DIKTAT KULIAH

STATISTIKA

PROGRAM STUDI D-3 MANAJEMEN USAHA TERNAK

Oleh

Maulana Hamonangan Nasoetion, S.Pt., M.P.

**LABORATORIUM BIOMETRIKA
JURUSAN NUTRISI DAN MAKANAN TERNAK
FAKULTAS PETERNAKAN UNIVERSITAS
DIPONEGORO**

2003

DAFTAR ISI

BAB I
HIMPUNAN

Tujuan Instruksional Umum

Setelah mempelajari bab ini mahasiswa dapat memahami tentang himpunan dan operasinya serta memahami sistem bilangan real.

Tujuan Instruksional Khusus

Setelah mempelajari bab ini mahasiswa dapat:

1. Mendeskripsikan dan mengidentifikasi suatu himpunan.
2. Menyajikan dan membandingkan suatu/ dua himpunan.
3. Menunjukkan hasil operasi beberapa himpunan.
4. Mendeskripsikan sistem bilangan real.
5. Menggunakan sifat-sifat dan teorema-teorema tentang ketidaksamaan dan nilai mutlak bilangan real.
6. Mencari himpunan penyelesaian suatu pertidaksamaan.

Uraian dan Contoh

1.1. HIMPUNAN, HIMPUNAN BAGIAN & HIMPUNAN KOSONG

1.1.1. HIMPUNAN

Konsep dasar semua cabang matematika adalah himpunan.
Himpunan adalah suatu daftar yang memuat sekumpulan benda atau objek yang mempunyai sifat tertentu. Objek ini dapat berupa bilangan, orang, benda, dsbnya yang disebut **unsur/ anggota himpunan**. Sifat tertentu tersebut dapat membedakan apakah suatu objek merupakan anggota himpunan tersebut atau bukan.

Umumnya **himpunan** ditulis dengan **huruf besar: A, B, C, X, Y,....**
Sedangkan **unsur/ objek** ditulis dengan **huruf kecil: a, b, c, x, y,...**

Himpunan dapat disajikan dengan **dua cara:**

1. Cara Pendaftaran (Roster Method)

Menuliskan suatu himpunan dengan mendaftarkan semua unsur yang termasuk dalam himpunan dengan tanda {.....}

<u>Contoh:</u>
A adalah himpunan bilangan genap kurang dari 10.
$A = \{2, 4, 6, 8\}$

2. Cara Pencirian (Ruler Method)

Cara ini lebih singkat dari cara pendaftaran

Contoh:

N = {1, 2, 3, 4, 5, 6, ...} dimana N adalah himpunan semua bilangan asli; maka N dapat ditulis sbb:
N = {m|m adalah bilangan asli}

1.1.2. HIMPUNAN BAGIAN

Definisi:

Himpunan A disebut himpunan bagian (subset) dari himpunan B, jika setiap unsur himpunan A adalah unsur himpunan B.

Notasi: $\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B}$: A himpunan bagian B

Contoh:

B = {x |x huruf abjad}
A = {x |x huruf hidup abjad}
Maka A merupakan himpunan bagian B: $A \subseteq B$

1.1.3. HIMPUNAN KOSONG

adalah: himpunan yang tidak mempunyai anggota, ditulis dengan $\varnothing$ atau { }

Contoh:

G = {x |x^2 = 9 dan x genap}
Maka G = $\varnothing$

Catatan:

- ✓ Dua himpunan A dan B adalah **sama**, yaitu **A=B**, jika dan hanya jika $\mathbf{A} \subset \mathbf{B}$ dan $\mathbf{B} \subset \mathbf{A}$.
- ✓ Himpunan $\varnothing$ adalah himpunan bagian dari setiap himpunan.
- ✓ Jika A bukan himpunan bagian B ($\mathbf{A} \not\subset \mathbf{B}$) maka terdapat paling sedikit satu anggota A yang bukan anggota B.
- ✓ Himpunan D disebut himpunan bagian sejati dari A, jika D himpunan bagian A dan D tidak sama dengan A.
  Jadi D adalah himpunan bagian sejati dari A. Jika $\mathbf{D} \subset \mathbf{A}$ dan $\mathbf{D} \neq \mathbf{A}$.
- ✓ Dalam setiap pemakaian teori himpunan, semua himpunan yang dibicarakan merupakan himpunan bagian dari suatu himpunan tertentu. Himpunan ini disebut himpunan semesta, ditulis dengan huruf **S** atau **U** (universum).

1.2. OPERASI DASAR HIMPUNAN

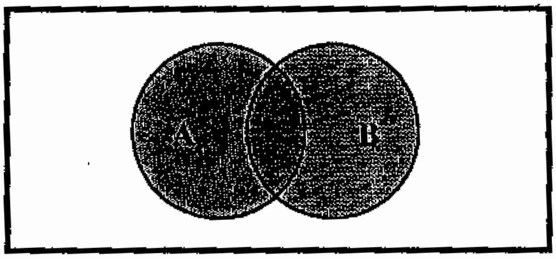
1.2.1. GABUNGAN (UNION)

Gabungan himpunan A dan B adalah himpunan semua objek yang menjadi anggota A atau B atau keduanya dan ditulis dengan lambang **A∪B**.

Contoh:

A $= \{a, b, c\}$ dan
B $= \{a, b, c, d, e\}$, maka
A∪B $= \{a, b, c, d, e\}$

Dalam **Diagram Venn,** A∪B adalah daerah yang diarsir.



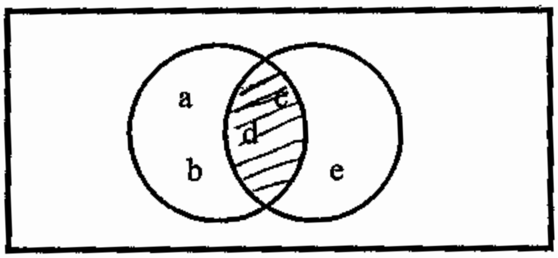
1.2.2. IRISAN (INTERSECTION)

Jika ada 2 himpunan P dan Q, maka yang disebut P irisan Q (**P∩Q**) didefinisikan sebagai:

$$\mathbf{P \cap Q = \{x \mid x \in P \text{ dan } x \in Q\}}$$

Contoh:

P $= \{a, b, c, d\}$
Q $= \{c, d, e\}$
P∩Q $= \{c, d\}$

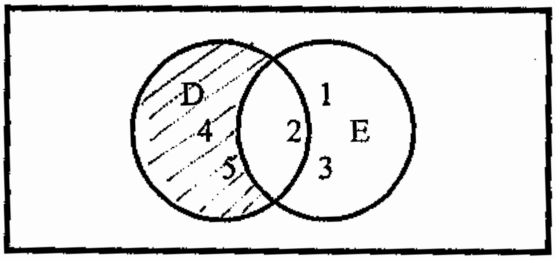


1.2.3. SELISIH

Selisih himpunan A dan B adalah himpunan semua objek yang menjadi anggota A tetapi tidak menjadi anggota B dan ditulis dengan lambang A – B.

Contoh:

D = {2, 4, 5} dan E = {1, 2, 3}
Maka D – E = {4, 5}



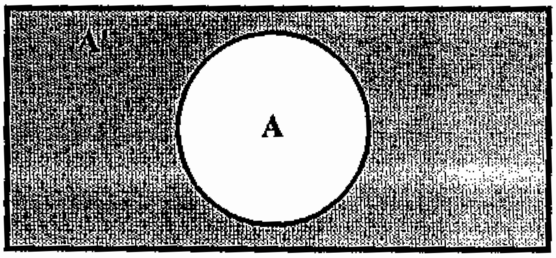
1.2.4. KOMPLEMEN

Komplemen himpunan A adalah himpunan semua objek yang bukan anggota A, yaitu selisih himpunan semesta S dan A, ditulis dengan **A'** atau $\mathbf{A^c}$
Berarti **A' = S – A**

Contoh:

Himpunan semesta S adalah himpunan semua bilangan bulat positif dan:

A = {1, 3, 5, 7, ...}, maka **A' = {2, 4, 6, 8, ...}**



Dari definisi di atas, diperoleh sifat-sifat sbb:

$$\boxed{\begin{aligned} A \cup A' &= S \\ A \cap A' &= \varnothing \\ (A') &= A \end{aligned}}$$

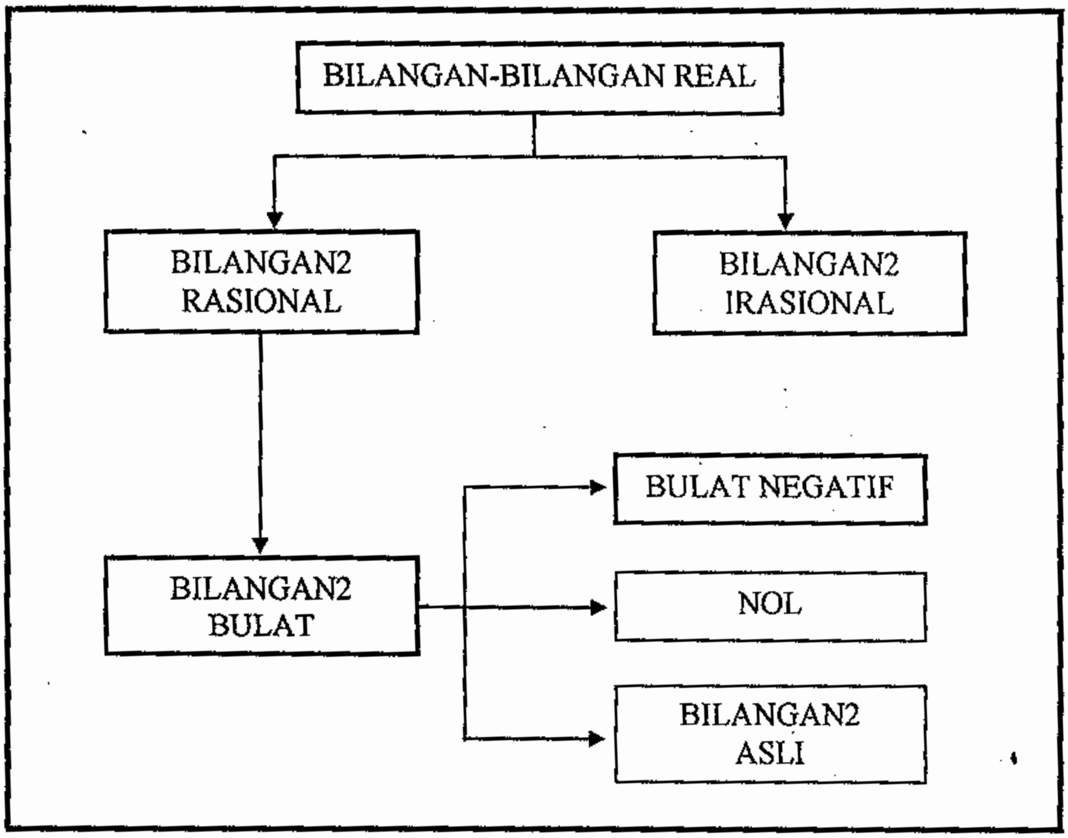
1.3. SISTEM BILANGAN REAL

Dalam analisis, himpunan-himpunan yang sangat penting adalah himpunan bilangan real. Himpunan semua bilangan real ditulis dengan lambang **R**.

Himpunan semua bilangan real R dengan dua operasi penambahan dan pengalian disebut memenuhi jika sbb:

1. Jika a, b ∈ R, maka terdapat dengan tunggal bilangan real c dan d, sedemikian rupa hingga a + b = c dan a, b = d.

2. Jika a, b $\in$ R maka a + b = b + a dan ab = ba
3. Jika a, b, c $\in$ R, maka a + (b + c) = (a + b) + c dan a(bc) = (ab)c
4. Jika a, b, c $\in$ R, maka a(b + c) = ab + ac
5. Terdapat dua bilangan real 0 dan 1, sedemikian hingga untuk setiap bilangan real a, a + 0 = a dan a * 1 = a
6. Untuk setiap bilangan real a, terdapat satu bilangan real b sedemikian hingga a + b = 0. Bilangan b ditulis dengan lambang -a.
7. Untuk setiap bilangan real a, kecuali 0; terdapat suatu bilangan real c sedemikian sehingga ac = 1, bilangan c ditulis dengan lambang a^{-1} atau $\frac{1}{a}$
8. Bilangan-bilangan 1, 2, 3, 4,... disebut bilangan-bilangan asli. Himpunan semua bilangan asli ditulis N.
   Bilangan-bilangan ...., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3,.... disebut bilangan bulat.
   Himpunannya dinyatakan dalam bilangan-bilangan real yang dapat ditulis dalam bentuk p/q dengan p, q $\in$ z, disebut bilangan rasional atau terukur. Bilangan-bilangan real yang bukan bilangan rasional disebut bilangan irasional atau tak terukur.



9. a dikatakan lebih kecil daripada b dan ditulis a < b, jika b – a positif.
10. a dikatakan lebih besar daripada b dan ditulis a > b, jika dan hanya jika b < a.

Tanda ≥ dimaksud lebih besar atau sama dengan keempat buah tanda: <, ≤, >, ≥ disebut tanda ketidaksamaan.

Ketidaksamaan adalah pernyataan tentang bilangan-bilangan yang memuat tanda: <, ≤, >, ≥.

Pertidaksamaan adalah ketidaksamaan yang memuat variabel.

Contoh:

Pernyataan-pernyataan $3x < 12$ atau $2y^2 : 1 \geq 9$ atau $\frac{1}{t-3} \leq 2$ adalah merupakan pertidaksamaan.

Suatu **pertidaksamaan** mungkin bernilai **benar** atau **salah**.

Contoh:

$3x < 12$
Jika $x = 1$ maka $3 < 12 \rightarrow$ **Benar**
Jika $x = 5$ maka $15 < 12 \rightarrow$ **Salah**

DAFTAR PUSTAKA

Martono, Totong dan Krisna Murti Hasibuan. 1993. Matematika Untuk Ilmu-Ilmu Pertanian, Kehidupan dan Prilaku. Penerbit PT. Gramedia Pustaka Utama, Jakarta.

Nababan, M. 1996. Pengantar Matematika Untuk Ilmu Ekonomi dan Bisnis. Penerbit Erlangga, Jakarta.

Nasution, Andi Hakim, Totong Martono dan Bambang Sumantri. 1997. Matematika Untuk SMU. Departemen Pendidikan dan Kebudayaan. Balai Pustaka, Jakarta.

Sardjono. 1985. Matematika I Buku Materi Pokok Sta 105/ I/ 3 SKS/ Modul 1-5. Universitas Terbuka. Penerbit Karunika Jakarta.

BAB II
FUNGSI

Tujuan Instruksional Umum

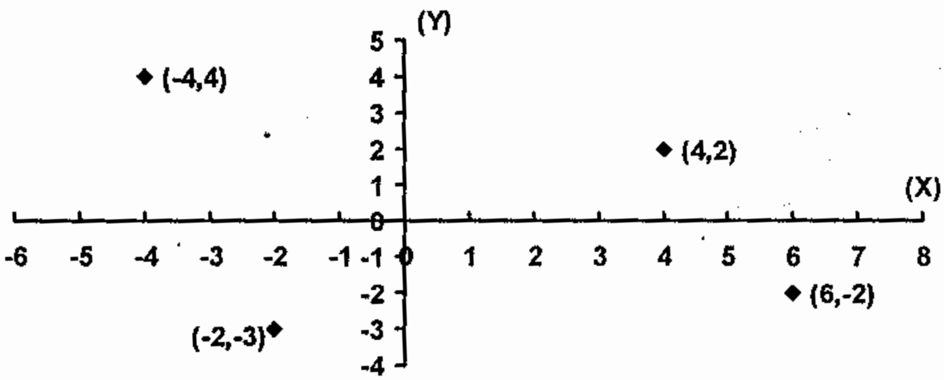
Setelah mempelajari bab ini diharapkan mahasiswa dapat memahami tentang fungsi.

