

Nama : M. Edwin Agus Saputra
NIM : J2A 006 033
Jurusan : Matematika
Judul Indonesia : Indeks Kesiklikan Matriks Boole atas Aljabar Max-Plus dengan Pendekatan Digraf *Precedence*
Judul Inggris : Cyclical Index of Boolean Matrix Over Max-Plus Algebra by Digraph Precedence Approach

ABSTRAK

Suatu matriks boole atas aljabar max-plus adalah suatu matriks di mana entri-entri-nya merupakan unsur-unsur suatu aljabar boole yang dilengkapi dengan operasi maksimum dan plus atau penjumlahan. Berawal dari matriks boole ini dapat ditentukan suatu digraf yang disebut digraf *precedence*. Dengan memanfaatkan digraf *precedence* yang bersesuaian dengan matriks boole dapat ditentukan indeks kesiklikan dari matriks boole tersebut.

Kata kunci : aljabar max-plus, digraf *precedence*, aljabar boole, indeks kesiklikan.

ABSTRACT

A boolean matrix over the max-plus algebra is a matrix which all entries are elements of a boolean algebra with two operations : maximum and plus. From this matrix we can determine a digraph called a precedence digraph. By considering the precedence digraph corresponding to boolean matrix we can determine cyclical index of this matrix.

Keywords : max-plus algebra, precedence digraph, boolean algebra, cyclical index.

Semarang, September 2010

Dosen Pembimbing I

Dosen Pembimbing II

Suryoto, S.Si, M.Si
NIP.19680714 1994 03 1 004

Drs. Djuwandi, SU
NIP.19520807 1980 03 1 003

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Aljabar max-plus yang dinotasikan dengan $R_{\max} = (R_{\varepsilon}, \oplus, \otimes)$ merupakan suatu struktur aljabar yang memenuhi aksioma-aksioma tertentu, dengan \oplus sebagai notasi maksimum yang menggantikan operasi penjumlahan biasa dan \otimes adalah notasi penjumlahan yang menggantikan operasi pergandaan biasa.

Didefinisikan $B = \{0, \varepsilon\}$. Jika B dilengkapi dengan dua biner operasi \oplus dan \otimes dan operasi uner ' maka B merupakan aljabar boole atas aljabar max-plus. Selanjutnya jika suatu matriks yang entri-entrinya merupakan elemen dari B dan dilengkapi dengan operasi \oplus dan \otimes maka matriks tersebut merupakan matriks atas aljabar max-plus.

Matriks Boole atas aljabar max-plus ini memiliki sifat yang unik, yaitu sifat di mana jika matriks tersebut dipangkatkan dengan bilangan bulat positif secara beruntutan, maka akan dicapai suatu matriks periodik atau matriks stasioner pada nilai k tertentu dengan k adalah bilangan bulat positif. Hal ini dipengaruhi oleh indeks kesiklikan yang dimiliki oleh digraf *precedence* yang bersesuaian dengan matriks boole atas aljabar max-plus tersebut sebagaimana sebelumnya pernah dibahas oleh B. De Schutter dan B. De Moor.

1.2 Permasalahan

Permasalahan yang diangkat dalam tugas akhir ini adalah membahas indeks kesiklikan dari suatu matriks boole atas aljabar max-plus di mana indeks kesiklikan matriks tersebut adalah nol, satu, dan lebih dari satu serta bagaimana menentukan nilai minimum k sedemikian sehingga $A^{\otimes^{k+c}} = A^{\otimes^k}$ dimana A adalah suatu matriks boole atas aljabar max-plus.

1.3 Pembatasan Masalah

Dalam penulisan tugas akhir ini hanya akan dibahas mengenai kesiklikan dari matriks boole biner atas aljabar max-plus yaitu di mana :

1. kondisi di mana indeks kesiklikan sama dengan 0
2. kondisi di mana indeks kesiklikan sama dengan 1
3. dan kondisi di mana indeks kesiklikan lebih besar dari 1

1.4 Tujuan Penulisan

Penulisan tugas akhir ini bertujuan untuk :

1. Menentukan nilai $k \in N$ sedemikian sehingga $A^{\otimes^{k+c}} = A^{\otimes^k}$,
2. Menyelidiki perilaku dari suatu matriks boole atas aljabar max-plus jika indeks kesiklikan dari matriks tersebut adalah nol,
3. Menyelidiki perilaku dari suatu matriks boole atas aljabar max-plus jika indeks kesiklikan dari matriks tersebut adalah satu,
4. Menyelidiki perilaku dari suatu matriks boole atas aljabar max-plus jika indeks kesiklikan dari matriks tersebut adalah lebih dari satu,

5. Mengetahui hubungan antara nilai eigen suatu matriks persegi yang tak tereduksi atas aljabar max-plus dan hubungannya dengan indeks kesiklikan suatu digraf *precedence*.

1.5 Sistematika Penulisan

Tugas akhir ini terdiri dari 4 bab dan beberapa sub-bab, Bab I Pendahuluan yang berisi latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penulisan dan sistematika penulisan. Pada Bab II diberikan dasar teori yang perlu diketahui dan akan digunakan untuk pembahasan selanjutnya. Bab tersebut berisi tentang aljabar max-plus, matriks atas aljabar max-plus, aljabar boole atas aljabar max-plus, dan teori graf. Selanjutnya dalam Bab III membahas indeks kesiklikan dari matriks boole atas aljabar max-plus dengan meninjau perilaku kesiklikan dari digraf *precedence* suatu matriks boole atas aljabar max-plus. Sedangkan pada Bab IV berisi tentang kesimpulan dari pembahasan pada bab-bab sebelumnya dan saran tentang permasalahan selanjutnya yang dapat dipelajari.