

## **Analisis Faktor Bentuk Struktur Inti Melalui Interaksi Elektron-Inti**

**Rasito<sup>1</sup>, Dwi P. Sasongko<sup>2</sup>, Priyono<sup>3</sup>**

1. Mahasiswa Jurusan Fisika, Universitas Diponegoro

2. Laboratorium Fisika Atom dan Nuklir, Jurusan Fisika, Universitas Diponegoro

3. Laboratorium Fisika Zat Padat, Jurusan Fisika, Universitas Diponegoro

### **Abstract**

Analyze of nuclear Structure form factor from elastic and inelastic cross section in electron-nucleus scattering and application of theoretical result in electron-deuteron scattering have been done in this research.

The calculation has been performed in the first Born approximation. The spherical charge form factor, quadrupole form factor, and magnetic moment form factor of Deuteron have been described from elastic scattering and nucleon form factor from inelastic elektron-deuteron scattering. The deuteron radius and charge densities have been resulted from charge form factor measured in electron scattering experiment.

The analysis result shows that the deuteron spherical charge structure is contributed by stete triplet-S and stete triplet-D componen, meanwhile the quadrupole structure is contributed by the two state component, i.e.that of the state triplet-S component of and that of  $(\mu_p + \mu_s)$  the state triplet-D of  $\frac{1}{2}(\frac{3}{2}(\mu_p + \mu_s))$

Keyword: electron-nucleus interaction, nuclear structure, form factor

### **Abstrak**

Telah dilakukan analisis faktor bentuk struktur inti dari persamaanampang lintang elastik dan tak elastik hamburan elektron-inti serta penerapannya pada hamburan elektron-deuteron.

Perhitungan dilakukan menggunakan pendekatan Born orde pertama. Telah diperoleh faktor bentuk muatan sferik, faktor bentuk kuadrupol dan faktor bentuk momen magnet deuteron pada hamburan elastik, dan faktor bentuk nucleon pada hamburan tak elastik. Aplikasi untuk deuteron dilakukan dengan menentukan jejari dan rapat muatan berdasarkan faktor bentuk muatan yang diperoleh dari hasil eksperimen hamburan elektron.

Hasil analisis memperlihatkan bahwa struktur muatan sferik deuteron disumbang oleh komponen state triplet-S dan stete triplet-D sedangkan struktur kuadrupol disumbang oleh kedua komponen state yaitu dari komponen state triplet-sebesar  $(\mu_p + \mu_s)$  dan komponen state triplet-D sebesar  $\frac{1}{2}(\frac{3}{2}(\mu_p + \mu_s))$ .

Kata kunci : interaksi elektron-inti, struktur inti, faktor bentuk

### **PENDAHULUAN**

Pemahaman tentang struktur inti masih kurang dimengerti dibandingkan pemahaman tentang struktur atom, karena teori struktur inti jauh lebih rumit dan tehnik yang dirancang, dikembangkan dan digunakan untuk mempelajarinya sangat luas ruang lingkungnya [1]. Salah satu cara terbaik untuk mempelajari struktur inti adalah melalui proses hamburan [2]. Secara teoretik, pemahaman struktur inti melalui proses hamburan dapat diketahui dengan menjabarkan persamaan faktor bentuk struktur inti

[3]. Dalam eksperimen, faktor bentuk diketahui sebagai faktor koreksi, yakni perbedaan nilai tampang lintang eksperimen dengan tampang lintang teori yaitu ketika inti dianggap sebagai partikel titik [4]. Karena faktor bentuk merupakan besaran pembawa informasi struktur inti, maka dengan analisis faktor bentuk struktur inti dari perumusan tampang lintang hamburan akan didapatkan pemahaman mengenai struktur inti.

Deuteron atau inti Deuterium merupakan inti sederhana dengan dua nucleon yaitu proton dan neutron

merupakan struktur inti yang menarik untuk dikaji. Dengan menerapkan hasil analisis faktor bentuk dari hamburan elektron-inti pada hamburan elektron-deuteron akan diperoleh struktur deuteron yakni berupa struktur muatan dan momen magnetnya.