Tujuan Instruksional Khusus

Setelah mempelajari bab ini diharapkan mahasiswa dapat:
1. Mengidentifikasikan suatu fungsi dan grafiknya.
2. Menentukan domain dan range suatu fungsi.
3. Menentukan nilai fungsi suatu titik.
4. Menentukan hasil operasi suatu fungsi.

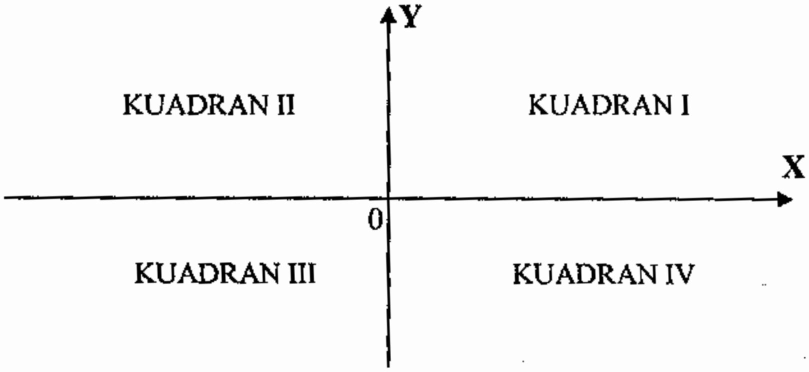
Uraian dan Contoh

Pasangan terurut (X,Y) dapat disajikan sebagai suatu titik pada bidang datar. Dari bidang datar tersebut dipilih suatu garis datar, disebut sumbu X, dan suatu garis tegak yang disebut sumbu Y. Perpotongan sumbu X dan Y disebut titik pangkal dan ditulis dengan O. Setelah ditetapkan satuan panjang serta arah positif sumbu X dan sumbu Y, yaitu arah ke kanan dan ke atas dari titik O, maka letak setiap titik (X,Y) sudah tertentu.



Jika titik (Xo, Yo) menunjukkan titik A, maka Xo disebut **absis** dan Yo disebut **ordinat** dari A. (Xo, Yo) disebut koordinat dari A. Secara lengkap titik A ditulis dengan:
A(Xo, Yo).

Korespondensi satu-satu antara himpunan semua pasangan bilangan real berurutan $R^2=\{(x,y)|\ x,y\in R\}$ dengan suatu bidang datar seperti di atas disebut **SISTEM KOORDINAT CARTESIUS**. Sumbu X dan sumbu Y disebut sumbu-sumbu Koordinat. Kedua sumbu ini membagi bidang menjadi empat bagian yang disebut kuadran-kuadran. Kuadran pertama adalah $\{(x,y)|x>0,\ y>0\}$. Kuadran berikutnya berurutan dalam arah berlawanan dengan gerak jarum jam.



Dalam sistem koordinat cartesius , jarak dua titik $A(X_1,Y_1)$ dan $B(X_2, Y_2)$ dapat dihitung dengan rumus Pythagoras.

Jarak $|AB| = \sqrt{(X_2-X_1)^2+(Y_2-Y_1)^2}$

Jika T(Xo,Yo) titik tengah ruas garis AB maka: $Xo = \dfrac{X_1+X_2}{2}$ dan $Yo = \dfrac{Y_1+Y_2}{2}$

Contoh:

Misal A(2,1) dan B(5,-3) maka jarak kedua titik tersebut:

$|AB| = \sqrt{(5-2)^2+(-3-1)^2} = 5$

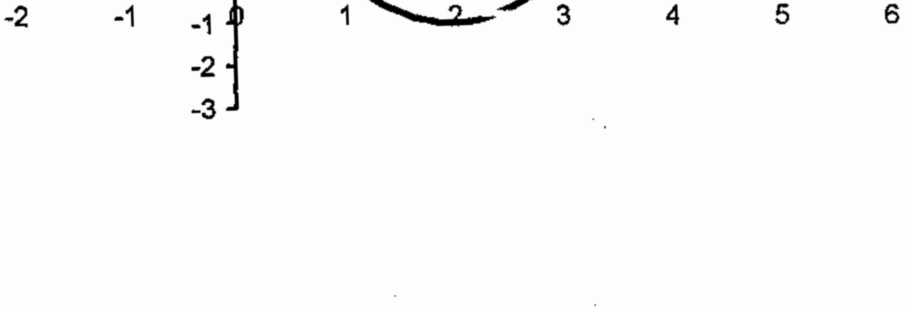
Koordinat titik tengah ruas garis AB adalah T(3½, -1)

Definisi:

1. Misal E adalah suatu himpunan bilangan-bilangan real dan R adalah himpunan semua bilangan real dan misalkan F adalah suatu aturan perkawanan antara anggota-anggota $x\in E$ dengan $y\in R$.
   f disebut fungsi dari himpunan E ke dalam R. Jika untuk setiap $x\in E$ menentukan dengan tunggal kawannya $y\in R$, yang ditulis $f(x)$. Suatu fungsi *f* dari himpunan E ke dalam R sering pula didefinisikan sebagai himpunan senua pasangan bilangan real berurutan $f=\{(x,y)|x\in E\}$ sedemikian hingga, apabila $(x_1,y_1), (x_1,y_2) \in f$, maka $y_1=y_2$. Dalam definisi di atas, x disebut variabel bebas dan y variabel tak bebas dan disebut fungsi dari x. Persamaan $Y = f(x)$ disebut persamaan fungsi *f*.
   E disebut domain atau daerah definisi fungsi *f* dan himpunan $\{y|y = f(x)\}$ disebut range fungsi *f*.
   Jika $Yo = f(x_o)$, maka Yo disebut nilai fungsi *f* di titik Xo.

2. Grafik fungsi f dengan persamaan $Y = f(x)$ adalah himpunan semua titik-titik pada bidang $\{(x,y)|y = f(x)\}$
   Contoh:
   Misal: $E = \{x \mid -1 \le x \le 3\}$ dan fungsi f didefinisikan dengan persamaan:
   $Y = f(x) = 2x^2+1$, $x \in E$. Tentukan $f(2)$, $f(1/5)$ dan $ff(-\frac{1}{2})$!
   Tentukan juga range fungsi f!
   Jawab:
   $f(2) = 2.(2)^2 + 1 = 9$
   $f(\frac{1}{5}) = 2.(\frac{1}{5})^2 + 1 = 1\frac{1}{25}$
   $f(-\frac{1}{2}) = 2(-\frac{1}{2}) + 1 = 1\frac{1}{2}$
   Untuk setiap $x \in E$ berlaku $3 \le f(x) \le 19$
   Jadi range fungsi f adalah $\{y|3 \le y \le 19\}$

3. Fungsi linear dan kuadrat
   $Y = P_1(x) = a_1x + a_0$, $a_1 \neq 0$ disebut fungsi linear, untuk $n = 1$.
   $Y = P_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$, $a_2 \neq 0$ disebut fungsi kuadrat, untuk $n = 2$.
   Grafik fungsi **linear** berupa garis lurus dan fungsi **kuadrat** berupa parabola. a_1 pada fungsi linear disebut **gradien** atau **koefisien arah garis lurus**.
   Contoh:
   $Y_1 = P_1(x) = 2x + 1$
   $Y_2 = P_2(x) = x^2 - 4x + 3$
   Buatlah Grafik dari kedua fungsi tersebut!



DAFTAR PUSTAKA

Martono, Totong dan Krisna Murti Hasibuan. 1993. Matematika Untuk Ilmu-Ilmu Pertanian, Kehidupan dan Prilaku. Penerbit PT. Gramedia Pustaka Utama, Jakarta.

Nababan, M. 1996. Pengantar Matematika Untuk Ilmu Ekonomi dan Bisnis. Penerbit Erlangga, Jakarta.

Nasution, Andi Hakim, Totong Martono dan Bambang Sumantri. 1997. Matematika Untuk SMU. Departemen Pendidikan dan Kebudayaan. Balai Pustaka, Jakarta.

Sardjono. 1985. Matematika I Buku Materi Pokok Sta 105/ I/ 3 SKS/ Modul 1-5. Universitas Terbuka. Penerbit Karunika Jakarta.

BAB III
MATRIKS

Tujuan Instruksional Umum

Setelah mempelajari bab ini, diharapkan mahasiswa dapat memahami tentang matriks dan pengoperasionalnya.

Tujuan Instruksional Khusus

Setelah mempelajari bab ini diharapkan mahasiswa dapat:

1. Kembali menuliskan definisi matriks dan membuat notasi serta ordo suatu matriks
2. Menyebutkan jenis matriks dilihat dari segi banyaknya baris dan kolom dan pola nilai unsur-unsurnya.
3. Mencari putaran atau transpos suatu matriks.
4. Melakukan pengoperasian matriks.
5. Mencari nilai determinan suatu matriks.
6. Menyelesaikan persamaan linear simultan dengan matriks.

Uraian dan Contoh

Matriks adalah suatu himpunan (set) yang unsur-unsurnya disusun menurut **baris** (row) dan **lajur** (column).

Dilambangkan dengan suatu huruf besar atau dengan lambang unsur yang pada umumnya dikurung.

<u>Misal</u>:

$$\underset{m\text{x}n}{\mathrm{A}} = \underset{m\text{x}n}{\left[a_{ij}\right]} = \underset{m\text{x}n}{\left(a_{ij}\right)}$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

3.1. JENIS-JENIS MATRIKS

3.1.1. MATRIKS BUJUR SANGKAR $(m = n)$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}$$

$$m = n = 2 \qquad\qquad m = n = 3$$

3.1.2. Matriks Identitas

Suatu matriks bujur sangkar yang **unsur-unsur**nya mempunyai nilai 1 pada **diagonal utama**nya dan **0** pada **unsur-unsur** lain **di luar diagonal utama** dan biasa diberi simbol In.

Contoh:

$$I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3.1.3. Matriks Diagonal

Suatu matriks bujur sangkar dimana **semua unsur di luar diagonal utama** mempunyai **nilai 0** dan **paling tidak satu unsur pada diagonal utama ≠ 0**, biasanya diberi simbol **D**.

Contoh:

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

3.1.4. Matriks Skalar

adalah **matriks hasil perkalian** dari **bilangan skalar** dengan **matriks identitas.**

S= (K)(I)

Contoh:

misal $k = 3$; $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$S = 3, \quad I_2 = 3\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

3.1.5. Matriks Simetri

adalah **matriks bujur sangkar,** dimana $a_{ij} = a_{ji}$

Contoh:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 4 & 5 & 2 \\ 6 & 6 & 3 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 11 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

3.2. PENGOPERASIAN MATRIKS

3.2.1. Penjumlahan dan Pengurangan Matriks

Dua buah matriks hanya dapat dijumlahkan atau dikurangkan apabila keduanya **berordo** (berukuran) **sama.**
Jumlah/ selisih 2 matriks adalah sebuah **matriks baru** yang **berordo sama.**

Contoh:

$$[a_{ij}] \pm [b_{ij}] = [c_{ij}]$$

Sifat-sifat Operasi Penjumlahan

A + B = B + A → **KOMUTATIF**
A + (B + C) = (A + B) + C → **ASOSIATIF**

3.2.2. Perkalian Matriks dengan Skalar

Hasil kali suatu matriks dengan A dengan suatu skalar. Hasilnya sebuah matriks baru B.

$$\lambda A = B \rightarrow \lambda(a_{ij}) = (b_{ij})$$

Contoh:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} \qquad \lambda A = \begin{pmatrix} \lambda a_{11} & \lambda a_{12} & \lambda a_{13} \\ \lambda a_{21} & \lambda a_{22} & \lambda a_{23} \end{pmatrix}$$

Sifat-sifatnya:

$\lambda A = A\lambda$ → Bersifat **KOMUTATIF**
$\lambda(A \pm B) = \lambda A \pm \lambda B$ → Bersifat **DISTRIBUTIF**

3.2.3. Perkalian Antar Matriks

Dua buah matriks hanya dapat dikalikan jika **jumlah kolom** dari **matriks** yang **dikalikan sama** dengan **jumlah baris** dari **matriks pengalinya.**

$$\underset{mxn}{A} \times \underset{nxp}{B} = \underset{mxp}{C}$$

Contoh:

$$\begin{pmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{pmatrix} x \begin{pmatrix}5 & 7\\6 & 8\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1x5+2x6 & 1x7+2x8\\3x5+4x6 & 3x7+4x8\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}17 & 23\\39 & 53\end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix}4 & 2 & 1\\3 & 2 & 5\\3 & 1 & 2\end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix}4 & -2\\3 & 1\\3 & 5\end{pmatrix}$$

$$A \times B = \begin{pmatrix}4x4+2x3+1x3 & 4x-2+2x1+1x5\\3x4+2x3+5x3 & 3x-2+2x1+5x5\\3x4+1x3+2x3 & 3x-2+1x1+2x5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}25 & -1\\33 & 21\\221 & 5\end{pmatrix}$$

Sifat-Sifat Perkalian

A (B x C) = (A x B) C → **ASOSIATIF**

$$\left.\begin{aligned}(A+B)C = AC+BC\\A(B+C) = AB+AC\end{aligned}\right\} \rightarrow \textbf{DISTRIBUTIF}$$

3.3. TRANSPOS SUATU MATRIKS

Transpos suatu matriks berarti mengubah matriks tersebut menjadi matriks baru dengan cara saling menukarkan posisi unsur-unsur baris dan kolom. Hasil transpos suatu matriks disebut **matriks transpos** dan dilambangkan dengan menambahkan tanda aksen pada matriks asalnya.

$$A_{mxn} \rightarrow A'_{nxm} \qquad \text{unsur } a_{ij} = a_{ji}$$

Sifat Transpos Penjumlahan

$$\left.\begin{aligned}(A+B)' = (B+A)'\\A'+B' = B'+A'\end{aligned}\right\} \rightarrow \textbf{SIFAT KOMUTATIF}$$

$$\{A + (B + C)\}' = \{(A + B) + C\}'$$
$$= A' + B' + C' \quad \rightarrow \textbf{ASOSIATIF}$$

Sifat Transpos Perkalian Antar Matriks

{A(BC)}' = {(AB)C}' = (ABC) ' = A'B'C' → **ASOSIATIF**

{A(B ± C)}' = (AB ± AC) ' = B'A' ± C'A' → **DISTRIBUTIF**

3.4. DETERMINAN MATRIKS

Determinan suatu **matriks** adalah penulisan unsur-unsur sebuah matriks bujur sangkar dalam bentuk determinan, yakni di antara 2 garis tegak atau | |

Determinan matriks A = $|A|$ atau D_A

Perbedaaan **determinan** dengan **matriks** adalah:

1. Unsur-unsurnya diapit dengan dua garis tegak.
2. Determinan selalu berbentuk bujur sangkar.
3. Determinan memiliki nilai numeric.

