

**PENDETEKSIAN LONCATAN DAN PUNCAK TAJAM
DENGAN METODE WAVELET**



SKRIPSI

Oleh :

Dwi Septian Nurdina

NIM. J2A 604 014

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG**

2010

ABSTRAK

Plot dari data regresi kadang terlihat mengalami kenaikan dan penurunan yang sangat signifikan di posisi tertentu pada variabel penjelasnya. Pada data tersebut dapat terdeteksi adanya kemungkinan loncatan pada satu titik atau lebih. Titik pemisah antara dua segmen garis dinamakan posisi loncatan (jump). Salah satu metode untuk mendeteksi adanya loncatan dan puncak tajam adalah dengan metode wavelet yaitu dengan melihat transformasi wavelet diskret/koefisien wavelet. Jika maksimum absolut koefisien wavelet dari suatu level resolusi ada yang melebihi nilai ambang (threshold), maka menunjukkan adanya loncatan dan puncak tajam.

ABSTRACT

Plot of the regression data are often seen experience decreasing or increasing significantly in a certain position on explanatory variable(s). It can be detected having one or more jump point(s). The change point, which separates two segments line, is called a jump point. One method to detect jump and sharp cusp of wavelet method is by looking at the discrete wavelet transform/wavelet coefficients. If the maximum absolute wavelet coefficients of an existing level of resolution are exceeds the threshold value, then indicate of jump and sharp cusp.

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PENGESAHAN I.....	ii
HALAMAN PENGESAHAN II	iii
KATA PENGANTAR	iv
ABSTRAK	vi
ABSTRACT	vii
DAFTAR ISI.....	viii
DAFTAR GAMBAR.....	x
DAFTAR LAMPIRAN.....	xii
DAFTAR SIMBOL	xiv
BAB I PENDAHULUAN	
1.1. Latar Belakang	1
1.2. Rumusan Masalah	3
1.3. Tujuan Penulisan	3
1.4. Sistematika Penulisan	3
BAB II DASAR TEORI	
2.1. Ruang Vektor	4
2.2. Ruang Hilbert	6
2.3. Estimator Deret Fourier	7
2.4. Fungsi Wavelet.....	11
2.5. Analisis Multiresolusi.....	19
2.6. Transformasi Wavelet	24

2.6.1	Transformasi Wavelet Kontinyu	25
2.6.2.	Transformasi Wavelet Diskret	25
BAB III PENDETEKSIAN LONCATAN DAN PUNCAK TAJAM DENGAN METODE WAVELET		
3.1.	Penentuan Estimator Fungsi Regresi dengan Metode Wavelet Linier	31
3.1.1.	Sifat Estimator dari Koefisien Wavelet.....	34
3.1.2.	Contoh Penerapan pada Sebuah Fungsi	35
3.2.	Penentuan Estimator Fungsi Regresi dengan Metode Wavelet Thresholding	37
3.2.1.	Langkah-langkah Thresholding	39
3.3.	Pendeteksian Loncatan dan Titik/Puncak Tajam dengan Metode Wavelet	45
3.4.	Contoh Simulasi pada Sebuah Fungsi Mulus	47
3.4.1.	Fungsi Mulus tanpa Error	49
3.4.2.	Fungsi Mulus menggunakan Error	52
3.5.	Contoh Penerapan dalam Suatu Fungsi	55
3.5.1.	Pendeteksian Loncatan dalam Suatu Fungsi tanpa Error	59
3.5.2.	Pendeteksian Loncatan dalam Suatu Fungsi menggunakan Error	61
3.6.	Contoh Penerapan pada Data	64
BAB IV	KESIMPULAN	70
	DAFTAR PUSTAKA	71
	LAMPIRAN	72

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Sebelum wavelet berkembang, para ilmuwan menggunakan deret dan transformasi Fourier untuk menganalisa kelakuan fungsi gelombang. Contoh di dunia nyata antara lain dalam menganalisa gelombang bunyi, elektromagnetik dan lain-lain. Gelombang tersebut umumnya bukan gelombang periodik sederhana tetapi gelombang-gelombang lokal sehingga tidak mudah didekati dengan deret Fourier, jika bisa didekati diperlukan banyak koefisien Fourier sehingga tidak efektif. Oleh karena itu, metode wavelet yang lebih efektif dari deret Fourier karena basis dalam wavelet ditentukan oleh letak dan skalanya sehingga mampu menangani masalah-masalah lokal yang tidak dapat dilakukan oleh Fourier (Suparti, 2005) .