Analisis faktor bentuk dilakukan untuk mengetahui sumbangan-sumbangan pada struktur inti dalam proses hamburan yang menggambarkan strukturnya. Hasil dari eksperimen hamburan yang berupa grafik hubungan faktor bentuk sebagai fungsi alih momentum dengan mengambilnya pada sudut tertentu. Dengan menerapkan hasil perumusan faktor bentuk struktur inti pada grafik hasil eksperimen, akan dapat diperoleh beberapa besaran yang menggambarkan struktur inti seperti ukuran dan distribusi muatan maupun momen magnet dan listrik inti.

**TEORI**

Tampang lintang diferensial merupakan nisbah intensitas partikel terhambur pada sudut tertentu dengan intensitas mula-mula. Fungsi gelombang elektron datang diasumsikan sebagai gelombang datar sementara fungsi gelombang elektron terhambur diasumsikan sebagai fungsi gelombang bola. Dengan menghitung rapat arus datang dan rapat arus terhambur dari persamaan fungsi gelombang elektron masing-masing, diperoleh nisbah intensitas elektron datang dan elektron terhambur dengan hubungan [5]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2, \quad \dots(1)$$

dengan  $\sigma$  adalahampang lintang,  $\Omega$  adalah sudut ruang,  $\theta$  adalah sudut polar dari detector hamburan dan  $|f(\theta)|$  merupakan faktor modulasi atau yang disebut juga dengan amplitudo hamburan. Persamaan (1) memperlihatkan hubunganampang lintang diferensial yang sebanding dengan kuadrat amplitudo hamburan.

Untuk kasus hamburan elektron energi tinggi, untuk menentukan amplitudo hamburannya digunakan pendekatan Born. Hasil dari

penggunaan pendekatan Born orde pertama, diperoleh faktor modulasi yang berbentuk [6]:

$$f^{(1)}(\theta) = -\frac{2m}{q\hbar^2} \int_0^\infty rV(r)\sin qr \, dr, \dots(2)$$

dengan  $V(r)$  adalah potensial interaksi antara elektron dengan inti,  $q$  alih momentum elektron ke inti dan  $r$  adalah jarak elektron dengan inti. Persamaan (2) memperlihatkan bahwa faktor modulasi merupakan elemen matrik dari potensial interaksi.

Interaksi elektron dengan inti adalah interaksi elektromagnetik. Karena antara elektron dengan inti, faktor muatan jauh lebih besar daripada faktor lainnya sehingga dapat dikatakan bahwa interaksi elektromagnetiknya adalah interaksi yang paling dominan daripada interaksi grafitasi ataupun interaksi inti lemah dan kuat. Elektron dan inti keduanya dapat dianggap sebagai muatan sehingga potensial interaksinya merupakan potensial muatan. Potensial antar-muatan tunggal dirumuskan oleh Coulomb dengan bentuk:

$$V(r) = \frac{Ze^2}{4\pi r^2}, \quad \dots(3)$$

dengan  $e$  adalah muatan elektron dan  $Z$  adalah jumlah muatan positif atau proton. Jika persamaan (3) disubstitusikan ke persamaan (2) untuk mendapatkan persamaan (1) maka akan didapatkan perumusanampang lintang untuk inti yang dipandang sebagai pertikel titik yang disebut formula Rutherford. Namun apabila dimasukkan pengaruh spin elektron ke dalam perumusanampang lintang maka diperoleh perumusanampang lintang diferensial yang berbentuk [3]:

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} &= \frac{Z^2\alpha^2 \cos^2 \frac{1}{2}\theta}{4p_0^2 \sin^4 \frac{1}{2}\theta} \left[ \frac{1}{(2p_0/M) \sin^2 \frac{1}{2}\theta} \right] \\ &= \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Rutherford} \cos^2 \frac{1}{2}\theta \end{aligned} \quad \dots(4)$$

dengan  $\alpha$  adalah konstanta struktur halus,  $\cos \frac{\theta}{2}$  merupakan nilai matrik

rotasi spin elektron, dan faktor yang ada dalam tanda kurung [ ] adalah faktor inti *recoil*. Persamaan (4) merupakan hamburan Mott yakni hamburan elektron berspin oleh inti yang dianggap sebagai partikel titik. Jika inti dianggap memiliki struktur, maka potensial Coulombnya menjadi potensial antar-muatan terdistribusi, dengan bentuk [7]:

$$V(r) = \frac{Ze^2}{4\pi} \int \frac{\rho(R)d^3R}{|r-R|}, \dots(5)$$

dengan  $\rho$  adalah rapat jenis inti dan  $R$  adalah jejari inti.