Cara mencari Nilai Determinan:

3.4.1. Bila berdimensi Dua

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \qquad |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

3.4.2. Bila berdimensi Tiga

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \qquad |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

3.4.3. Bila berdimensi Lebih dari Tiga

Digunakan **minor** dan **kofaktor (Laplace)**. Perhatikan penyelesaian determinan berdimensi tiga berikut!

$$|A| = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32}$$

Penulisan tersebut dapat diubah sbb:

$$|A| = (a_{11}a_{22}a_{a33} - a_{11}a_{23}a_{32}) + (a_{12}a_{23}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33}) + (a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31})$$

$$= a_{11}(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) + a_{12}(a_{23}a_{31} - a_{21}a_{33}) + a_{13}(a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31})$$

$$= a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

$$|A| = a_{11}M_{ij} + (-a_{12}M_{12}) + a_{13}M_{13}$$

$$|A| = \sum a_{ij}M_{ij}$$

Ternyata determinan A dapat dibentuk dalam beberapa sub determinan dengan menghilangkan baris-baris dan kolom-kolom tertentu. Sub determinan itu disebut **minor** dan dilambangkan dengan M_{ij}

M_{ij} = minor dari unsur a_{11} diperoleh dengan cara menghilangkan baris ke-11 dan kolom 1 dari determinan. Demikian juga dengan M_{12} dan M_{13}.

Penulisan dalam bentuk minor dapat diubah menjadi tulisan dalam bentuk kofaktor, diberi lambang k_{ij}.

Hubungannya dengan minor adalah sbb:

$K_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$

M_{ij} = minor dari unsur aij yang diperoleh dengan jalan menghilangkan baris ke-i dan kolom ke-j dari $|A|$

K_{ij} = kofaktor dari unsur a_{ij} yang harganya $(-1)^{i+j} M_{ij}$

$K_{11} = (-1)^{1+1} M_{11} = (-1)^2 M_{11} = M_{11}$

$K_{12} = (-1)^{1+2} M_{12} = (-1)^3 M_{12} = -M_{12}$

$K_{13} = (-1)^{1+3} M_{13} = (-1)^4 M_{13} = M_{13}$

$|A| = a_{11}K_{11} + a_{12}K_{12} + a_{13}K_{13}$

$= \sum a_{ij} K_{ij}$

Dimana $K_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$

3.5. ADJOIN MATRIKS

Adjoin dari suatu matriks adalah **transpos** dari **matriks kofaktornya**.

Contoh:

$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ Kofaktor Matriks A $= \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

Adjoin transpos matriks kofaktornya:

$\tilde{A} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

$B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 5 & 4 & 5 \\ 9 & 3 & 7 \end{pmatrix}$

Matriks Kofaktornya $= \begin{pmatrix} 13 & 10 & -21 \\ -1 & 3 & 0 \\ -3 & -5 & 7 \end{pmatrix}$

Adjoin B $= \begin{pmatrix} 13 & -1 & -3 \\ 10 & 3 & -5 \\ -21 & 0 & 7 \end{pmatrix}$

3.6. INVERS MATRIKS

Kegunaan mencari invers matriks adalah untuk mencari jawaban di dalam pemecahan suatu set persamaan linear simultan.

Salah satu cara untuk mencari invers matriks adalah dengan adjoin. Hubungan antara invers matriks A dengan adjoin A adalah:

$$A^{-1} = \frac{\tilde{A}}{|A|}$$

<u>Contoh</u>:

Cari invers matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$

Matriks kofaktor $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

Adjoin $A = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

Determinan A = 1 x 5 – 3 x 2 = -1

$$A^{-1} = \frac{\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}}{-1} = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

<u>Contoh</u>:

Cari Invers matriks $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 5 & 4 & 5 \\ 9 & 3 & 7 \end{pmatrix}$

Kofaktor $B = \begin{pmatrix} 13 & 10 & -21 \\ -1 & 3 & 0 \\ -3 & -5 & 7 \end{pmatrix}$

Adjoin $B = \begin{pmatrix} 13 & -1 & -3 \\ 10 & 3 & -5 \\ -21 & 0 & 7 \end{pmatrix}$

Determinan $B = (3x4x7) + (1x5x9) + (2x5x3) - (2x4x9) - (3x5x3) - (1x5x7) = 7$

$$B^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} 13 & -1 & -3 \\ 10 & 3 & -5 \\ -21 & 0 & 7 \end{bmatrix}}{7} = \begin{bmatrix} 13/7 & -1/7 & -3/7 \\ 10/7 & 3/7 & -5/7 \\ -3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3.7. PENYELESAIAN PERSAMAAN LINEAR SIMULTAN DENGAN CARA MATRIKS

Sehimpunan persamaan linear yang terdiri atas m persamaan dalam n bilangan dapat disajikan dalam notasi matriks.

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2$$
$$\vdots$$
$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \ldots + a_{mn}x_n = b_n$$

Diubah menjadi bentuk matriks.

$$\underset{A}{\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & a_{mn} \end{pmatrix}} \underset{X}{\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}} = \underset{B}{\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}}$$

$$\begin{aligned} AX = B \rightarrow A^{-1}A\,X &= A^{-1}B \\ &= A^{-1}B \end{aligned}$$

<u>Contoh</u>:

Suatu persamaan simultan sbb:

$$\begin{aligned} X_1 + 2X_2 - 3X_3 &= 7 \\ 6X_1 + 4X_2 + X_3 &= 37 \\ 5X_1 + 3X_2 + 2X_3 &= 31 \end{aligned}$$

$$\underset{A}{\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 6 & 4 & 1 \\ 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} X1 \\ X2 \\ X3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 37 \\ 31 \end{pmatrix}$$

$$X = B$$
$$X = A^{-1}B$$

$$\begin{aligned} \text{Determinan A} &= (1x4x2) + (2x1x5) + (6x3x-3) - (3x4x5) - (1x3x1) - (2x6x2) \\ &= -3 \end{aligned}$$

$$\text{Kofaktor A} = \begin{pmatrix} 5 & -7 & 2 \\ -13 & 17 & 7 \\ 14 & -19 & -8 \end{pmatrix}$$

$$\text{Adjoin A} = \begin{pmatrix} 5 & -13 & 14 \\ -7 & 17 & -19 \\ -2 & 7 & -8 \end{pmatrix}$$

$$X = A^{-1}B = \frac{1}{-3}\begin{pmatrix} 5 & -13 & 14 \\ -7 & 17 & -19 \\ -2 & 7 & -8 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 7 \\ 37 \\ 31 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{-3}\begin{pmatrix} 5x7 + -13 \, x \, 37 + 14 \, x \, 31 \\ -7x7 + 17 \, x \, 37 \; + -19 \, x \, 31 \\ -2x7 + 7 \, x \, 37 \; + -8 \, x \, 31 \end{pmatrix}$$

$$= -\frac{1}{3}\begin{pmatrix} -12 \\ -9 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \text{Jadi} \quad \begin{matrix} X_1 = 4 \\ X_2 = 3 \\ X_3 = 1 \end{matrix}$$

DAFTAR PUSTAKA

Martono, Totong dan Krisna Murti Hasibuan. 1993. Matematika Untuk Ilmu-Ilmu Pertanian, Kehidupan dan Prilaku. Penerbit PT. Gramedia Pustaka Utama, Jakarta.

Nababan, M. 1996. Pengantar Matematika Untuk Ilmu Ekonomi dan Bisnis. Penerbit Erlangga, Jakarta.

Nasution, Andi Hakim, Totong Martono dan Bambang Sumantri. 1997. Matematika Untuk SMU. Departemen Pendidikan dan Kebudayaan. Balai Pustaka, Jakarta.

Sardjono. 1985. Matematika I Buku Materi Pokok Sta 105/ I/ 3 SKS/ Modul 1-5. Universitas Terbuka. Penerbit Karunika Jakarta.

BAB IV

ARTI DAN PERANAN STATISTIKA

Tujuan Instruksional Umum

Setelah mengikuti kuliah ini mahasiswa dapat menjelaskan arti dan peranan statistika.

Tujuan Instruksional Khusus

Setelah mempelajari bab ini mahasiswa dapat menjelaskan :

1. Arti statistika
2. Peranan statistika
3. Peranan statistika dalam bidang ekonomi dan manajemen perusahaan
4. Peranan statistika di bidang penelitian

Uraian Dan Contoh

4.1. Arti Statistika

Pada mulanya, kata statistika diartikan sebagai keterangan-keterangan yang dibutuhkan oleh negara dan berguna bagi negara. Keterangan-keterangan sedemikian itu umumnya dipergunakan untuk memperlancar penarikam pajak dan mobilitas rakyat jelata ke dalam angkatan perang. Lambat laun, statistika diartikan sebagai data kuantitatif baik yang masih belum tersusun maupun yang telah tersusun dalam bentuk tabel. Kumpulan angka-angka semacam itu dapat dibaca dalam berbagai laporan majalah atau buku yang khusus diterbitkan oleh badan yang berwenang. Misalnya Buku Statistik Indonesia yang diterbitkan oleh Biro Pusat Statistik.

Pengertian statistika sebagai data kuantitatif sebetulnya mengaburkan perbedaan pengertian antara data kuantitatif itu sendiri dengan metode guna membuat data kuantitatif tersebut "berbicara". Croxton dan Cowden berpendapat bahwa kumpulan angka-angka sedemikian itu lebih baik tetap dinamakan data atau angka-angka saja dan jangan diartikan sebagai statistik. Pada hakekatnya statistik adalah metode atau asas-asas guna "mengerjakan" atau "memanipulasi" data kuantitatif agar angka-angka tersebut "berbicara". Para statistisi berpendapat bahawa kumpulan angka-angka sebaiknya dinamakan data sedangkan nilai yang dihitung dari sebuah saampel diberi nama statistik sampel. Statistik hendaknya diartikan sebagai metode statistik.

Metode statistika merupakan metode guna mengumpulkan, mengolah, menyajikan, menganalisa dan menginterpretasi data kuantitatif. Metode mengumpulkan, mengolah, menyajikan dan menganalisa masuk dalam statistik deskriptif. Metode interpretasi data atau penarikan kesimpulan umum masuk dalam statistik inferens.

4.2. Peranan Statistika

Perkembangan statistika sebagai metode ilmiah telah mempengaruhi hampir setiap aspek kehidupan manusia modern. Pada akhir abad dua puluh, manusia sadar atau tidak sadara, suka berfikir secara kuantitatif. Keputusan-keputusannya diambil atas dasar hasil analissa dan interpretasi data kuantitatif. Metode statistik mutlak dibutuhkan sebagai peralatan analisa dan interpretasi data kuantitatif.

4.3. Peranan Statistika dalam Bidang Ekonomi dan Manajemen Perusahaan

Bagi pimpinan perusahaan, metode statistika merupakan alat yang penting dalam proses pengambilan keputusan. Keputusan-keputusan sedemikian itu meliputi keputusan mengenai peembelian bahan, penggudangan, penentuan jumlah produksi, pengawasan administrasi, penaksiran volume penjualan ddi masa mendatang dan lain-lain yang berhubungan erat dengan kelangsungan hidup perusahaan yang bersangkutan. .Pimpinan perusahaan ingin memperoleh gambaran yang bersifat statistik-kuantitatif teentang segala kegiatan perusahaannya agar dapat dipakai sebagai bahan dasar pengambilan keputusan mengenai kegiatan-kegiatan perusahaan di masa yang akan datang.

4.4. Peranan Statistika di Bidang Penelitian

Bagi peneliti di laboratorium, metode statistika memberikan peralatan yang berguna bagi perencanaan eksperimennya dan evaluasi hasil eksperimen tersebut. Dalam merencanakan eksperimen laboratorium, peneliti harus memperhitungkan kemungkinan adanya kesalahan eksperimen (*experimental errors*). Metode statistika memberikan teknik pengawasan serta pengulangan kesalahan-kesalahan itu disamping teknik penentuan kombinasi faktor-faktor yang diuji secara laboratoris.

Kontribusi terbesar metode statistika modern pada dunia penelitian yang bersifat eksperimen adalah perkembangan cara eksperimen dalam laboratorium dengan kondisi-kondisi yang terkontrol secara cermat ke arah eksperimen yang bersifat lapangan dimana kondisi-kondisi yang terkontrol sedikit demi sedikit ditinggalkan agar penelitian meendekati kenyataan.

DAFTAR PUSTAKA

Dajan, A. 1996. Pengantar Metode Statistika. Jilid I. Cetakan ke-18. Penerbit PT. Pustaka LP3ES, Jakarta.

BAB V
TABEL DAN GRAFIK STATISTIK

Tujuan Instruksional Umum

Setelah mengikuti kuliah ini mahasiswa dapat memahami dan membuat tabel dan grafik statistik.

Tujuan Instruksional Khusus

Setelah mempelajari bab ini mahasiswa dapat menjelaskan :

1. Pengertian dan macam tabel statistik
2. Struktur tabel statistik
3. Cara penyusunan pos-pos keterangan dalam kompartimen tabel
4. Pengertian grafik statistik
5. Jenis-jenis grafik statistik

Uraian dan Contoh

5.1. Tabel Statistik

Tabel statistik umumnya dapat dibedakan menjadi dua yaitu:

a). Tabel referensi :

- Sebagai gudang keterangan karena memberikan keterangan yang terperinci dan disusun khusus guna kepentingan referensi.
- Diletakkan dalam halaman tambahan (appendix)
- Terdapat juga dalam laporan sensus

b). Tabel ikhtisar :

- Tabel naskah yang singkat, sederhana dan mudah dimengerti.
- Berfungsi memberi gambaran yang sistematis tentang peristiwa-peristiwa yang merupakan hasil penelitian atau observasi.

5.2. Struktur Tabel Statistik

Sebuah tabel yang formal umumnya terdiri dari beberapa bagian seperti yang terlihat pada skema dibawah ini. Tabel statistik yang baik dan efisien harus bersifat sederhana dan jelas. Nama (titel), nama kolom dan nama kompartimen harus diusahakan agar jelas dan singkat. Pos-pos keterangan dan angka-angka dalam kolom harus disusun secara cermat serta mengena.

Tabel 1. Nama (Judul)

<table>
<tr><td rowspan="2">Nama Kompartimen</td><td colspan="4">Nama Kolom</td></tr>
<tr><td>Nama</td><td>Kolom</td><td>Nama</td><td>Kolom</td></tr>
<tr><td>Kompartimen</td><td></td><td>Tubuh</td><td></td><td>Tubuh</td></tr>
</table>

Sumber :
Catatan :

Contoh tabel statistik:

Tabel 1. Kandungan Zat Pakan Sapi Perah Laktasi di KTT Lestari

Bahan Pakan	BK	PK	TDN	SK
	--------------------------	-------------------------- %	--------------------------	--------------------------
Jerami Padi	86,72	1,32	41,41	28,68
Rumput Lapangan	20,32	6,70	49,50	34,20
Onggok	78,53	1,55	46,78	10,44
Bekatul	83,17	14,00	85,00	06,00
Tetes	77,00	5,4	53,00	10,00

Sumber: Hasil analisis di Laboratorium Ilmu Makanan Ternak Fakultas Peternakan Universitas Diponegoro, Semarang.

