TEOREMA BURNSIDE DAN POLYA UNTUK MENENTUKAN POLA PEWARNAAN GRUP PERMUTASI

Disusun Oleh :

Nur Cholilah

J2A 003 040

Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat

Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Program Strata Satu (S1)

Pada Jurusan Matematika Program Studi Statistika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS DIPONEGORO

SEMARANG

2010

HALAMAN PENGESAHAN

Judul : Teorema Burnside dan Polya Untuk Menentukan Pola Pewarnaan Grup Permutasi

Nama : Nur Cholilah

Nim : J2A 003 040

Telah diujikan pada sidang Tugas Akhir tanggal 27 September 2010 dan dinyatakan **lulus** pada tanggal November 2010

Semarang, November 2010
Panitia Penguji Tugas Akhir
Ketua

Suryoto, S.Si, M.Si
1968 07 14 1994 03 1 004

Mengetahui
Ketua Jurusan Matematika
FMIPA UNDIP

Dr. Widowati, S.Si, M.Si
NIP. 1969 02 14 1994 03 2 002

Mengetahui
Ketua Program Studi Matematika
Jurusan Matematika FMIPA UNDIP

Bambang Irawanto, S.Si, M.Si
NIP. 1967 07 29 1994 03 1 001

HALAMAN PENGESAHAN

Judul : Teorema Burnside dan Polya Untuk Menentukan Pola Pewarnaan Grup Permutasi

Nama : Nur Cholilah

Nim : J2A 003 040

Telah diujikan pada sidang Tugas Akhir tanggal 27 September 2010

Semarang, November 2010

Pembimbing Utama	Pembimbing Anggota
Bambang Irawanto, S.Si, M.Si	**Lucia Ratnasari, S.Si, M.Si**
NIP. 1967 07 29 1994 03 1 001	**NIP1971 06 27 1998 02 2 001**

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT atas limpahan berkah dan rahmatNya yang telah diberikan kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul **"Teorema Burnside dan Polya Untuk Menentukan Pola Pewarnaan Grup Permutasi"** dengan segala kelebihan dan kekurangan.

Tugas Akhir ini disusun sebagai salah satu syarat untuk menyelesaikan Studi Akhir Program Strata I di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Diponegoro, Semarang. Penulis menyadari bahwa selama proses penyusunan sampai pada tahap penyelesaian Tugas Akhir ini banyak pihak telah membantu. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih kepada :

1. Ibu Dr. Widowati.S.Si selaku Ketua Jurusan Matematika, Fakultas matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Diponegoro Semarang.
2. Bapak Bambang Irawanto, S.Si,M.Si selaku Pembimbing I yang telah membimbing dan memberikan pengarahan selama penyusunan tugas akhir ini.
3. Ibu Lucia Ratnasari S.Si, M.Si selaku pembimbing II yang juga telah membimbing dan memberikan pengarahan selama penyusunan tugas akhir ini.
4. Bapak Drs. Kartono, M.Si selaku dosen wali yang dengan sabar memberikan masukan dan ilmunya selama penulis belajar di bangku kuliah.
5. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu yang membantu hingga terselesaikannya tugas akhir ini.

Penulis menyadari bahwa tugas akhir ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu kritik dan saran yang bersifat membangun sangat penulis harapkan. Semoga tugas akhir ini dapat memberikan mamfaat bagi semua pihak.

Semarang,   September 2010

ABSTRAK

Grup adalah struktur aljabar yang terdiri dari satu operasi biner yang memenuhi beberapa aksioma. Permutasi pada himpunan *A* merupakan fungsi bijektif $\phi : A \to A$. Jika *G* adalah grup permutasi hingga dan *A* adalah ***G-Set*** yang hingga dan A_g merupakan titik tetap. Maka banyaknya orbit *A* pada *G* dapat dihitung dengan mencari titik yang tidak berubah pada saat dipermutasikan dan membagi dengan banyaknya perrnutasi.