Apabila persamaan (4) diterapkan pada persamaan tampang lintang diferensial maka diperoleh persamaan (3) yang berbentuk [4]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z^2\alpha^2}{4p_0 \sin^4 \frac{1}{2}\theta} \left[ \frac{|F(q)|^2}{1 + \frac{2p_0}{M} \sin^2 \frac{1}{2}\theta} \right] \dots(6)$$

dengan  $F(q)$  adalah faktor bentuk struktur inti sebagai fungsi alih momentum, yaitu [4]:

$$F(q) = \int \rho(R)e^{iq.R}d^3R. \dots(7)$$

Perhitungan elemen matrik potensial menggunakan pendekatan Born orde pertama diperoleh dengan menerapkan bentuk persamaan umum gelombang inti. Jika persamaan gelombang inti yang diterapkan adalah diambilkan dari fungsi gelombang tertentu, maka akan dihasilkan persamaan faktor bentuk yang berbeda. Untuk deuteron, keadaan ground state-nya memiliki bentuk persamaan fungsi gelombang [8]:

$$\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \left[ \frac{u(r)}{r} + \sqrt{\frac{1}{8}S_{12}} \frac{w(r)}{r} \right] \chi_m \dots(8)$$

dengan  $u(r)$  adalah komponen radial fungsi gelombang inti pada *state triplet-S* dan  $w(r)$  adalah komponen radial fungsi gelombang inti pada *state triplet-D*.  $S_{12}$  adalah fungsi spin triplet dan adalah  $\chi_m$  suatu operator tensor.

**METODA**

Untuk dapat melakukan analisis faktor bentuk struktur inti, diperlukan pemahaman mengenai beberapa teori fisika yaitu teori kuantum, momentum anguler dan fisika nuklir. Teori kuantum digunakan untuk menjelaskan hamburan dan energi interaksi yang diturunkan dari persamaan Schrödinger nonrelativistik. Teori momentum anguler digunakan untuk menguraikan spin dalam fungsi gelombang, dan teori fisika nuklir digunakan untuk menjelaskan model struktur inti.

Analisis dilakukan sebagai berikut;

Dalam interaksi elektron-inti diambil salah satu jenis potensial interaksi, dan dengan menerapkan fungsi gelombang elektron diperoleh operator energi interaksi. Amplitudo hamburan sebagai nilai harap diperoleh dengan menghitung elemen matrik operator energi interaksi dan menerapkan persamaan fungsi gelombang inti. Dari amplitudo hamburan, didapatkan perumusan tampang lintang hamburan, baik untuk hamburan elastik maupun hamburan tak elastik. Hamburan elastik menyebabkan inti tetap pada kondisi ground state sedangkan hamburan elastik akan menyebabkan inti tereksitasi atau mengalami elektrodisintegrasi. Untuk dapat mengetahui struktur inti pada masing-masing kondisi, diperlukan analisis faktor bentukstruktur inti untuk keadaan *ground state*, *excitated state* dan elektrodisintegrasi.

**ANALISIS FAKTOR BENTUK STRUKTUR INTI**

Telah diperoleh persamaan tampang lintang hamburan elektron oleh inti untuk hamburan elektron tak terpolarisasi dalam suku multipol [9].

**Hamburan Elastik**

Untuk kasus hamburan elastik, inti adalah tetap dalam keadaan ground state  $J_i = J_f = J_0$ ,

sehingga persamaan tampak lintang dalam suku multipol dapat dirumuskan menjadi :

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ip} &= \frac{4\pi\sigma_M}{1 + (2E \sin^2 \frac{1}{2}\theta) / M} \frac{1}{2J_i + 1} \\ &\otimes \left[ \sum_{J \geq 0} \left| \langle J_0 | \hat{M}_J^{coul}(q) | J_0 \rangle \right|^2 \right. \\ &+ \left. \left( \frac{1}{2} + \tan^2 \frac{1}{2}\theta \right) \sum_{J \geq 1} \left\{ \left| \langle J_0 | \hat{T}_J^{mag}(q) | J_0 \rangle \right|^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left| \langle J_0 | \hat{T}_J^{el}(q) | J_0 \rangle \right|^2 \right\} \right] \end{aligned} \quad \dots(9)$$

Dalam persamaan (9) terdapat suku pertama yang disebut juga faktor bentuk longitudinal yang mengandung multipol muatan inti. Dua suku terakhir disebut juga faktor bentuk transversal yang mengandung multipol magnet dan multipol listrik inti.