Keterangan : BK : Bahan Kering
PK : Protein Kasar
TDN : Total Digestible Nutrient
SK : Serat Kasar

5.3. Cara Penyusunan Pos-Pos Keterangan dalam Kompartimen Tabel

Penyusunan pos-pos keterangan dalam kompartimen tebel sangat tergantung pada ciri-ciri datanya sendiri (data kuantitaif, data kualitatif, data kronologis atau data geografis) dan juga jenis tabel itu sendiri. Cara-cara penyusunannya adalah :

a. Penyusunan secara alfabetis
b. Penyusunan secara geografis
c. Penyusunan menurut besaran angka-angka
d. Penyusunan secara hitoris
e. Penyusunan atas dasar kelas-kelas yang lazim
f. Penyusunan secara progresif

5.4. Grafik Statistik

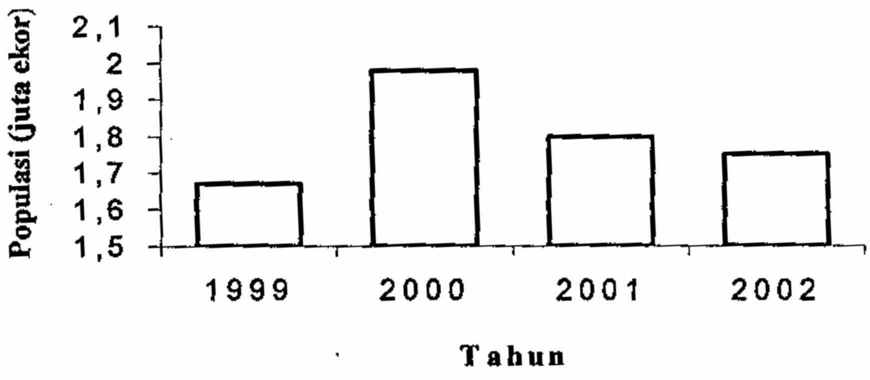
Tabel dan grafik merupakan model penyajian data supaya lebih menarik perhatian dan mengesankan. Grafik sstatistik lebih mudah menarik perhatian pembacanya daripada tabel statistik. Penyajian secara grafis sebenarnyaa hanya bersifat aproksimatif. Angka-angka eksak dan terperinci hanya bisa diperoleh dari tabel statistik. Karena itu, analisa dan interpretasinya data kuantitatif umumnya dilakukan dari angka-angka yang terdapat dalam tabel statistik. Tabel dan grafik statistik sebaiknya digunakan bersama-sama.

5.5. Jenis grafik

Bentuk grafik statistik yang sering digunakan dalam penyusunan laporan perusahaan maupun penelitian ilmiah adalah:

1. Diagram garis (kurva)
2. Peta balok (diagram batang)
3. Diagram lingkar
4. Piktograf
5. Peta statistik

Contoh: Diagram batang (histogram) populasi sapi potong di Blora tahun 1999 - 2002



DAFTAR PUSTAKA

Dajan, A. 1996. Pengantar Metode Statistika. Jilid I. Cetakan ke-18. Penerbit PT. Pustaka LP3ES, Jakarta.

BAB VI

DATA PADA BIOSTATISTIKA

Tujuan Instruksional Umum

Setelah mengikuti kuliah ini mahasiswa dapat menjelaskan data pada Biostatistika.

Tujuan Instruksional Khusus

Setelah mempelajari bab ini mahasiswa dapat menjelaskan :

1. Pengertian contoh dan populasi
2. Peubah dalam Biostatistika
3. Ketelitian dan ketepatan data
4. Sebaran frekuensi
5. Penanganan data

Uraian dan Contoh

6.1. Contoh dan Populasi

Data pada biostatistika pada umumnya berdasarkan pengamatan individual berupa pengamatan atau pengukuran yang dilakukan pada unit contoh terkecil yakni individu itu sendiri. Jika kita menimbang 100 ekor itik Tegal, maka bobot dari masing-masing itik tersebut merupakan pengamatan individu yang disebut sebagai sampel atau contoh pengamatan.

Sampel atau contoh pengamatan didefinisikan sebagai kumpulan pengamatan individu yang dipilih melalui cara-cara tertentu. Dalam statistika, populasi adalah keseluruhan pengamatan individu yang merupakan acuan daerah pengambilan contoh tertentu dan dibatasi oleh ruang dan waktu. Kesalahan umum dalam menerapkannya pada teknik sampling adalah ketidakmampuan untuk menentukan populasi acuan dan ini menyebabkan contoh yang berasal dari populasi yang terbatas akan mengakibatkan kesimpulan hanya berlaku secara terbatas. Populasi bisa terhingga atau tak terhingga. Secara teoritis populasi biologi merupakan populasi terhingga, walaupun demikian pada umumnya ukurannya jauh lebih besar dibandingkan dengan ukuran contoh yang diambil dari populasi tersebut.

6.2. Peubah dalam Biostatistika

Peubah adalah sifat yang dapat digunakan sebagai cara untuk membedakan suatu individu dari individu lain dalam contoh. Peubah dibedakan atas peubah terukur, peubah urutan dan atribut.

Peubah terukur adalah peubah yang merupakan hasil pengukuran atau pencacahan yang dinyatakan secara numerik. Peubah terukur ada dua jenis. Jenis pertama yakni peubah kontinyu yang diantara dua nilai tertentu dapat dipunyai nilai yang tak hingga banyaknya. Contoh: diantara pengukuran nilai panjang 1,5 dan 1,6 cm terdapat banyak sekali panjang yang dapat diukur, misalnya 1,57 mm. Jenis kedua yakni peubah tidak kontinyu atau peubah diskrit adalah peubah yang hanya dapat mempunyai harga numerik tertentu tanpa ada nilai antara yang mungkin diantaranya. Misalnya: banyaknya telur yang dihasilkan (dalam butir) mungkin 4, 5 atau 10 butir, tetapi tidak pernah 5,5 atau 7,5 butir telur.

Beberapa peubah tidak dapat diukur, tapi dapat diurutkan menurut tingkatannya yang disebut sebagai peubah urutan. Contoh: suatu peubah sebagai deret urutan seperti 1,2,3,4,5. Kita tidak dapat menafsirkan bahwa perbedaan antara urutan 1 dan 2 adalah sama atau setara dengan perbedaan antara tingkat 2 dan 3.

Peubah ada juga yang tidak dapat diukur tapi harus dinyatakan secara kualitatif disebut atribut atau peubah nominal misal: hitam dan putih, hidup dan mati, dan lain-lain.

6.3. Ketelitian dan Ketepatan Data

Ketelitian dan ketepatan memiliki makna yang berbeda dalam statistika. Ketelitian menyatakan seberapa dekat suatu nilai terhitung terhadap nilai sejatinya. Ketepatan menggambarkan seberapa jauh dekatnya pengukuran-pengukuran yang diulang menghasilkan nilai yang sama. Suatu alat timbang yang bias tetapi peka menghasilkan penimbangan yang tidak teliti tetapi tepat.

Variat (suatu pembacaan nilai atau pengamatan mengenai suatu peubah) yang teliti biasanya merupakan bilangan bulat. Peubah tidak kontinyu biasanya diukur sebagai angka pasti. Peubah kontinyu yang diperoleh dari peubah tidak kontinyu dalam kondisi tertentu bisa merupakan angka pasti. Contoh: sekumpulan ternak sapi terdiri dari 18 jantan dan 12 betina. Nisbah betina terhadap jantan (yang merupakan peubah kontinyu) adalah 1,5 dan merupakan suatu angka yang pasti. Pada umumnya pada peubah kontinyu kepastian nilai suatu pengukuran tidak diketahui, angka terakhir pada suatu pembacaan harus diartikan secara tidak langsung sebagai ketepatan yaitu menunjukkan batas suatu skala pengukuran yang kita percaya mengandung terdapat nilai pengukuran yang sebenarnya. Contoh lainnya adalah pengukuran panjang 12,3 mm berarti panjang yang sebenarnya terletak antara 12,25 dan 12,35 mm. Tepatnya dimana diantara kedua batas tersebut nilai sebenarnya berada kita tidak tahu. Batas tersirat selalu mempunyai satu angka di luar angka paling belakang hasil pengukuran. Kita mencatat pengukuran sebagai. 12,32 berarti bahwa yang kita maksud adalah antara 12,315 dan 12,325.

Peubah tidak kontinyu, meskipun biasanya pasti, dapat ditulis sebagai pendekatan apabila melibatkan angka besar. Contoh: bila suatu pencacahan dilaporkan sampai ribuan terdekat, pencacahan 36000 serangga yang terdapat dalam satu meter kubik tanah sebagai peraga, berarti bahwa angka yang sebenarnya terletak antara 35500 sampai 36500 serangga.

Sampai berapa angka suatu pengamatan harus ditulis? Ini tergantung pada seberapa besar angka bermakna (angka yang ada artinya) berpengaruh terhadap hasil komputasi yang akan dianalisis. Angka bemakna adalah angka cermat selain nol yang diperlukan untuk menempatkan titik desimal, mis: 65,4 mempunyai 3 angka bermakna; 4,5300 memiliki 5 angka bermakna; 0,0018 = $1,8 \times 10^{-3}$ memiliki 2 angka bermakna; 0,001800 = $1,800 \times 10^{-3}$ memiliki 4 angka bermakna. Angka nol seharusnya tidak ditulis pada akhir suatu angka yang berupa suatu pendekatan di sebelah kanan tanda desimal, kecuali angka nol tersebut dimaksudkan sebagai angka yang ada artinya, 7,80 berarti bahwa batasnya adalah 7,795 sampai 7,805. Jika 7,75 sampai 7,85 yang dimaksud, pengukuran harus ditulis sebagai 7,8.

Perhitungan yang dilakukan dalam statistika sering membutuhkan pembulatan angka. Pembulatan angka dilakukan dengan memperhatikan angka yang terdapat dibelakang angka terakhir. Bila angka tersebut lebih besar atau sama dengan dari 6, maka dibulatkan ke atas. Bila angka tersebut lebih kecil atau sama dengan dari 4, maka dibulatkan ke bawah.

Contoh :

72,8 pembulatan ke satuan terdekat adalah 73

72,8146 pembulatan ke per-ratusan terdekat adalah 72,81

72,465 pembulatan ke per-ratusan terdekat adalah 72,46

183,575 pembulatan ke per-ratusan terdekat adalah 183,58

Pembulatan angka dengan kasus angka 5 adalah angka yang terdapat dibelakang angka terakhir, maka pebulatan angka tersebut tidak boleh langsung ditetapkan ke atas seperti yang sering dilakukan selaama ini. Hal itu dapat menimbulkan bias yang cukup besar , karena hasil setelah pembulatan akan jauh lebih tinggi dibandingkan dengan sebelum pembulatan. Cara menghindarkan atau memperkecil galat pembulatan kumulatif *(cumulatif rounding errors)*, perlu diperhatikan ketentuan sebagai berikut:

Apabila angka genap mendahului 5, maka data dibulatkan ke angka genap (tetap). Apabila angka ganjil yang mendahului 5, maka pembulatan data dilakukan dengan menambahkan 1 pada angka ganjil tersebut (ke atas).

Contoh:

23,4675 pembulatan per-ribuan 23,468

23,4685 pembulatan per-ribuan 23,468

Perhitungan yang dilakukan dalam statistika juga harus memperhatikan aspek komputasi. Dalam melakukan perhitungan yang menyangkut perkalian, pembagian dan penarikan akar bilangan, hasil terakhir tidak dapat memiliki angka bermakna lebih dari pada bilangan dengan angka bermakna tersedikit.

Contoh:

73,24 x 4,52 = (73,24) (4,52) = 331

1,848/0,023 = 80

$\sqrt{38,7}$ = 6,22

(8,416) (50) = 420,8 jika 50 eksak

6.4. Sebaran Frekuensi

Sebaran frekuensi adalah suatu daftar/tabel yang memuat frekuensi dari suatu sebaran data tertentu. Contoh dari suatu populasi mengenai produksi susu sapi PFH dalam 250 hari (kg), bila data yang digunakan terbatas (n=10) maka sebaran data tersebut belum terlihat bentuknya. Peningkatan jumlah data yang digunakan akan menunjukkan bentuk yang sebenarnya dari sebaran data yang disajikan. Pada contoh di atas sebarannya berbentuk genta setangkup (kurva normal). Disamping bentuk setangkup, juga terdapat sebaran yang menceng (lebih menjulur pada salah satu ujungnya dibanding dengan sisi yang lain), sebaran bentuk C, bentuk U, dan lain-lain. Semuanya memberikan informasi yang berarti mengenai hubungan yang ditunjukkannya. Sebaran frekuensi kuantitatif berdasarkan peubah kontinyu merupakan sebaran frekuensi yang paling sering digunakan.

6.5. Penanganan Data

Dalam mekanisme pengolahan data, terdapat bagian dimana dilakukan 'pencermatan' terhadap data. Penanganan ini bertujuan untuk memilih statistik yang sesuai yang akan digunakan untuk mengolah data, sehingga efisiensi dan akurasi hasil pengolahan betul-betul tinggi. Makna penanganan data adalah mengidentifikasi data lewat pengukuran yang dilakukan dan bentuk sebarannya.

Berdasarkan peubah dalam biostatistika (terukur, urutan dan atribut) yang oleh Siegel (1985) dinyatakan sebagai data nominal, ordinal, interval dan ratio, dapat ditentukan cara penanganan data tersebut lewat test statistik yang sesuai untuk masing-masing tingkatan yang bersangkutan seperti terlihat pada tabel 2 berikut.

Berdasarkan Tabel 2. tersebut dapat diketahui bahwa test-test statistik dikelompokkan atas test statistik Parametrik dan test statistik Non Parametrik. Data skala nominal dan ordinal test statistik yang relevan adalah test statistik non parametrik, sedangkan untuk data interval dan ratio test statistik yang sesuai adalah test statistik parametrik dan non parametrik.

Beberapa metode statistik sangat mudah untuk digunakan sebab telah ada tabel-tabel khusus yang memberikan jawaban terhadap hasil pengujian hipotesis untuk diterima atau ditolak. Disamping itu dengan adanya beberapa paket program statistika untuk pengolahan data, sangat membantu mempermudah penanganan data.

Tabel 1. Skala Pengukuran dan Statistik yang Sesuai untuk Skala yang Bersangkutan.

Skala	Hubungan	Contoh-contoh	Test statistik yang sesuai
Nominal	Ekuivalensi Frekuensi Koefisien kontingensi.	Modus	Test statistik non parametrik
Ordinal	Ekuivalensi Lebih besar dari	Median Persentil Spearman rs Kendall t Kendall w	Test statistik non parametrik
Interval	Ekuivalensi Lebih besar dari Ratio semba- rang 2 interval diketahui hasilkali	Mean Deviasi standard Korelasi moment hasilkali Pearson Korelasi moment Ganda	Test statistik parametrik dan non parametrik
Ratio	Ekuivalensi Lebih besar dari Ratio semba- rang 2 interval diketahui Ratio semba- rang 2 harga skala diketahui	Mean geometrik Koefisien variasi	Test statistik parametrik dan non parametrik

Sumber: Spiegel *et al.* (1961).

DAFTAR PUSTAKA

Dajan, A. 1996. Pengantar Metode Statistika. Jilid I. Cetakan ke-18. Penerbit PT. Pustaka LP3ES, Jakarta.

Dixon, W.J. dan F.J. Massey, Jr. 1997. Pengantar Analisis Statistik. Cetakan ke-2. Diterjemahkan oleh: Sri Kustamtini S. dan Zanzawi S. Gadjah Mada University Press, Yogyakarta.

