyakarta, 1998
- [13] Sutadi, Dwi. *I/O Bus & Motherboard.* Andi Offset. Yogyakarta. 2003.



**ARIEF BASUKI** lahir di Banyumas, 16 Maret 1981. Lulus dari SMU Negeri 1 Purwokerto pada tahun 1999 dan melanjutkan kuliah di Jurusan Teknik Elektro Universitas Diponegoro dengan konsentrasi kontrol.  
E-mail: arief\_basic@lycos.com

Mengetahui/Mengesahkan

Pembimbing I

Pembimbing II

Pembimbing I

Pembimbing II

**Sumardi, ST, MT**  
**NIP. 132 125 670**

**Iwan Setiawan, ST, MT**  
**NIP. 132 283 183**

**Aris Triwiyanto**  
**NIP. 132 283 183**