*Analisis Faktor Bentuk Muatan*

Faktor bentuk longitudinal sebagaimana terdapat pada persamaan (9) dapat dituliskan secara terpisah yaitu [1]:

$$|F_L(q)|^2 = \frac{4\pi}{Z^2} \frac{1}{2J_0 + 1} \sum_{J \geq 0} \left| \langle J_0 | \hat{M}_J^{coul} | J_0 \rangle \right|^2, \quad \dots(10)$$

dengan operator muatan di dalam elemen matrik persamaan (10) berbentuk:

$$\hat{M}_{JM}^{coul}(q) = \int j_j(qx) Y_{JM}(\Omega_x) \hat{\rho}(\bar{x}) d^3x. \quad \dots(11)$$

Untuk mengetahui struktur multipol muatan inti yang memberikan sumbangan dalam perumusan tampak lintang hamburan, maka harus diketahui sebelumnya paritas dari operator muatan tersebut yaitu melalui transformasi pencerminan [10]. Transformasi pencerminan terhadap operator muatan sebagaimana diperlihatkan dalam persamaan (11) diperoleh :

$$\hat{\pi} \hat{M}_J^{coul}(q) \hat{\pi}^{-1} = (-1)^J \hat{M}_J^{coul}(q). \quad \dots(12)$$

Dari persamaan (12) terlihat bahwa paritasnya bernilai  $(-1)^J$ . Dengan kekekalan paritas yaitu kesimetrian ruas kanan dan kiri, diperoleh J adalah bilangan genap sehingga yang memberikan pada hamburan adalah struktur muatan berorde genap yakni C0 (monopol), C2 (kuadropol), ...dan seterusnya [1].

Dengan mengambil pendekatan untuk alih momentum yang sangat kecil  $q \rightarrow 0$  dan menerapkan fungsi gelombang ground state ke dalam elemen matrik operator muatan, diperoleh faktor bentuk struktur inti dalam bentuk umum dari persamaan (10) yaitu :

$$|F_L(q)| = \frac{4\pi}{Zq} \int \rho(r) \sin(qr) r dr. \quad \dots(13)$$

Untuk deuteron, karena memiliki dua fungsi gelombang dalam keadaan ground state-nya, maka kombinasi elemen matriknya akan berupa kombinasi elemen matrik dengan bentuk sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \langle lm_l | \hat{M}_{00}^{coul}(q) | lm_l \rangle &= \langle 00 | \hat{M}_{00}^{coul}(q) | 00 \rangle \\ &+ 2 \langle 00 | \hat{M}_{00}^{coul}(q) | 22 \rangle \\ &+ \langle 22 | \hat{M}_{00}^{coul}(q) | 22 \rangle \end{aligned} \quad \dots(14)$$

Dengan menerapkan fungsi gelombang deuteron yaitu persamaan (8) dan menggunakan teorema Wigner-Eckart yang menjadikan suku kedua persamaan (14) menjadi nol diperoleh faktor bentuk struktur muatan deuteron berbentuk :

$$|F_L(q)| = \frac{2}{Zq} \int (u^2 + w^2) \sin(\frac{1}{2}qr) r dr. \quad \dots(15)$$

karena deuteron memiliki dua momentum angular orbital dalam ground state-nya, yaitu L=0 dan L=2, maka deuteron dipastikan memiliki dua

struktur muatan yakni monopol dan kuadropol. Operator kuadropol dirumuskan sebagai :

$$\hat{Q}_{20} = \frac{1}{4} r^2 \sqrt{\frac{16\pi}{5}} Y_{20}(\theta, \phi) \dots(16)$$