Sokal R.R. dan F.J.Rohlf. 1991. Pengantar Biostatistika. Edisi ke-2. Diterjemahkan oleh: Nasrullah dan Setyono Setyo Sunarto. Gadjah Mada University Press, Yogyakarta.

Spiegel, M.R., I. Y. Susila dan E. Gunawan. 1961. Statistik Edisi SI (Metrik). Schaum Publishing Company, Edinburg.

Steel R.G.D. dan J.H. Torrie. 1991. Prinsip dan Prosedur Statistika Suatu Pendekatan Biometrik. Cetakan ke-2. Diterjemahkan oleh: B.Sumantri. Penerbit PT.Gramedia, Jakarta.

Sudjana. 1975. Metode Statistika. Cetakan ke-1. Penerbit Tarsito. Bandung.

Walpole, R.E. 1988. Pengantar Statistika. Cetakan ke-3. Diterjemahkan oleh: B.Sumantri. Penerbit PT.Gramedia, Jakarta.

BAB VII

DISTRIBUSI FREKUENSI

Tujuan Instruksional Umum

Setelah mengikuti kuliah ini mahasiswa dapat menjelaskan dan membuat data kelompok dalam bentuk distribusi frekuensi dari data tunggal.

Tujuan Instruksional Khusus

Setelah mempelajari bab ini mahasiswa dapat menjelaskan :

1. Pengetian distribusi frekuensi
2. Aturan umum pembuatan distribusi frekuensi dari data tunggal
3. Pengetian grafik histogram dan poligon
4. Pengertian distribusi frekuensirelatif, distribusi frekuensi kumulatif dan grafik ogive

Uraian Dan Contoh

7.1. Distribusi Frekuensi

Pada waktu menyinpulkan sejumlah besar data mentah, sering sangat berguna mendistribusikan data kedalam kelas atau kelompok dan menetapkan banyaknya individu yang masuk kedalam setiap kelas atau kelompok dan menetapkan banyaknya individu yang masuk kedalam setiap kelas. Perdifinisi yang dimaksud distribusi frekuensi adalah suatu penyusunan tabulasi data memakai kelas bersama dengan frekuensi yang sesuai.

7.2. Aturan Umum Pembentukan Distribusi Frekuensi

- ✓ Buat array data mentah dengan menyusunnya berdasarkan nilai terkecil – terbesar (atau kebalikannya) dan kemudian tentukan nilai rentangnya (jarak).
- ✓ Tentukan jumlah kelasnya (pakai kaidah sturges)
  $k = 1 + 3{,}322 \log n$
- ✓ Tentukan interval kelasnya

Contoh : Data berikut adalah nilai 80 ekor bobot badan kambing peranakan etawah dan etawah di kab. Tegal (dalam kg).

68	84	75	82	68	90	62	88	76	93
73	79	88	73	60	98	71	59	85	75
61	65	75	87	74	62	95	78	63	72
66	78	82	75	94	77	69	74	68	60
96	78	89	61	75	95	60	79	83	71
79	62	67	97	78	85	76	65	71	75
65	80	73	57	88	78	62	76	53	74
86	67	73	81	73	63	76	75	85	77

Pertanyaan :

a. Buatlah array dari data mentah diatas
b. Tentukan rentangnya
c. Berapa jumlah kelas idealnya
d. Berapa nilai interval kelasnya
e. Buatlah tabel distribusi frekuensinya
f. Berapa nilai limit bawah dan atas dari kelas ke-3 dan tentukan juga batas bawah atas dari kelas tersebut
g. Carilah titik tengah kelas dari kelas diatas

Jawab :

a. Array dari data yaitu: 53,57,59 ....95,96,97.

b. Rentangnya = 100 – 50 = 50
(dilakukan pembulatan untuk mendapatkan interval kelas ideal)

c. Jumlah kelas ideal dihitung berdasarkan kaidah Sturges yaitu :
$k = 3{,}322 \log n + 1$
$= 1 + 3{,}322(\log 80) = 7{,}3221 \rightarrow 7$ (dibulatkan)

d. Nilai interval kelasnya
$$i = \frac{\text{rentang}}{\sum \text{kelas}} = \frac{50}{7} = 7{,}1428 \rightarrow 7 \text{(dibulatkan)}$$

Σ kelas = 7

e. Tabel distribusi frekuensinya

Kelas	Frekuensi
50 - 56	1
57 - 63	13
64 - 70	9
71 - 77	24
78 - 84	14
85 - 91	10
92 - 98	9
Total	80

f. Nilai limit bawah dan atas kelas ke-3 masing-masing adalah 64 dan 70. Nilai batas bawah dan atas dari kelas ke-3 masing-masing adalah 63,5 dan 70,5 (ini merupakan bilangan eksak, bila data dicatat sampai sepersepuluhan terdekat).

g. Titik tengah kelas dari kelas ke-3 adalah

$$\frac{64+70}{2} = 67 \quad \text{atau} \quad \frac{63{,}5+70{,}5}{2} = 67$$

Catatan :

Dalam penentuan jumlah kelas, metode statistik tidak pernah memberikan suatu aturan tertentu secara mutlak harus diikuti, lebih tergantung kepada pertimbangan-pertimbangan praktis yang masuk akal dari pengolah data sendiri.

Latihan :

Tabel berikut memperlihatkan distribusi frekuensi upah mingguan (dalam ribuan Rp) dari 65 karyawan perusahaan sapi perah "Karya Abadi" Semarang

Upah (Rp/1000)	Jumlah Karyawan
50,00 - 59,99	8
60,00 - 69,99	10
70,00 - 79,99	16
80,00 - 89,99	14
90,00 - 99,99	10
100,00 - 109,99	5
110,00 - 119,99	2
Total	65

Dengan merujuk tabel diatas tentukan :

a. Limit bawah kelas ke-6 Jawab= ....

b. Limit atas kelas keempat Jawab= ....

c. Titik tengah kelas dari kelas ke-3 Jawab= ....

d. Batas-batas dari kelas ke-5

batas bawah Jawab= ....

batas atas Jawab= ....

e. Interval kelas ke-5 Jawab= ....

f. Frekuensi kelas ke-3 Jawab= ....

g. Frekuensi relatif kelas ke-3 Jawab= ....

h. Selang kelas yang mempunyai frekuensi tertinggi Jawab= ....

i. Presentase karyawan yang berpenghasilan kurang dari Rp. 80.000,- Jawab= ....

7.3. Histogram

Histogram adalah himpunan siku empat yang mempunyai alas pada sumbu mendatar (sumbu X) dengan pusat pada titik tengah kelas dan panjangnya sama dengan ukuran selang kelas serta luasnya sebanding terhadap frekuensi kelas.

7.4. Poligon

Poligon adalah grafik dari frekuensi kelas yang dirajah terhadap titik tengah kelas, dapat diperoleh dengan menghubungkan titik tengah dari puncak siku empat dalam histogram.

7.5. Distribusi Frekuensi Relatif

Frekuensi relatif suatu kelas adalah frekuensi kelas dibagi total frekuensi semua kelas, dan umumnya diyatakan sebagai persentase. Ogive adalah suatu grafik dari poligon distribusi frekuensi kumulatif.

Contoh:

♦ **Distribusi Frekuensi Relatif**

Usia mahasiswa ekstensi	Jumlah mahasiswa	Persentase dari Σ keseluruhan
20 - 24	30	20
25 - 29	43	28,67
30 - 34	41	27,33
35 - 39	24	16
40 - 44	12	8
Total	150	100

♦ **Ogive (untuk distribusi kumulatif lebih dari)**

Upah (Rp/1000)	Frekuensi kumulatif lebih dari
50,00 atau lebih	65
60,00 atau lebih	57
70,00 atau lebih	47
80,00 atau lebih	31
90,00 atau lebih	17
100,00 atau lebih	7
110,00 atau lebih	2
120,00 atau lebih	0
Total	40

Latihan :

Perhatikan data bobot badan kambing Peranakan Etawah dan Etawah yang telah disusun dalam tabel distribusi frekuensi sebagai berikut:

Bobot badan (kg)	Frekuensi
50 - 56	1
57 - 63	13
64 - 70	9
71 - 77	24
78 - 84	14
85 - 91	10
92 - 98	9
Total	80

Pertanyaan :

a. Buatlah histogram dari tabel di atas
b. Buatlah poligon frekuensinya
c. buatlah ogive-nya
d. Buatlah tabel distribusi frekuensi relatifnya

DAFTAR PUSTAKA

Dajan, A. 1996. Pengantar Metode Statistika. Jilid I. Cetakan ke-18. Penerbit PT. Pustaka LP3ES, Jakarta.

Dixon, W.J. dan F.J. Massey, Jr. 1997. Pengantar Analisis Statistik. Cetakan ke-2. Diterjemahkan oleh: Sri Kustamtini S. dan Zanzawi S. Gadjah Mada University Press, Yogyakarta.

Sokal R.R. dan F.J.Rohlf. 1991. Pengantar Biostatistika. Edisi ke-2. Diterjemahkan oleh: Nasrullah dan Setyono Setyo Sunarto. Gadjah Mada University Press, Yogyakarta.

Spiegel, M.R., I. Y. Susila dan E. Gunawan. 1961. Statistik Edisi SI (Metrik). Schaum Publishing Company, Edinburg.

Steel R.G.D. dan J.H. Torrie. 1991. Prinsip dan Prosedur Statistika Suatu Pendekatan Biometrik. Cetakan ke-2. Diterjemahkan oleh: B.Sumantri. Penerbit PT.Gramedia, Jakarta.

Sudjana. 1975. Metode Statistika. Cetakan ke-1. Penerbit Tarsito. Bandung.

Walpole, R.E. 1988. Pengantar Statistika. Cetakan ke-3. Diterjemahkan oleh: B.Sumantri. Penerbit PT.Gramedia, Jakarta.

BAB VIII
UKURAN PEMUSATAN DAN UKURAN DISPERSI

Tujuan Instruksional Umum

Setelah mengikuti kuliah ini mahasiswa dapat menjelaskan dan menghitung ukuran pemusatan dan ukuran dispersi.

Tujuan Instruksional Khusus

Setelah mempelajari bab ini mahasiswa dapat menjelaskan dan menghitung:
1. Mean, median dan modus pada data tunggal.
2. Mean, median dan modus pada data kelompok.
3. Varians, simpangan baku dan koefisien varians pada data tunggal.
4. Varians, simpangan baku dan koefisien varians pada data kelompok.

Uraian Dan Contoh

8.1. Ukuran Pemusatan

Ukuran pemusatan adalah sebuah nilai yang dapat mewakili suatu himpunan data yang telah disusun menurut besarnya. Macamnya: rata-rata hitung, median, modus, rata-rata geometri dan rata-rata harmonis.

8.1.1. Rata- Rata Hitung, Median Dan Modus Pada Data Yang Belum Dikelompokkan
8.1.1.1. Rata – Rata Hitung (Mean)

Rata-rata hitung merupakan ukuran pemusatan yang paling umum dan dalam banyak hal dianggap yang terbaik, karena memiliki bias yang kecil terhadap harga sebenarnya. Dilambangkan dengan μ untuk populasi dan X untuk contoh. Satuannya sama dengan satuan pengamatan asal, mis. m, cm, g, kg dan sebagainya.

Rata-rata hitung diperoleh dengan menjumlahkan semua pengamatan dalam contoh dan membaginya dengan banyak pengamatan dalam contoh tersebut. Didefinisikan sebagai:

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

Sifat dari rata-rata hitung adalah jumlah aljabar simpangan-simpangan suatu himpunan bilangan dari rata-rata hitungnya selalu nol atau $\sum\left(X_i - \overline{X}\right) = 0$ Rata-rata hitung kurang tepat diterapkan pada jenis data yang cenderung mempunyai ekor yang memanjang ke salah satu sisi, ke kanan atau ke kiri.

Rata – rata gabungan dua himpunan didefinisikan sebagai:

$$\overline{X}_{12} = \frac{n_1\overline{x}_1 + n_2\overline{x}_2}{n_1 + n_2}$$

Contoh: Hitunglah rata – rata hitung bilangan : 8, 3, 5, 12 dan 10.

$$\overline{x} = \frac{8+3+5+12+10}{5} = \frac{38}{5} = 7{,}6$$

8.1.1.2. Median

Median adalah nilai yang posisinya ditengah – tengah sehingga membagi seluruh jumlah pengukuran ke dalam dua bagian yang sama. Bila jumlah data ganjil, posisi median didefinisikan sebagai :

$n = 2k - 1$

n = jumlah data

k = posisi median

X_k = data pada urutanke – k

$Me = X_k$

Bila jumlah data genap, posisi median didefinisikan sebagai:

$n = 2k$

$Me = ½(X_k + X_{k+1})$

Median paling sering digunakan untuk sebaran yang tidak sesuai dengan model peluang baku, sehingga metode non parametrik harus digunakan. Kadang-kadang median merupakan ukuran pemusatan yang lebih mewakili dibanding rata-rata hitung, khususnya untuk data yang sebarannya tidaak setangkup. Contohnya pada analisis faktor-faktor yang mempengaruhi biaya produksi suatu usaha peternakan. Biaya penyusutan sangat tergantung pada skala usaha. Skala besar biaya penyusutan juga besar. Data seperti ini akan menggeser rata-rata hitung kenilai yang tidak mewakili. Sebaliknyaa median hanya sedikit terpengaruh oleh data ekstrim yang muncul dari contoh di atas.

Contoh: Hitunglah median dari 3, 6, 8 dan 11.

$n = 2k$

$4 = 2\,k \longrightarrow k = 4/2 = 2$

$Me = ½\,(6 + 8) = 7$

8.1.1.3. Modus

Modus adalah nilai yang muncul dengan frekuensi paling banyak. Modus jarang digunakan dalam bidang biologi. Sebaran yang mempunyai dua puncak disebut dwimodus, dan yang lebih dari dua disebut multimodus. Sering digunakan untuk menentukan rata – rata data kualitatif.

Diantara ketiga ukuran pemusatan, rata-rata hitung memiliki keuntungan nisbi yang lebih baik dibanding median dan modus, karena mempunyai simpangan baku yang lebih kecil, lebih mudah ditangani secara matematis, cenderung mengikuti sebaran normal meskipun data aslinya tidak menyebar normal dan lebih peka terhadap bentuk distribusi frekuensi. Pada data yang menyebar setangkup (simetrik), rata – rata hitung, median dan modus akan memberikan hasil yang sama.

Contoh : Hitunglah modus dari : 12, 34, 14, 34, 28, 34, 34, 28, 15.