Misal $A = (a_1, a_2, ..., a_n)$, $Y = (y_1, y_2, ..., y_n)$ dan *G* adalah grup permutasi dengan elemen – elemen permutasinya merupakan elemen dalam *A*. Jika θ merupakan pemetaan dari *A* ke *Y* maka pemetaan tersebut menghasilkan kelas – kelas ekuivalensi yang diperoleh menurut permutasi - permutasi dalam *G*. Kelas permutasi ini selanjutnya disebut pola dari *G*. Banyaknya pola hasil pemetaan θ tersebut dapat dihitung dengan menurunkan menurunkan indeks sikel dari grup permutasi. Pola pewarnaan grup permutasi dapat dilakukan dengan mengganti indeks sikel dengan warna – warna yang diberikan.

Kata kunci : Grup Permutasi, Aksi Grup, Indeks Sikel, Teorema Burnside, Teorema Polya

ABSTRACT

The group is the structur algebraic consisting of a single binary operation that satisfy axioms. Permutations on a set A is a bijektif function $\phi : \mathrm{A} \rightarrow \mathrm{A}$*. If G is a finite permutation group and the set A are finite G-sets and* A_g *is a fixed point. Then the number of orbits of A on G can be calculated by finding a point that does not change during in the permutations and divide by the number of permutations. Example A =* $(a_1, a_2, ..., a_n)$ *, Y =* $(\mathrm{y}_1, \mathrm{y}_2, ..., \mathrm{y}_\mathrm{n})$ *and G is the group of permutations with elements permutations an element in A. If* θ *is a mapping from A to Y , the mapping generates equivalence classes obtained by permutations in G. that is a permutations class and than the permutations class to form a patteren of G. The number of patternf from* θ *results can be computed by decreasing cycle index and the group of permutations. The patternof permutations group can be done by replacing the index cycle with the colors given*

Keywords: Permutation Group, Action Group, Index Cycle, Burnside's Theorem, Polya's Theorem

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR SIMBOL

Z	: Himpunan bilangan bulat
Q	: Himpunan bilangan rasional
$\in$	: Elemen
S_n	: Himpunan semua permutasi tingkat n
G_a	:Stabilizer a pada G
$Z(G)$	: Indek sikel
$\forall$	: Untuk setiap
$\exists$	: Terdapat
э	: Sedemikian sehingga
$\neq$	: Tidak sama dengan
(a,b)	: Himpunan pasangan berurut
Ǿ	: Himpunan kosong
$f : A \rightarrow B$	: Fungsi/pemetaan dari *A* ke *B*
$\|G\|$	: Banyaknya permutasi
σ	: Permutasi pada himpunan
$\sum_i$	: Penjumlahan i elemen
$\prod_i$	: Pergandaan i elemen
$(G,\bullet)$	: Grup *G* dengan operasi biner $\bullet$

$W(\theta)$: Bobot fungsi $\theta : X \to Y$

$\omega(\theta)$: Bobot fingsi θ

$\blacksquare$: Pembuktian selesai

DAFTAR PUSTAKA

[1] Anonim. *Burnside's Lemma*. http://en.wikipedia.org/wiki/Burnside's_lemma. Diakses pada tanggal 10 Mei 2010.

[2] Anonim. *Pólya Enumeration Theorem*. http://en.wikipedia.org/wiki/Pólya_enumeration theorem. Diakses pada tanggal 2 April 2010.

[3] Isnarto, S. Pd, M. Si. 2008. *Pengantar Struktur Aljabar 1*. Universitas Negri Semarang: Semarang.

[4] Shruya, A. 2002. *How to count – an exposition of Polya's Theory of Enumeration*. http://www.ukdw.ac.id. Diakses pada tanggal 10 mei 2010.

[5] Stephen, F & Thomas, W. 2009. *Abstract Algebra Theory and Applications*. Austin : Stat University.