Sebagaimana persamaan (14), elemen matrik operator kuadropol juga berbentuk kombinasi. Dengan pendekatan  $q \rightarrow 0$  dan penerapan fungsi gelombang deuteron serta teorema Wigner-Eckart yang menyebabkan suku pertama kombinasi menjadi bernilai nol, diperoleh persamaan faktor bentuk kuadropol deuteron yang berbentuk :

$$|F_Q(q)| = \frac{1}{Z} \int (2uw - \frac{2}{\sqrt{8}} w^2) j_2(\frac{1}{2}qr) r dr. \dots(17)$$

**Analisis Faktor Bentuk Magnet**

Faktor bentuk transversal untuk multipol magnet dalam persamaan (9) dirumuskan :

$$|F_T(q)|^2 = \frac{4\pi}{Z^2} \frac{1}{2J_0 + 1} \sum_{J_{\text{gasal}}} \left| \langle J_0 | \hat{T}_J^{\text{magnet}}(q) | J_0 \rangle \right|^2, \dots(18)$$

dengan operator multipol magnet yang berbentuk [11]:

$$\hat{T}_{JM}^{\text{mag}}(q) = \int \left\{ j_J(qx) \bar{Y}_{JJ}^M \hat{J}_N(x) + \frac{1}{2M} \nabla \times (j_J(qx) \bar{Y}_{JJ}^M) \hat{\mu}_N(\bar{x}) \right\} d^3x \dots(19)$$

Transformasi pencerminan terhadap operator multipol magnet diperoleh [11]:

$$\hat{\pi} \hat{T}_{JM}^{\text{mag}}(q) \hat{\pi}^{-1} = (-1)^{J+1} \hat{T}_{JM}^{\text{mag}}(q). (20)$$

Dari persamaan (20) terlihat bahwa paritasnya bernilai  $(-1)^{J+1}$ . Dengan kekekalan paritas diperoleh J adalah bilangan gasal sehingga yang memberikan sumbangan pada hamburan adalah struktur muatan berorde gasal yakni M1 (dipol), M3 (oktupol),...dan

seterusnya [1]. Dengan pendekatan  $q \rightarrow 0$  dan penerapan fungsi gelombang inti serta teorema Wigner-Eckart pada elemen matrik operator multipol magnet diperoleh faktor bentuk magnet inti yang berbentuk :

$$|F_T(q)|^2 = \frac{4\pi}{Z^2} \sum_{\text{gasal}} \frac{(J+1)(2J+1)(J_0+1)}{4\pi J(2J+1)!^2 J_0} \left( \frac{q' \mu_j}{2M} \right)^2 \dots(21)$$

Untuk deuteron, elemen matrik operator multipol magnet dirumuskan sebagai :

$$\langle \hat{T}_{JM}^{\text{mag}}(q) \rangle = \int \{ \nabla j_J(qx) Y_{JM}(\Omega) \} \otimes \left\{ \frac{\langle L.J \rangle}{J(J+1)(J+1)} + \frac{\langle S.J \rangle \hat{\mu}_J}{2MJ(J+1)} \right\} d^3x \dots(22)$$

Dengan pendekatan  $q \rightarrow 0$  dan penerapan fungsi gelombang deuteron diperoleh faktor bentuk magnet deuteron yaitu :

$$|F_M(q)| = \frac{1}{Z} \frac{1}{(2J+1)^{\frac{1}{2}}} \left[ \int \{ (\mu_p + \mu_n) u^2 + \frac{1}{2} (\frac{3}{2} - (\mu_p + \mu_n)) w^2 \} j_0(\frac{1}{2}qr) dr \right] \dots(23)$$

**Hamburan Tak Elastik**

Untuk kasus Hamburan tak elastik maka pada inti dapat terjadi dua kemungkinan yaitu eksitasi inti dan elektrodintegrasi.

**Eksitasi Pertama Inti**

Eksitasi inti merupakan proses naiknya inti ke tingkat energi yang lebih tinggi yang disebut dengan *excited state*. Adapun dalam kajian ini hanya dipaparkan untuk eksitasi pertama inti. Eksitasi pertama inti merupakan transisi dipol (E1) karena hanya terjadi penambahan angka satu *state* pada *state* mula-mula  $J_f = J_i + 1$ . Dalam kasus

eksitasi pertama inti akan di analisis faktor bentuk listrik inti.