Frekuensi terbesar pada 34 (f = 4) maka Mo = 34

8.1.2. Rata-Rata Hitung, Median dan Modus pada Data yang Telah Dikelompokkan dalam Distribusi Frekuensi

8.1.2.1. Rata – Rata Hitung

Dirumuskan sebagai :

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i m_i}{\sum f_i}$$

Keterangan:

$\overline{X}$ = rata–ratahitung

f_i = frekuenskelas

m_i = titik tenghkelas

Contoh: Data bobot badan kambing PE di Kabupaten Tegal

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i \, m_i}{\sum fi} = 6081 / 80 = 76{,}01$$

Bobot Badan (Kg)	f_i	M_i	$f_i m_i$
50 - 56	1	53	53
57 - 63	13	60	780
64 - 70	9	67	603
71 - 77	24	74	1776
78 - 84	14	81	1134
85 - 91	10	88	880
92 - 98	9	95	855
Total	80	-	6081

8.1.2.2. Median

Bobot Badan (Kg)	f	Tepi Kelas	Frek. Kum. Kurang Dari
		49,5	0
50 - 56	1	56,5	1
57 - 63	13	63,5	14
64 - 70	9	70,5	23
71 - 77	24	77,5	47
78 - 84	14	84,5	61
85 - 91	10	91,5	71
92 - 98	9	98,5	80
Total	80	-	80

$n/2 = 40$

Dirumuskan sebagai :

$$Me = B + \frac{(n/2) - f}{f_m - f} \times i$$

B = Tepi kelas di bawah dimana Me terdapat

n = Jumlah data

f = Frekuensi kumulatif yang bersesuaian dengan B

f_m = Frekuensi kumulatif yang sesuai dengan tepi kelas atas dari kelas dimana median dihitung

i = Besarnya interval kelas

$$Me = 70{,}5 + \frac{(80/2) - 23}{47 - 23} \times 7$$

$$= 70{,}5 + 4{,}96$$

$$= 75{,}46$$

8.1.2.3. Modus

Dirumuskan sebagai :

$$Mo = B + \frac{f_0 - f_{-1}}{(f_0 - f_{-1}) + (f_0 - f_1)} \times i$$

B = Tepi kelas bawah dari kelas modus

f_0 = Frekuensi kelas dari kelas modus

f_1 = Frekuensi kelas sesudah kelas modus

f_{-1} = Frekuensi kelas sebelum kelas modus

i = Interval kelas

$$Mo = 70{,}5 + \frac{24 - 9}{(24 - 9) + (24 - 14)} \times 7$$

$$= 70{,}5 + 2{,}33$$

$$= 72{,}83$$

8.2. Ukuran Penyebaran

Ukuran penyebaran adalah derajat sampai seberapa data numerik cenderung untuk tersebar disekitar suatu nilai rata – rata. Bila kita memiliki beberapa kelompok data yang rata-rata hitungnya sama, sebarannya normal tapi tingkat keruncingannya berbeda, maka dibutuhkan ukuran penyebaran untuk menjelaskan cirri dari sebaran data tersebut. Macamnya : rentang, rata – rata simpangan, simpangan baku, varians, koefisien varians, angka baku z.

8.2.1. Varian, Simpangan Baku Dan Koefisien Varians Dari Data Yang Belum Dikelompokkan

8.2.1.1. Varians (Ragam)

Varians merupakan besaran yang penting sekali dalam statistik dan sering digunakan. Satuan dari varians adalah satuan kuadrat, untuk menghilangkan pengaruh pengkuadratan, diambil akar positif varians dan diperoleh simpangan baku. Varians dilambangkan dengan σ^2 untuk populasi dan S^2 untuk contoh. Disebut juga kuadrat tengah

Didefinisikan sebagai fungsi simpangan kuadrat dengan rumus sebagai berikut:

$$JK = \sum_{i=1}^{N} (Y_i - \mu)^2$$

JK = Jumlaah kuadrat

$KT = JK / N$ KT = Kuadrat tengah

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} (Y_i - \mu)^2}{N}$$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}$$

S^2 gabungan dari dua buah himpunan didefinisikan sebagai :

$$S^2 = \frac{(n_1 - 1) S_1^2 + (n_2 - 1) S_2^2}{(n_1 + n_2) - 2}$$

8.2.1.2. Simpangan Baku

Simpangan baku merupakan akar ragam (varians) dari contoh dan paling banyak digunakan, dan dinyatakan dalam satuan asli pengukuran. Dilambangkan dengan σ untuk populasi dan S untuk contoh.

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

$$\sigma^2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (Y_i - \mu)^2}{N}}$$

$$S = \sqrt{S^2}$$

$$S^2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - X)^2}{n - 1}}$$

Contoh : Hitunglah varians dan simpangan baku dari : 3, 6, 8, 11

$$S^2 = \frac{(3-7)^2 + (6-7)^2 + (8-7)^2 + (11-7)^2}{4 - 1}$$

$$= 34 / 3 = 11{,}33$$

$$S = \sqrt{11{,}33} = 3{,}37$$

8.2.1.3. Koefisien Varians

Setelah besaran simpangan baku kita peroleh, maka kita dapat menentukan dugaan besarnya ragam dari populasi. Sehingga bila diinginkan untuk membandingkan besar simpangan baku satu populasi terhadap populasi lain dapat kita lakukan. Apabila populasi-populasi tersebut rata-rata hitungnya berbeda, digunakan koefisien varians (CV) dalam membedakan besar simpangan bakunya. Koefisien varians juga berguna bagi peneliti utuk mengevaluasi hasil – hasil yag diperoleh dari beberapa percobaan yag meneliti ciri – ciri yang sama yang mungkin dilaksanakan oleh orang – orang yang berbeda.

Didefinisikan sebagai simpangan baku contoh yag dinyatakan sebagai persentase terhadap nilai tengah contohya.

$$KV = \frac{S}{\bar{X}} \times 100\,\%$$

Untuk menentukan KV terlalu besar atau terlalu kecil diperlukan pengalaman dengan data serupa. Secara umum yang layak antara 5 - 15 %. Jika < 5 % atau > 15 % dan data tidak tersebar normal, maka perlu penyetabilan keragaman. Mis. Dengan transformasi data.

Contoh : hitunglah KV dari data 3, 6, 8, 11

$$KV = (3{,}37 / 7) \times 100\,\%$$

$$= 48{,}14\,\%$$

8.2.2. Varian, Simpangan Baku Dan Koefisien Varian Dari Data Yang Telah Dikelompokkan Dalam Distribusi Frekuensi

Contoh : Data Bobot Badan Kambing PE di Kabupaten Tegal

Bobot Badan (Kg)	f	m_i	$m_i - \bar{x}$	$(m_i - \bar{x})^2$	$f(m_i - \bar{x})^2$
50 - 56	1	53	- 23	529	529
57 - 63	13	60	- 16	256	3328
64 - 70	9	67	- 9	81	729
71 - 77	24	74	- 2	4	96
78 - 84	14	81	5	25	350
85 - 91	10	88	12	144	1440
92 - 98	9	95	19	361	3249
Total	80	-	-	-	9721

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i (m_i - x)^2}{n - 1}$$

$S^2 = 9721 / 79 = 123{,}05$

$S = \sqrt{123{,}05} = 11{,}09$

KV = (11,09 / 76,01) x 100 %
= 14,59 %

DAFTAR PUSTAKA

Dajan, A. 1996. Pengantar Metode Statistika. Jilid I. Cetakan ke-18. Penerbit PT. Pustaka LP3ES, Jakarta.

Dixon, W.J. dan F.J. Massey, Jr. 1997. Pengantar Analisis Statistik. Cetakan ke-2. Diterjemahkan oleh: Sri Kustamtini S. dan Zanzawi S. Gadjah Mada University Press, Yogyakarta.

Sokal R.R. dan F.J.Rohlf. 1991. Pengantar Biostatistika. Edisi ke-2. Diterjemahkan oleh: Nasrullah dan Setyono Setyo Sunarto. Gadjah Mada University Press, Yogyakarta.

Spiegel, M.R., I. Y. Susila dan E. Gunawan. 1961. Statistik Edisi SI (Metrik). Schaum Publishing Company, Edinburg.

Steel R.G.D. dan J.H. Torrie. 1991. Prinsip dan Prosedur Statistika Suatu Pendekatan Biometrik. Cetakan ke-2. Diterjemahkan oleh: B.Sumantri. Penerbit PT.Gramedia, Jakarta.

Sudjana. 1975. Metode Statistika. Cetakan ke-1. Penerbit Tarsito. Bandung.

Walpole, R.E. 1988. Pengantar Statistika. Cetakan ke-3. Diterjemahkan oleh: B.Sumantri. Penerbit PT.Gramedia, Jakarta.

BAB IX

PENGANTAR SEBARAN PELUANG

Tujuan Instruksional Umum

Setelah mengikuti kuliah ini mahasiswa dapat menjelaskan dan menghitung sebaran peluang.

Tujuan Instruksional Khusus

Setelah mempelajari bab ini mahasiswa dapat:

1. Menghitung sebaran binomial.
2. Menghitung sebaran poisson.
3. Menghitung sebaran frekuensi peubah kontinyu (sebaran normal).
4. Menjelaskan sifat-sifat sebaran normal.
5. Menghitung peluang sebaran normal.

Uraian dan Contoh

Generalisasi yang berkaitan dengan inferensia statistik mempunyai unsur ketidakpastian, karena kita hanya mendasarkan pada informasi parsial yang diperoleh. Penanggulangan ketidakpastian itu, pemahaman teori peluang sangatlah mendasar, agar kita dapat menyususn model matematik yang secara teori dapat menjelaskan perilaku populasi yang dibangkitkan oleh percobaannya Model-model teoritik itu, yang sangat mirip dengan sebaran frekuensi relatif yang disebut sebaran peluang. Pada sebaran frekuensi telah dibahas mengenai jumlah pengamatan (frekuensi) dari suatu variat tertentu.

Contoh:

Produksi susu sapi PFH 250 hari (Kg). Tabel 5. berikut memberikan informasi mengenai frekuensi mutlak dan relatif dari produksi susu tersebut yang berasal dari 58 pengamatan.

Tabel 4. Produksi Susu Sapi PFH selama 250 Hari (Kg).

Produksi susu (kg)	Freq.Mutlak	Freq.Relatif
2000	10	0,1724
3000	12	0,2069
4000	14	0,2414
5000	12	0,2069
6000	10	0,1724
Total	58	1,0000

Sumber: Warwick *et.al.* (1984)

Dari Tabel 4. tersebut terlihat bahwa dari total 58 pengamatan untuk masing-masing variat (2000 s/d 6000) frekuensi mutlaknya berturut-turut adalah 10, 12, 14, 12 dan 10. Sedangkan frekuensi relatifnya 0,1724 , 0,2069 , 0,2414 , 0,2069 dan 0,1724.

Satu kasus saja dari sebaran frekuensi di atas misalnya variat 4000 dimana jumlah pengamatannya adalah 14 ekor, kemudian membaginya dengan total pengamatan n = 58 diperoleh 0,2414 yang merupakan frekuensi relatif dari variat produksi susu kelompok 4000 kg. Nilai 0,2414 adalah pernyataan peluang dari kemungkinan terambilnya variat 4000 apabila dilakukan pengambilan secara acak terhadap contoh n = 58 tersebut. Secara sederhana dapat dikatakan bahwa variat 4000 peluangnya terambil sebagai anggota contoh sebesar 24,14 persen.

Jadi nilai-nilai frekuensi relatif tersebut adalah kumpulan nilai peluang yang memiliki distribusi atau sebaran tertentu. Makin banyak (n) pengamatan maka makin jelas dan pasti bentuk dari sebaran peluangnya.

9.1. Sebaran Peluang Binomial

Nilai X1, X2, X3, ..., Xn masing-masing merupakan peubah acak yang bebas stokastik sesamanya, serta menyebar secara Bernoulli (ada dua kejadian di dalam ruang contoh), maka peubah tersebut merupakan peubah acak yang menyebar menurut kaidah Binomial, dimana timbulnya kejadian X = x , adalah:

$$p(x) = C(n,x)\ q^{x}\ (1-q)^{n-x}\ ,\ x = 0, 1, 2, \ldots\ldots, n$$

Contoh:

Pengalaman 51% dari pada telur yang menetas akan menjadi ayam pejantan Berapakah peluang agar dari 10 butir telur yang menetas terdapat 3 ekor ayam jantan dan 7 ekor ayam betina.

Jawab:

Ditetaskannya seekor ayam jantan dapat dimisalkan sebagai timbulnya kejadian X=x, x = 0, 1, 2,....,10. Maka x=3 sedang n = 10 dan q = 0,51 sehingga peluang yang ditanyakan ialah:

$$P(x\text{=jantan; } n\text{-}x\text{=betina}) = C\,(10{,}3)\,(0{,}51)^3\,(0{,}49)^7 = 0{,}1083$$

Sebaran peluang Binomial adalah sebaran peluang data diskret.

Berikut ini adalah nilai-nilai koefisien binomium Newton.

Tabel 5. Nilai-nilai Koefisien Binomium Newton

	C(n,x) untuk x =										
n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1										
1	1	1									
2	1	2	1								
3	1	3	3	1							
4	1	4	6	4	1						
5	1	5	10	10	5	1					
6	1	6	15	20	15	6	1				
7	1	7	21	35	35	21	7	1			
8	1	8	28	56	70	56	28	8	1		
9	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1	
10	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1
11	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11
12	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66
13	1	13	78	286	715	1287	1716	1716	1287	715	286
14	1	14	91	364	1001	2002	3003	3432	3003	2002	1001
15	1	15	105	455	1365	3003	5005	5005	6435	6435	3003
dst											

9.2. Sebaran Peluang Poisson

Apabila dari fungsi peluang binomial, dengan suatu peluang timbulnya kejadian sangat kecil, maka fungsi peluang binomial berubah menjadi fungsi peluang Poisson. Sebaran ini berparameter tunggal. Kaidah peluang Poisson berguna untuk menentukan suatu pendekatan bagi timbulnya suatu kejadian X=x yang menyebar secara binomial, kalau n besar dan q kecil nilainya. Misalnya saja untuk menghitung kerapatan bakteria di dalam sel-sel kisi suatu kaca obyek di bawah mikroskop. Jumlah sel-sel kisi biasanya sebanyak 10 x 10 buah. Jika X = jumlah bakteri yang kelihatan dalam satu sel kisi tersebut, maka X akan menyebar mendekati sebaran Poisson.

Pada umumnya rumus untuk sebaran peluang binomium dapat digunakan secara memuaskan untuk menghitung nilai-nilai b (x ; N,p) dimana x = 0,1,2,...., N. Jika parameter N ternyata besar sekali (N > 50), sedangkan p kecil (p < 0,10) sehingga hasil perkalian Np – nya menjadi moderat, maka perhitungan p(X=x) tidak mudah dilakukan. Maka pemecahan b (x ; N,p) akan lebih mudah dilakukan dengan menggunakan pendekatan poisson. Bila kita persamakan Np = μ, maka rumus poisson dapat diberikan sebagai berikut:

$$P(x : N,p) = p(x) = p(X=x) = \frac{\mu^{x}\, e^{-\mu}}{x\,!}$$

Dimana x dapat merupakan nilai-nilai 0,1,2, ..., N dan e = 2,71828. Nilai $e^{-\mu}$ dapat dicari pada tabel nilai $e^{-\mu}$. Sebaran peluang poisson mempunyai parameter rata-rata μ dan simpangan baku σ, sebagai berikut:

$$\mu = Np = \sigma^2$$

$$\sigma = \sqrt{Np}$$

Contoh :

Berdasarkan pengalaman, sebuah mesin tetas yang berkapasitas 2000 butir telur, pada saat dioperasikan hanya sebutir telur yang tidak menetas. Mahasiswa Fak. Peternakan UNDIP ingin mengetahui berapa peluang memperoleh 0,1,2,3,4, dan 5 butir telur yang tidak menetas dari proses penetasan yang hanya diisi 1000 butir telur.