Wavelet merupakan fungsi matematika yang mempunyai sifat-sifat tertentu diantaranya berosilasi sekitar titik nol, terlokalisasi dalam domain waktu dan frekuensi serta membentuk basis ortonormal dalam $L^2(\mathbb{R})$ (Bruce dan Gao, 1996). Representasi fungsi dalam deret wavelet merupakan generalisasi dari representasi fungsi dalam deret Fourier yang mempunyai basis ortonormal terdiri dari fungsi konstan, sinus dan cosinus. Wavelet terlokalisasi dalam domain waktu yang artinya pada saat nilai domain relatif besar, fungsi wavelet berharga nol sehingga representasi fungsi dengan wavelet lebih efisien dari representasi deret Fourier. Hal ini dikarenakan banyaknya koefisien wavelet yang tidak nol dalam rekonstruksi fungsi

dengan wavelet relatif lebih sedikit dibandingkan dengan banyaknya koefisien fourier yang tidak nol dalam rekonstruksi fungsi pada level resolusi yang sama (Hapsari, 2007).

Salah satu aplikasi wavelet dalam statistika yaitu untuk mendeteksi adanya loncatan dan puncak tajam dalam fungsi. Pada basis wavelet memberikan derajat lokalisasi ruang maupun frekuensi yang memungkinkan signal dekomposisi ditunjang lengkap menjadi komponen bergerak. Koefisien yang menghubungkan dengan beberapa komponen itu disebut koefisien wavelet atau transform wavelet. Sifat dari koefisien wavelet baik sekali untuk menggambarkan daerah yang beraturan dari fungsi asli, ketika koefisien wavelet menjadi besar maka fungsi tersebut menjadi fungsi yang tidak beraturan dan ketika koefisien wavelet kecil maka fungsi adalah pemulus. Sifat ini sangat berguna untuk mendeteksi diskontinuitas atau berubah tajam (Marc and Nader, 2004). Untuk menguji adanya loncatan dan puncak tajam yang terdapat dalam Wang (1995) berdasarkan optimasi dari nilai absolut pada koefisien wavelet.

Basis ortonormal yang support kompak dalam wavelet telah digunakan untuk mengestimasi fungsi. Teori dari wavelet memperbolehkan dekomposisi/penguraian dari fungsi menjadi komponen terlokal yang tak menentu (bergerak kesana kemari). Ini merupakan alat yang baik untuk mempelajari perubahan terlokal seperti loncatan dan puncak tajam pada satu dimensi maupun beberapa dimensi. Tidak sama dengan metode pemulus tradisional berdasarkan ruang skala tetap, metode wavelet merupakan suatu pendekatan multiresolusi dan memiliki penyesuaian lokal. Dalam

tugas akhir ini, hanya mempertimbangkan pendeteksian loncatan dan puncak yang tajam dalam satu dimensi (Wang, 1995).

1.2 Rumusan Masalah

Permasalahan yang diangkat dalam tugas akhir ini adalah mendeteksi adanya loncatan dan puncak tajam dengan wavelet.

1.3 Tujuan Penulisan

Tujuan yang ingin dicapai adalah melihat adanya loncatan dan puncak tajam dari suatu fungsi dengan wavelet.

1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan tugas akhir ini adalah sebagai berikut: Bab I merupakan pendahuluan yang berisi latar belakang, rumusan masalah, tujuan penulisan dan sistematika penulisan. Bab II berisi dasar teori yang menguraikan materi yang diperlukan sebagai pendukung untuk memperjelas pemahaman pada bagian inti yaitu ruang vektor, ruang Hilbert, estimator deret Fourier, fungsi wavelet, analisis multiresolusi, transformasi wavelet. Bab III yaitu pendeteksian loncatan dengan wavelet memuat estimasi fungsi regresi dalam wavelet linier, estimasi wavelet thresholding, pendeteksian loncatan dan puncak tajam dengan wavelet. Kemudian akan dilakukan pembahasan melalui contoh terhadap suatu data observasi untuk mendeteksi loncatan dan puncak tajam dengan wavelet. Bab IV merupakan penutup berisi kesimpulan.