*Analisis Faktor Bentuk Listrik Inti*

Dari operator multipol listrik yang berbentuk [11]:

$$\hat{T}_{JM}^{el}(q) = \frac{1}{q} \int \left\{ \nabla \times (j_j(qx) \bar{Y}_{JM}^M) \hat{J}_N(x) + \frac{\bar{q}^2}{2M} (j_j(qx) \bar{Y}_{JM}^M) \hat{\mu}_N(\bar{x}) \right\} d^3x \quad \dots(24)$$

maka dengan menggunakan pendekatan  $q \rightarrow 0$ , beberapa sifat harmonik sferik, kekekalan arus inti serta teorema Wigner-Eckart pada elemen matrik operator multipol listrik diperoleh faktor bentuk struktur listrik inti yaitu :

$$|F_T(q)|^2 = \frac{4\pi}{Z^2} \frac{1}{2J_0+1} \left(\frac{\omega}{q}\right)^2 \left| \langle J_0 \| \hat{M}_J^{coul}(q) \| J_0 \rangle \right|^2 \quad \dots(25)$$

Operator muatan dalam elemen matrik persamaan (25) merupakan operator muatan transisi, tidak lagi berupa operator muatan inti sebagaimana dalam persamaan (11). Hal ini terjadi karena adanya pergeseran nucleon ke *excited state*, dan mengakibatkan perubahan pada rapat distribusi muatan inti.

Dengan mengambil orde pertama dari pergeseran rapat distribusi muatan inti yang berbentuk [9]:

$$\hat{\rho}_N(x) \approx \hat{\rho}(x - (N/A)\bar{r} \cdot (\bar{x}/x)), \dots(26)$$

Sebagai rapat distribusi muatan inti pada operator muatan transisi, maka dari hubungan persamaan (25), diperoleh elemen matrik operator multipol listrik untuk eksitasi pertama yang berbentuk :

$$\left| \langle 1 \| \hat{T}_{JM}^{el}(q) \| 0 \rangle \right|^2 = 2 \left(\frac{\omega}{q}\right)^2 \left(\frac{N}{A}\right)^2 \left(\frac{q^2}{2M\omega}\right) \otimes \left| \langle 0 \| \hat{M}_J^{coul}(q) \| 0 \rangle \right|^2 \quad \dots(27)$$

Dari persamaan (27) diperoleh faktor bentuk transversal untuk multipol listrik inti yaitu :

$$|F_T(q)|^2 = \frac{4\pi}{Z^2} \frac{2}{2J_0+1} \left(\frac{\omega}{q}\right)^2 \left(\frac{N}{A}\right)^2 \otimes \left(\frac{q^2}{2M\omega}\right) \left| \langle 0 \| \hat{M}_J^{coul}(q) \| 0 \rangle \right|^2 \quad \dots(28)$$

*Elektrodisintegrasi*

Elektrodisintegrasi merupakan peristiwa terlepasnya nucleon dari dalam inti akibat dari pemberian energi kepada nucleon yang melebihi energi pada *state* inti yang ditempati. Elektrodisintegrasi menjadi pembahasan yang penting bagi deuteron disebabkan karena deuteron merupakan inti yang tidak memiliki *excited state*.

Elemen matrik interaksi elektron-deuteron dirumuskan dengan bentuk [11]:

$$\langle |H| \rangle = \frac{4\pi}{q^2} \left\langle \left| a_0 e^{\frac{1}{2}iqr} - \frac{1}{2} (\nabla \cdot a) e^{\frac{1}{2}iqr} + \frac{1}{2} i(\mu_p \sigma_p e^{\frac{1}{2}iqr} + \mu_n \sigma_n e^{\frac{1}{2}iqr}) \cdot (q \times a) \right| \right\rangle \quad \dots(29)$$

Dengan menerapkan fungsi gelombang deuteron pada elemen matrik, dan mensubstitusikannya ke persamaan tampang lintang hamburan tak elastik diperoleh [4]:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) = \left(\frac{e^2}{E_0}\right)^2 \frac{\cos^2 \frac{1}{2}\theta}{\sin^4 \frac{1}{2}\theta} \frac{1}{1 + \frac{2E_0}{M} \sin^2 \frac{1}{2}\theta} \otimes \left\{ (1 - f_D^2) + \frac{q^2}{4M^2} [2(\mu_p^2 + \mu_n^2 - 3f_D^2) \tan^2 \frac{1}{2}\theta + \mu_p^2 + \mu_n^2 - 3f_D^2] \right\} \quad \dots(30)$$