Jawab :

Disini p = 1/2000 (lebih kecil dari 0,10) dan N = 1000 (lebih besar dari 50), sehingga pendekatan poisson dapat dilakukan. Dari nilai p dan N tersebut maka μ = 0,50. Sebaran poisson secara berturut-turut dapat diberikan sebagai berikut:

$$\text{(a). } P(X=x=0) = \frac{(0,.50)^{0}\, e^{-0,50}}{0!} = 0,6066$$

(b). $P(X{=}x{=}1) = \dfrac{(0,.50)^{1}\, e^{-0,50}}{1!} = 0,3033$

(c). $P(X{=}x{=}2) = \dfrac{(0,.50)^{2}\, e^{-0,50}}{2!} = 0,07582$

(d). $P(X{=}x{=}3) = \dfrac{(0,.50)^{3}\, e^{-0,50}}{3!} = 0,01264$

(e). $P(X{=}x{=}4) = \dfrac{(0,.50)^{4}\, e^{-0,50}}{4!} = 0,00158$

(f). $P(X{=}x{=}5) = \dfrac{(0,.50)^{5}\, e^{-0,50}}{5!} = 0,000184$

Contoh:

Suatu kebun bibit menjamin, bahwa bibit yang berasal dari kebun itu memiliki daya tunas sebesar 98%. Berapa peluang bahwa seorang pembeli mendapatkan didalam 100 batang tanaman yang dibelinya 0, 1, 2, 3,...., 100 tanaman yang tidak mampu tumbuh?

Jawab:

Pada persoalan ini, n=100 q= 1,00 - 0,98 = 0,02 =0,02(100)=2

Kalau X ialah jumlah bibit yang gagal bertunas, maka:

$$P(x : N,p) = p(x) = p(X{=}x) = \frac{\mu^{x}\, e^{-\mu}}{x\,!}$$

Nilai-nilainya untuk x = 0, 1, 2,........,100 tersusun sebagai berikut:

x	P (X=x)
0	0,1353
1	0,2707
2	0,2707
3	0,1804
4	0,0902
5	0,0361
6	0,0120
7	0,0034
8	0,0009
9	0,0002
10	0,0000
.	.
100	0,0000

9.3. Sebaran Frekuensi Peubah Kontinyu (Sebaran Normal)

Peubah acak kontinyu dan fungsi kepekatannya muncul bila data percobaan adalah data kontinyu. Hasil pengukuran selang waktu, bobot badan, tinggi pundak, volume dan lain sebagainya dapat dinyatakan dengan suatu sebaran kontinyu . Seperti juga terdapat beberapa sebaran peluang diskret yang khusus, kita juga mengenal banyak sekali sebaran kontinyu, yang grafiknya mungkin menunjukkan adanya kemenjuluran atau dalam beberapa kasus setangkup sempurna. Namun yang paling penting adalah suatu sebaran kontinyu yang grafiknya berbentuk genta dan menjulur tak terbatas dalam kedua arah. Sebaran inilah yang merupakan landasan bagi sebagian besar teori inferensia statistik.

Banyak fenomena biologi yang sebaran datanya mendekati normal, sehingga sebaran ini menjadi dasar bagi teori statistik yang digunakan oleh para ahli biologi. Grafik sebaran normal juga disebut kurva Gauss. Lokasi pusat kurva ini terletak pada μ , gemuk-kurusnya kurva tergantung pada besarnya varians. Nilai varians yang kecil akan menyebabkan kurvanya tinggi dan ramping, sedangkan varians yang besar menyebabkan kurvanya pendek dan gemuk.

9.4. Sifat-sifat Sebaran Normal

Fungsi kepekatan normal digambarkan oleh rumus berikut:

$$Z = \frac{1}{2} \, e^{-\frac{1}{2}(X-\mu/)^2}$$

Di sini Z menunjukkan tinggi ordinat kurva yang menggambarkan kerapatan variat. Z merupakan peubah tidak bebas karena merupakan fungsi peubah X. Terdapat dua konstanta dalam rumus di atas, yakni

= 3,14159   e = 2,71828

Pada fungsi kepekatan normal, terdapat 2 parameter yaitu parameter rata-rata hitung (μ) dan parameter simpangan baku (σ), yang menentukan lokasi dan bentuk penyimpangan. Kurva normal adalah setangkup terhadap rata-rata hitungnya. Oleh karena itu rata-rata hitung, median dan modus sebaran normalnya semuanya berada pada titik yang sama. Persentase variat yang mengikuti sebaran normal, akan terletak pada batas-batas yang ditunjukkan sebagai berikut:

$\mu \pm$ berisi 68,27% variat

$\mu \pm 2$ berisi 95,45% variat

$\mu \pm 3$ berisi 99,73% variat

sebaliknya:

50% variat berada dalam kisaran $\mu \pm 0{,}674$

95% variat berada dalam kisaran $\mu \pm 1{,}960$

99% variat berada dalam kisaran $\mu \pm 2{,}576$

Sebaran normal merupakan sebaran yang paling banyak digunakan dalam statistika, dimana penerapannya dapat dibagi sebagai berikut:

1. Sebelum kita menerapkan suatu uji tertentu terhadap suatu contoh, kita harus mengetahui terlebih dahulu apakah contoh tersebut sebarannya normal atau tidak. Untuk menguji hal ini, maka kita harus menghitung frekuensi harapan untuk kurva normal dimana rata-rata hitung dan simpangan bakunya sama, dengan menggunakan tabel luas daerah kurva normal.

2. Suatu contoh telah mengikuti sebaran normal, maka kita dapat menerima atau menolak hipotesis mengenai sifat-sifat faktor yang mempengaruhi fenomena yang dipelajari. Beberapa keadaan yang cenderung menghasilkan sebaran normal, yaitu: (a) adanya banyak faktor (b) faktor-faktor ini kemunculannya saling tidak gayut (c) faktor-faktor ini pengaruhnya aditif dan (d) sumbangannya ke varians adalah sama besar. Jadi jika kita mendapatkan bahwa suatu peubah mengikuti sebaran normal, kita tidak mempunyai alasan untuk

menolak hipotesis bahwa faktor penyebab yang mempengaruhi peubah adalah yang bersifat aditif, saling tidak gayut dan mempunyai varians yang sama. Sebaliknya bila kita mendapatkan penyimpangan terhadap kaidah normal, hal ini memberi petunjuk akan adanya kekuatan tertentu, seperti seleksi, yang mempengaruhi peubah yang telah dipelajari. Sebagai contoh, sebaran dengan dwimodus menunjukkan tercampurnya pengamatan- pengamatan dari dua populasi. Kemencengan pada hasil susu menunjukkan bahwa catatan hasil susu tersebut merupakan catatan sapi-sapi terpilih, dan sapi-sapi perah yang tidak unggul tidak disertakan dalam catatan tersebut.

3. Jika kita berasumsi bahwa suatu sebaran adalah normal, kita dapat membuat suatu peramalan dan menguji suatu hipotesis berdasarkan atas asumsi ini.

9.5. Perhitungan Peluang Sebaran Normal

Luas daerah dibawah kurva diantara 2 ordinat X = a dan X = b, dimana a<b, adalah menyatakan peluang bahwa X terletak antara a dan b, dan dinyatakan:
Sebaran normal adalah salah satu sebaran. Peluang variabel nacak kontinyu, mempunyai fungsi densitas f (x) darimana probabilitasnya dapat dihitung.

$$\int_{-\sim}^{\sim} f(x)\,dx = 1 \longrightarrow \quad \text{untuk } -\sim < x < \sim$$

$$\text{jika } f(x) = Y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \; e^{-1/2\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

maka :

$$\int_{-\sim}^{\sim} (\sigma\sqrt{2\pi})^{-1}\, e^{-1/2\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx = 1$$

untuk menentukan probabilitas harga x antara a dan b yakni p (a < x > b), maka :

$$p(a < x > b) = \int_{b}^{a} (\sigma\sqrt{2\pi})^{-1}\, e^{-1/2\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx$$

Penggunaan rumus diatas tak perlu digunakan, karena sudah ada daftar distribusi normal standar, yaitu suatu distribusi normal dengan rata-rata $\mu = 0$ dan simpangan baku $\sigma = 1$. Agar daftar distribusi normal standar dapat digunakan maka distribusi normal umum yang fungsi densitasnya:

jika $f(x) = Y = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-1/2 \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$

dirubah menjadi distribusi normal standar yang fungsi densitasnya :

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-1/2\, z^2}$$

Sebaran normal didefinisikan oleh persamaan

$$Y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-1/2 \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

dimana :

π = Nilai konstan yang bila ditulis hingga 4 desimal = 3,1416
e = Bilangan konstan yang bila ditulis dalam 4 desimal = 2,7183
μ = Parameter, ternyata merupakan rata-rata untuk distribusi
σ = Parameter, merupakan simpangan baku untuk distribusi

Rumus diatas tidak perlu kita gunakan, karena telah ada suatu daftar normal standard. Untuk menggunakan daftar (Tabel Z) ini, data yang sebarannya normal umum diubah ke normal standard dengan menggunakan transformasi:

$$Z = (X - \mu) / \sigma$$

Setelah sebaran normal baku diperoleh, maka daftar sebaran normal baku dapat kita gunakan.

Caranya :

1. Hitung Z hingga 2 desimal
2. Gambar kurvanya
3. Letakkan harga Z pada sumbu datar lalu tarik garis vertikal memotong kurva
4. Luas yang tertera dalam daftar adalah luas daerah antara garis vertikal yang memotong kurva tsb. dengan garis tegak dititik 0 (nol)
5. Dalam daftar cari tempat harga Z pada kolom paling kiri, hanya hingga satu desimal dan desimal kedua dicari pada baris paling atas
6. Dari Z dikolom kiri maju kekanan dan dari Z dibaris atas turun ke bawah, maka diperoleh bilangan yang merupakan luas yang dicari. Bilangan yang didapat ditulis dalam bentuk 4 desimal (0,xxxx).

Contoh :

Antara Z = 0 dan Z = 1,2

Di bawah Z pada kolom kiri cari 1,2 dan di atas cari angka nol. Dari 1,2 maju ke kanan dan dari nol turun, didapat angka 3849. Maka luas daerah yang dicari (daerah diarsir) = 0,3849

Penelitian yang menggunakan contoh perlu dilakukan uji normalitas terhadap data yang diperoleh dari contoh tersebut. Pengujian dilakukan melalui test kecocokan dengan membandingkan antara frekuensi hasil pengamatan (observasi) dari penelitian dengan frekuensi yang diharapkan berdasarkan model sebaran normal (Baca Bab X).

DAFTAR PUSTAKA

Dajan, A. 1996. Pengantar Metode Statistika. Jilid I. Cetakan ke-18. Penerbit PT. Pustaka LP3ES, Jakarta.

Dixon, W.J. dan F.J. Massey, Jr. 1997. Pengantar Analisis Statistik. Cetakan ke-2. Diterjemahkan oleh: Sri Kustamtini S. dan Zanzawi S. Gadjah Mada University Press, Yogyakarta.

Sokal R.R. dan F.J.Rohlf. 1991. Pengantar Biostatistika. Edisi ke-2. Diterjemahkan oleh: Nasrullah dan Setyono Setyo Sunarto. Gadjah Mada University Press, Yogyakarta.

Spiegel, M.R., I. Y. Susila dan E. Gunawan. 1961. Statistik Edisi SI (Metrik). Schaum Publishing Company, Edinburg.

Steel R.G.D. dan J.H. Torrie. 1991. Prinsip dan Prosedur Statistika Suatu Pendekatan Biometrik. Cetakan ke-2. Diterjemahkan oleh: B.Sumantri. Penerbit PT.Gramedia, Jakarta.

Sudjana. 1975. Metode Statistika. Cetakan ke-1. Penerbit Tarsito. Bandung.

Walpole, R.E. 1988. Pengantar Statistika. Cetakan ke-3. Diterjemahkan oleh: B.Sumantri. Penerbit PT.Gramedia, Jakarta.

BAB X
REGRESI

Tujuan Instruksional Umum

Setelah mengikuti kuliah ini mahasiswa dapat menghitung persamaan regresi linear dan uji signifikansinya

Tujuan Instruksional Khusus

Setelah mempelajari bab ini mahasiswa dapat menghitung:

1. Persamaan regresi linier
2. Uji signifikansi dalam regresi linear

Uraian dan Contoh

Pemikiran ilmiah mengenai hubungan pasangan peubah dihipotesiskan sebagai hubungan sebab akibat. Penentuan hubungan sebab akibat berupa signifikansi hubungan fungsional antara dua peubah dengan prosedur ilmiah diperlukan suatu *fungsi*. *Fungsi* adalah hubungan matematika yang memungkinkan penentuan nilai peubah Y pada nilai tertentu peubah X.

10.1. Persamaan Regresi Linear

Persamaan regresi linear merupakan persamaan yang menggambarkan hubungan dua peubah menjadi garis lurus dalam grafiknya. Hubungan kedua peubah tersebut dinyatakan dengan rumus: $Y = a + bx$

Pada pesamaan tersebut Y adalah fungsi X [Y = f(X)]. Peubah Y disebut sebagai peubah tidak bebas, karena besarnya nilai Y tergantung dari besanya nilai X. Peubah X disebut sebagai peubah bebas, karena nilai yang akan menggantikan X bebas untuk berubah sesuai keinginan peneliti. Nilai koefisien a merupakan perpotongan garis fungsi f(X) dengan sumbu Y yang disebut intersep Y. Jika peubah bebas (X) bernilai 0, maka peubah tidak bebas (Y)akan bernilai sebesar a. Nilai koefisien b menunjukkan kemiringan (lereng) garis linear yang disebut koefisien regresi. Peningkatan 1 unit peubah bebas (X) akan meningkatkan sebesar b unit peubah tidak bebas (Y).

Penelitian sesungguhnya menunjukkan bahwa hasil pengamatan yang dilakukan tidak akan terletak tepat pada garis regresi, tetapi menyebar pada kedua sisi garis. Sebaran ini biasanya disebabkan keragaman alami yang dimiliki data (karena factor genetik dan lingkungan) atau karena sesatan ukur. Jadi regresi hubungan fungsional tidak berarti bahwa untuk suatu nilai X tertentu, nilai Y harus sama dengan a + bX, melainkan rerata (nilai harapan) Y adalah $a + bx$.

Model yang paling umum dan cocok untuk percobaan adalah regresi model I, berdasarkan 4 asumsi:

1. Peubah bebas X diukur tanpa kesalahan (tertentu). Peubah tidak bebas (Y) adalah peubah acak akibat pengaruh peubah bebas (X) yang tidak berubah secara acak tetapi di bawah kendali peneliti.
2. Nilai harapan peubah untuk sembarang nilai X digambarkan sebagai fungsi linear: $\mu_Y = \acute{\alpha} + \beta X$. Fungsi ini sama dengan di atas, namun menggunakan huruf Yunani (sebagai a dan b), karena kita menggambarkan parameter hubungan.
3. Untuk sembarang nilai Xi yang merupakan nilai dari X, Y menyebar normal dan saling bebas. Hal ini dapat dituliskan sebagai persamaan: $Y_i = \acute{\alpha} + \beta X_i + \varepsilon_i$ dengan ε_i diasumsikan sebagai sesatan yang distribusinya adalahnormal dengan rerata nol (0).
4. Asumsi yang terakhir bahwa contoh-contoh di sepanjang garis regresi adalah *homoscedastic*; yaitu bahwa contoh mempunyai varians σ^2 yang sama. Kita menganggap bahwa varians di sekitar garis regresi adalah tetap dan tidak tergantung pada besar X atau Y.