Dalam persamaan (30) terdapat besaran  $f_D$  yaitu faktor bentuk sferik deuteron. Besaran tersebut memiliki bentuk persamaan :

$$f_D = \int (u^2 + w^2) j_0(\frac{1}{2}qr) dr \quad \dots(31)$$

Dengan mengambil pendekatan  $q \gg$ , maka faktor bentuk sferik persamaan (31) menjadi nol, dan persamaan (30) menjadi :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) = \left(\frac{e^2}{E_0}\right)^2 \frac{\cos^2 \frac{1}{2}\theta}{\sin^4 \frac{1}{2}\theta} \frac{1}{1 + \frac{2E_0}{M} \sin^2 \frac{1}{2}\theta} \otimes \left\{1 + \left(\frac{q^2}{4M^2}\right) [2(\mu_p^2 + \mu_n^2) \otimes \tan^2 \frac{1}{2}\theta + \mu_p^2 + \mu_n^2]\right\} \dots(32)$$

Tampak bahwa persamaan (32) yang merupakan persamaanampang lintang hamburan tak elastik elektron-deuteron memiliki nilai yang sebanding dengan jumlahanampang lintang hamburan elastik elektron-proton dan elektron-neutron, yang dalam bentuk sederhananya adalah :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{te} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_p + \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_n \dots(33)$$

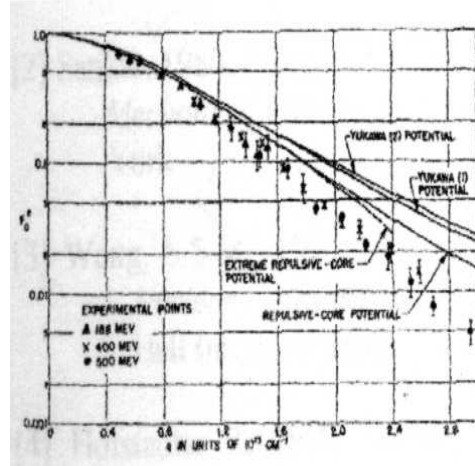
**APLIKASI PERUMUSAN**

Dengan didapatkan berbagai bentuk perumusan faktor bentuk inti khususnya adalah deuteron, maka besaran-besaran yang merepresentasikan struktur inti yaitu ukuran dan distribusi dari muatan, momen listrik dan magnet dapat segera diketahui dengan hubungan beberapa besaran dalam grafik yang diukur dari eksperimen. Besaran yang terukur dalam eksperimen adalah faktor bentuk yang merupakan perbandinganampang lintang inti sebagai partikel titik denganampang lintang hasil eksperimen, alih momentum, dan sudut hamburan.

**Menghitung jejari dan rapat distribusi muatan deuteron**

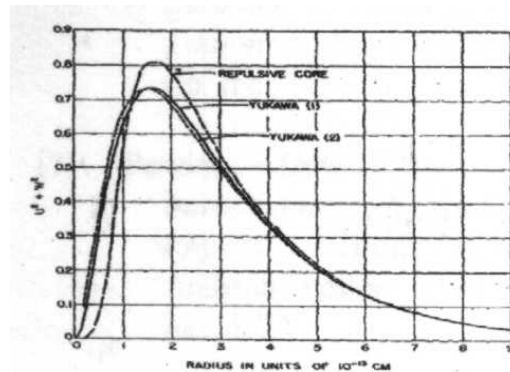
Telah diperoleh faktor bentuk muatan deuteron sebagaimana diperlihatkan pada persamaan (15). Dengan mengambil pendekatan  $q \approx 0$  pada perluasan fungsi sinus dalam persamaan (15) dan menerapkannya pada grafik 1. diperoleh nilai kuadrat jejari muatan deuteron yaitu :

$$\langle r^2 \rangle = \left(-6 \frac{dF}{d(q^2)}\right)_{q^2=0} \dots(34) = 2,89 \text{ fm}^2$$



Gambar 1. grafik faktor bentuk sebagai fungsi  $q^2$  hamburan elastik elektron-deuteron [4]

Model struktur inti yang paling mendekati grafik hamburan elektron-deuteron sebagaimana diperlihatkan dalam gambar 1. adalah model inti repulsive, dan Yukawa I dan II, dengan grafik distribusi muatan berbentuk :



Gambar 2. Grafik distribusi muatan ground state deuteron menggunakan tiga model [4]

Rapat distribusi muatan inti dalam model Yukawa I berbentuk :

$$\rho(R) = \frac{\sqrt{2}}{4\pi r^2} \left(\frac{r}{R}\right)^2 \exp\left(-\sqrt{2} \frac{R}{r}\right), \dots(35)$$

dan Yukawa II berbentuk :

$$\rho(R) = \frac{6}{4\pi r^2} \left(\frac{r}{R}\right)^2 \exp\left(-6 \frac{R}{r}\right). \dots(36)$$

## KESIMPULAN

Dari hasil kajian dapat diambil kesimpulan sebagai berikut :

1. Persamaan tampang lintang elektron-inti merupakan tampang lintang hamburan Mott dikalikan faktor bentuk pembawa informasi struktur inti.
2. hamburan elastik muatan memberikan informasi distribusi rapat muatan inti pada ground state, dan yang memberikan sumbangan adalah multipol Coulomb dengan J genap.
3. hamburan elastik muatan deuteron memunculkan struktur muatan sferik deuteron yang disumbang oleh komponen *state triplet-S* dan *state triplet-D* sedangkan struktur momen kuadrupol disumbang oleh komponen *state triplet-D*.
4. hamburan elastik magnet memberikan informasi momen magnet intrinsic inti dan yang memberikan sumbangan adalah multipol magnet J ganjil
5. hamburan elastik magnet deuteron memunculkan momen magnet yang disumbang oleh komponen *state triplet-S* sebesar  $(\mu_p + \mu_n)$  dan komponen *state triplet-D* sebesar  $\frac{1}{2}(\frac{3}{2} - (\mu_p + \mu_n))$ .
6. hamburan tak elastik untuk kasus eksitasi pertama memberikan informasi tentang distribusi rapat muatan transisi inti yang identik dengan hamburan elastik muatan dengan faktor koreksi  $(N/A)^2(q^2/2Ma)$ .
7. hamburan tak elastik untuk kasus elektrodintegrasi pada deuteron menghasilkan persamaan tampang lintang diferensial yang identik dengan jumlahan tampang lintang diferensial hamburan elastik elektron-proton dan elektron-neutron.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Eisenberg, J.M. and W. Greiner, 1998, *Excitation Mechanism of Nucleus*, Nort-Holand, Pub. Co., Amsterdam
- [2] Sankar, G., 1980, *Principle of Quantum Mechanics*, Plenum Press, new York
- [3] Wong, S.S.M., 1990, *Introductory Nuclear Physics*, Prentice Hall Inc, New Jersey
- [4] Hofstadter, R., 1957, *Nuclear and Nucleon Scattering of High energy Elektron*, Ann. Rev. Nucl. Sci., 7, 231.
- [5] Liboff, R.I., 1992, *Introductory Quantum Mechanics*, 2<sup>nd</sup> Edition, Addison-Wesley Pub. Co. Inc., USA
- [6] Sakuray, J.J., 1994, *Modern Quantum Mechanics*, Revised Edition, Addison-Wesley Pub. Co. Inc., USA
- [7] Perkins, D.H., 1987, *Introduction High Energy Physics*, Third Edition, Addison-Wesley Pub. Co. Inc., USA
- [8] Eisenberg, J.M. and W. Greiner, 1998, *Microscopic Theory of The Nucleus*, Nort-Holand, Pub. Co., Amsterdam
- [9] Sasongko, D.P., 1985, *Hamburan Elektron Oleh Inti, Skripsi S-1*, Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta.
- [10] Brink, D.M., and G.R. sachler, 1975, *Angular Momentum*, Oxford University Press, London.
- [11] de Shalit, A., and I. Talmi, 1963, *Nuclear Shell Theory*, Academic Press, New York
- [12] Jankus, V.Z., 1956, *Calculation of Electron-Deuteron Scattering Cross section*, Phys. Rev. 102