10.2. Uji Signifikansi dalam Regresi Linear

Penafsiran regresi yang dijelaskan di atas adalah suatu metode untuk memperoleh penduga Y untuk tiap nilai X tertentu. Penafsiran lainnya adalah metode untuk menjelaskan sebagian keragaman peubah tidak bebas (Y) dipandang dari keragaman peubah bebas (X). Penentuan ketepatan pendekatan persamaan regresi linear pada 2 peubah (X dan Y) harus diuji dahulu. Uji hipotesis dari persamaan $Y_i = \acute{\alpha} + \beta X_i + \varepsilon_i$ yang dimaksud adalah: Ho: $\beta = 0$; Hi : $\beta \neq 0$. Apabila terima Ho tolak Hi, maka persamaan tersebut tidak tepat sebagai persamaan regresi linear. Sebaliknya apabila tolak Ho terima Hi, persamaan tersebut tepat sebagai persamaan regresi linear. Uji yang dilakukan dengan uji F.

Contoh:

Y	8,98	8,14	6,67	6,08	5,90	5,83	4,68	4,20	3,72
X	0	12,0	29,5	43,0	53,0	62,5	75,5	85,0	93,0

Hasil perhitungan

$n = 9$; $\sum X = 453{,}5$; $\sum Y = 54{,}20$; $\bar{X} = 50{,}389$

$\sum XY = 2289{,}260$; $\sum X^2 = 31152{,}75$; $\sum Y^2 = 350{,}5350$; $\bar{Y} = 6{,}022$

$$\sum x^2 = \sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n} \; ; \quad \sum y^2 = \sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{n} ; \quad \sum xy = \sum XY - \frac{(\sum X)(\sum Y)}{n}$$

$= 8301{,}3889$ $\qquad = 24{,}1306$ $\qquad = -441{,}81$

Koefisien regresi (b):

$b = \sum xy / \sum x^2 = -441{,}81 / 8301{,}3889 = -0{,}05322$

Intesep Y (a):

$a = \overline{Y} - (b \times \overline{X}) = 6{,}022 - (-0{,}05322 \times 50{,}389) = 8{,}7037$

Persaman regresi linear:

$Y = 8{,}7037 + (-0{,}05322 \times X) = 8{,}7037 - 0{,}05322\ X$

Uji Hipotesis:

JK regresi = $(\sum xy)^2 / \sum x^2 = (-441{,}81)^2 / 8301{,}3889 = 23{,}5154$

JK total = $\sum y^2 = 24{,}1306$

JK galat = JK total - JK regresi = 24,1306 - 23,5154 = 0,6161

KT regresi = JK regresi / db regresi = 23,5154 / 1 = 23,5154

KT galat = JK galat / db galat = 0,6161 / 7 = 0,08801

F hitung = KT regresi / KT galat = 23,5154 / 0,08801 = 267,18

F hitung > F table 1% , maka **

ANOVA

SK	db	JK	KT	F hitung.
Regresi	1	23,5154	23,5154	267,18**
Galat	7	0,6161	0,08801	
Total	8	24,1306		

DAFTAR PUSTAKA

Dajan, A. 1996. Pengantar Metode Statistika. Jilid I. Cetakan ke-18. Penerbit PT. Pustaka LP3ES, Jakarta.

Dixon, W.J. dan F.J. Massey, Jr. 1997. Pengantar Analisis Statistik. Cetakan ke-2. Diterjemahkan oleh: Sri Kustamtini S. dan Zanzawi S. Gadjah Mada University Press, Yogyakarta.

Sokal R.R. dan F.J.Rohlf. 1991. Pengantar Biostatistika. Edisi ke-2. Diterjemahkan oleh: Nasrullah dan Setyono Setyo Sunarto. Gadjah Mada University Press, Yogyakarta.

Spiegel, M.R., I. Y. Susila dan E. Gunawan. 1961. Statistik Edisi SI (Metrik). Schaum Publishing Company, Edinburg.

Steel R.G.D. dan J.H. Torrie. 1991. Prinsip dan Prosedur Statistika Suatu Pendekatan Biometrik. Cetakan ke-2. Diterjemahkan oleh: B.Sumantri. Penerbit PT.Gramedia, Jakarta.

Sudjana. 1975. Metode Statistika. Cetakan ke-1. Penerbit Tarsito. Bandung.

Walpole, R.E. 1988. Pengantar Statistika. Cetakan ke-3. Diterjemahkan oleh: B.Sumantri. Penerbit PT.Gramedia, Jakarta.

BAB XI
KORELASI

Tujuan Instruksional Umum

Setelah mengikuti kuliah ini mahasiswa dapat menghitung koefisien korelasi

Tujuan Instruksional Khusus

Setelah mengikuti kuliah ini mahasiswa dapat menghitung koefisien korelasi

Uraian dan Contoh

Pengertian mengenai regresi dan korelasi sering rancu di kalangan masyarakat awam. Masalah koelasi sering diperlakukan sebagai masalah regresi, demikian pula sebaliknya. Alasan yang menjadi penyebab kerancuan tersebut adalah:

1. Hubungan matematika antara kedua metode analisis tersebut sangat dekat.
2. Secara matematis seseorang dapat dengan mudah berpindah dari metode satu ke metode yang lain.

Sebagian besar langkah-langkah perhitungan analisis regresi dan korelasi sama. Besaran dasar yang diperlukan untuk analisis regresi adalah jumlah hasil kali. Jumlah hasil kali ini merupakan kuantitas yang sama yang digunakan untuk perhitungan koefisien korelasi.

Analisis regresi menjelaskan ketergantungan suatu peubah Y pada peubah bebas X. Persamaan regresi bertujuan untuk mendukung hipotesis mengenai kemungkinan sebab perubahan dalam Y karena perubahan dalam X. Selain itu persamaan regresi bertujuan menjelaskan keragaman Y yang disebabkan olX dengan menggunakan peubah X sebagai kontrol statistik. Penelitian tentang pengaruh suhu terhadap laju detak jantung, kandungan nitrogen dalam tanah terhadap laju pertumbuhan tanaman dan pengaruh umur hewan terhadap tekanan darah merupakan contoh-contoh khusus regresi untuk tujuan yang disebutkan di atas. Sebaliknya, dalam korelasi terutama yang diperhatikan apakah kedua peubah tersebut saling gayut atau berubah berbarengan. Kita tidak menyatakan bahwa salah satu peubah sebagai fungsi dari peubah yang lain. Tidak ada perbedaan antara peubah bebas dan tidak bebas.

Koefisien korelasi (r) dihitung dari data yang telah dianalisis dengan regresi. Contoh perhitungan koefisien korelasi (r) dengan menggunakan data regresi (bab X).

$$r = \pm \sqrt{\text{JK regresi / JK total}} = \sqrt{23{,}5154 / 24{,}1306} = 0{,}9872$$

DAFTAR PUSTAKA

Dajan, A. 1996. Pengantar Metode Statistika. Jilid I. Cetakan ke-18. Penerbit PT. Pustaka LP3ES, Jakarta.

Dixon, W.J. dan F.J. Massey, Jr. 1997. Pengantar Analisis Statistik. Cetakan ke-2. Diterjemahkan oleh: Sri Kustamtini S. dan Zanzawi S. Gadjah Mada University Press, Yogyakarta.

Sokal R.R. dan F.J.Rohlf. 1991. Pengantar Biostatistika. Edisi ke-2. Diterjemahkan oleh: Nasrullah dan Setyono Setyo Sunarto. Gadjah Mada University Press, Yogyakarta.

Spiegel, M.R., I. Y. Susila dan E. Gunawan. 1961. Statistik Edisi SI (Metrik). Schaum Publishing Company, Edinburg.

Steel R.G.D. dan J.H. Torrie. 1991. Prinsip dan Prosedur Statistika Suatu Pendekatan Biometrik. Cetakan ke-2. Diterjemahkan oleh: B.Sumantri. Penerbit PT.Gramedia, Jakarta.

Sudjana. 1975. Metode Statistika. Cetakan ke-1. Penerbit Tarsito. Bandung.

Walpole, R.E. 1988. Pengantar Statistika. Cetakan ke-3. Diterjemahkan oleh: B.Sumantri. Penerbit PT.Gramedia, Jakarta.

BAB XII
ANALISIS TIME SERIES

Tujuan Instruksional Umum

Setelah mengikuti kuliah iini diharapkan mahasiswa mampu menjelaskan dan menggunakan pendekatan time series dalam menganalisis data dalam kurun waktu periode tertentu.

Tujuan Instruksional Khusus

Setelah mengikuti kuliah, diharapkan mahasiswa dapat:

1. Menjelaskan definisi dari time series dan manfaat analisisnya.
2. Menjelaskan komponen-komponen time series.
3. Menentukan garis trend dengan metode kuadrat terkecil.
4. Menghitung nilai ramalan (*forecasting*).

Uraian dan Contoh

Time series adalah data yang dikumpulkan dari waktu ke waktu untuk menggambarkan suatu kejadian (misal: perkembangan populasi dan harga ternak).

Analisis series memungkinkan kita untuk mengetahui perkembangan suatu atau beberapa kejadian serta hubungannya atau pengaruhnya terhadap kejadian lainnya, dengan membuat ramalan-ramalan berdasarkan garis regresi atau trend.

Data time series merupakan hasil penjumlahan dari empat komponen yang dirumuskan sebagai: $Yi = t + c + s + I$

dimana:

Yi = data time series ke-i

t = gerakan trend jangka panjang (*long term movement or seculer trend*)
yakni suatu gerakan yang menunjukkan arah perkembangan secara umum yang merupakan kecenderungan menaik atau menurun.

c = gerakan variasi siklis
yakni suatu agerakaan atau variasi jangka panjang di sekitar garis trend dan berlaku untuk data tahunan, derakan siklis bisa berulang setelah jangka waktu tertentu (misal: 3 tahun, 5 tahun, atau lebih)

s = gerakan variasi musiman (seasonal movement variation)
yakni suatu gerakan yang mempunyai pola tetap dari waktu ke waktu. Biasanya terjadi pada data bulanan, tetapi juga berlaku pada data mingguan, harian atau satuan waktu yang lebih kecil. Data-data tersebut dikumpulkan dari tahun ke tahun.

I = gerakan variasi yang tidak teratur (*irreguler or random movements*)
yakni suatu gerakan yang sporadis sifatnya. Misal: naik turunnya produksi susu sapi perah karena serangan penyakit mastitis.

Data time series karena adanya pengaruh dari komponen-komponen tersebut selalu mengalami perubahan-perubahan, sehingga jika dibuat grafiknya akan menunjukkan adanya fluktuasi, yakni gerakan naik turun.

Secara matematis data time series diberi simbol: $Y_i, Y_2, \ldots, Y_i, \ldots Y_n$ sebagai nilai dari variabel Y, yang merupakan fungsi dari waktu:

$Y = f(x)$; dimana $x =$ waktu

Variasi data time series disebabkan banyak faktor, antara lain faktor ekonomi dan non ekonomi.

12.1. Cara Menentukan Garis Trend

Ada dua metode yang sering digunakan dalam menentukan garis trend yaitu:

1. Metode tangan bebas (*free hand method*)

Langkah-langkahnya sebagai berikut:

1. Buat sumbu tegak (Y) dan sumbu mendatar (X)
2. Buat diagram pencarnya (*scatter diagram*), yakni kumpulan titik-titik koordinat (X,Y) dimana X = variabel waktu.
3. Dengan jalan observasi atau pengamatan langsung terhadap bentuk diagram pencarnya, tariklah garis yang mewakili atau paling tidak mewakili atau paling mendekati semua titik koordinat yang membentuk diagram pencar tersebut.
4. Cara ini merupakan cara yang paling mudah, tetapi sifatnya subjektif, karena setiap orang bisa menetapkan garis lurus yang berbeda.

2. Metode kuadrat terkecil (*least square method*)

Dalam metode ini $Y = f(x)$ dinyatakan dalam bentuk persamaan linier sederhana, yakni:

$Y = a + bx$

$a =$ intercept

$b =$ slope atau gradien

Rumus:

$$a = \frac{\left(\sum Y\right)\left(\sum X^2\right) - \left(\sum X\right)\left(\sum XY\right)}{n\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2}$$

$$b = \frac{n\sum XY - \left(\sum X\right)\left(\sum Y\right)}{n\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2}$$

Jika terlebih dahulu dihitung koifisien b-nya, maka koifisien a dapat dicari dengan rumus sebagai berikut:

$a = \overline{Y} - b\overline{X}$

Dimana $\overline{X}$ dan $\overline{Y}$ adalah rata-rata hitung untuk variabel X dan Y.

Selain dengan rumus di atas koifisien a dan b juga dapat dicari dengan metode sistem persamaan normal, yang kemudian diselesaikan baik dengan cara substitusi atau matriks.

Langkah-langkah penyelesaiannya adalah sebagai berikut:

$$b = \frac{(10)(640)-(0)(1440)}{(10)(330)-(0)^2}$$

$$= 1{,}9393$$

$$a = \overline{Y} - b\overline{X} \rightarrow 144 - (1{,}9393)(0)$$

$$= 144$$

Maka $Y = a + bX \rightarrow Y = 144 + 1{,}9393X$

Untuk meramalkan Y (populasi sapi potong) tahun 2000, nilai $X = 11$ dimasukkan ke dalam persamaan regresi yahg telah diperoleh:

$$Y = 144 + 1{,}9393X$$

$$Y = 144 + 1{,}9393(11)$$

$$Y = 144 + 21{,}3323 = 165{,}3323$$

Dibulatkan menjadi 165, artinya pada tahun 2000, populasi sapi potong di Jateng diramalkan sebesar 165.000 ekor.

Catatan: Jumlah variabel waktu (X) harus sama dengan nol. Untuk itu ada cara menentukannya:

1. Untuk jumlah tahun pengamatan (n) ganjil. Misal: $n = 5 : X_1,\ X_2, X_3, X_4$ dan X_5.

Penentuan titik asal dinyatakan dalam rumus:

$$\mathrm{N} = 2k + 1$$

$$\mathrm{K} = \frac{\mathrm{N}-1}{2} \rightarrow \frac{5-1}{2} = 2$$

$$X_{k+1} = 0 \rightarrow X_{2+1} = X_3 = 0$$

Jarak antara 2 waktu diberi satu satuan, di atas nol diberikan tanda positif dan di bawah nol diberi tanda negatif.

2. Untuk jumlah tahun pengamatan (n) genap.

Misal: $n = 8 : X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7$ dan X_8

Penentuan titik asal dinyatakan dalam rumus:

$$\mathrm{N} = 2\mathrm{K}$$

$$\mathrm{K} = {}^{n}\!/_{2} \rightarrow {}^{8}\!/_{2} = 4$$

$$\frac{X_{k+(K+1)}}{2} = \frac{X_{(4+5)}}{2} = X_{4,5} = 0$$

Jarak antara dua waktu diberi dua satuan, di atas nilai 0 diberikan tanda positif dan di bawah nilai nol diberi tanda negatif.

DAFTAR PUSTAKA

Dajan, A. 1996. Pengantar Metode Statistika. Jilid I. Cetakan ke-18. Penerbit PT. Pustaka LP3ES, Jakarta.

Kustituanto, Bambang. 1984. Statistik Analisa Runtut Waktu dan Regresi-Korelasi. Edisi I Cetakan I. BPFE, Yogyakarta.

Sudjana. 1993. Statistika Untuk Ekonomi dan Niaga. Edisi Baru. Penerbit Tarsito, Jakarta.

Supranto, J. 1981. Statistik Jilid I. Teori dan Aplikasi. Penerbit Erlangga, Jakarta