EKSISTENSI PENGENDALI SUBOPTIMAL

Widowati
Jurusan Matematika FMIPA UNDIP Semarang

Abstrak

Dikemukakan masalah pengendali (*controller*) suboptimal , yaitu mencari pengendali yang diperkenankan sehingga kinerja dari obyek terkendali (sistem lup tertutup) sesuai dengan yang diharapkan. Pembahasan diawali dengan gambaran singkat mengenai persamaan Riccati aljabar, kemudian dikaji syarat perlu dan cukup untuk eksistensi pengendali suboptimal . Selanjutnya, verifikasi dari kinerja pengendali yang diperoleh dilakukan dengan mengaplikasikannya pada struktur fleksibel untuk meredam vibrasi.

Kata Kunci : Pengendali suboptimal , lup terbuka, lup tertutup.

1. PENDAHULUAN

Salah satu ukuran kinerja terkenal di dalam teori kendali (control) optimal adalah norm yang didefinisikan pada domain frekuensi . Masalah kendali optimal adalah menentukan semua pengendali yang diperkenankan sehingga norm dari fungsi alih tertutupnya () minimal, dengan nilai singular terbesar) [1,4]. Suatu Pengendali dikatakan diperkenankan (*admissible*), jika pengendali tersebut dapat menstabilkan plant secara internal. Pengendali optimal secara umum tidak tunggal untuk sistem multi-input-multi-output (MIMO), dan secara numerik perhitungannya sangat sulit [2]. Karena itu dalam praktek biasanya tidak perlu dan bahkan kadang-kadang desain (perancangan) pengendali optimal tersebut tidak diinginkan [7], dan umumnya lebih mudah jika mendapatkan pengendali yang sangat dekat dengan pengertian optimal diatas [6], yang disebut pengendali sub optimal .

Di dalam makalah ini dibahas, eksistensi dari pengendali suboptimal , dengan sistematika pembahasan sebagai berikut : Persamaan Riccati dan beberapa Lemma yang digunakan sebagai landasan teori kendali suboptimal diberikan pada bagian 2. Pada bagian 3 ditelaah syarat perlu dan cukup untuk eksistensi pengendali tersebut. Pada bagian 4 diberikan simulasi dari aplikasi

pengendali suboptimal untuk meredam (mereduksi) vibrasi pada struktur fleksibel berorde 30, dengan menggunakan program MATLAB. Terakhir diberikan kesimpulan dari hasil pembahasan.

2. PERSAMAAN RICCATI

Misalkan *A*, *Q*, *R* matriks real n x n dengan *Q* dan *R* simetris. Maka persamaan Riccati aljabar adalah persamaan matriks berikut

.

Bersesuaian dengan persamaan Riccati aljabar tersebut adalah matriks Hamiltonian *2n x 2n* ,

.

Asumsikan *H* tidak mempunyai nilai eigen di sumbu imajiner, maka *H* harus mempunyai

sebanyak n nilai eigen di dan sebanyak n nilai eigen di . Misalkan subruang spektral invarian [3]

berdemensi n, yang bersesuaian dengan nilai eigen di , sedangkan adalah subruang invarian yang

bersesuaian dengan nilai eigen di . Bentuk vektor basis untuk dalam matriks, dan matriks tersebut dipartisi, diperoleh

,

dimana . Jika nonsingular atau ekuivalen dengan dua subruang dan saling komplemen, dapat

dibentuk . Maka *X* ditentukan secara tunggal oleh *H* (yaitu, *HX* adalah fungsi, yang dinotasikan dengan *Ric*. Lebih lanjut, domain *Ric* dinotasikan dengan *dom(Ric),* terdiri dari matriks Hamilton *H* dengan dua sifat, yaitu *H* tidak mempunyai nilai eigen pada sumbu imajiner dan dua buah subruang , saling komplemen yang biasa disebut sifat stabilizing dan komplementari. Solusi ini

disebut solusi yang menstabilkan. Oleh karena itu *X=Ric(H)* dan .

Lemma 2.1. Misalkan dan , dengan .
Maka pernyataan berikut ekuivalen :

1. .

2. dan ().

3. Terdapat sehingga .
dan

tidak mempunyai nilai eigen pada sumbu imajiner.

Lemma 2.2. Terdapat pengendali yang diperkenankan berorde *r* sehingga hanya jika tiga kondisi berikut dipenuhi :

1. Terdapat $Y_1 > 0$ sehingga

2. Terdapat $X_1 > 0$ sehingga

3.

Teorema 2.1. Misalkan dan andaiakan *(A, R)* terkendali (terkontrol) dan terdapat

$X=X^*$ sehingga maka terdapat solusi $X_+>0$ untuk persamaan Riccati

$X_+A+A^*X_++X_+RX_++Q=0$ sehingga $A+RX_+$ antistabil.

3. PENGENDALI SUBOPTIMAL

Pada bagian ini dikaji syarat perlu dan cukup untuk eksistensi pengendali suboptimal . Untuk itu diberikan beberapa asumsi dari realisasi matriks transfer $G(s)$ yang ditulis dalam bentuk

(1)

Asumsi yang dibuat adalah sebagai berikut

1. adalah terkontrol dan adalah terobservasi;

2. adalah stabilisabel dan adalah terdeteksi;

3. ;

4. ;

Dua asumsi tambahan yang diberikan secara implisit untuk realisasi G(s) adalah $D_{11}=0$ dan $D_{22}=0$. Bentuk dasar dari sistem kendali yang dibahas dalam tulisan ini adalah seperti pada Gambar 3.1.

Dimana adalah plant yang diperumum, mempunyai dua buah input, yaitu input dari luar (*exogenous input*) *w* misalnya berupa gangguan (*disturbance*) dan input kendali *u*. juga mempunyai dua buah output yaitu output yang diukur *y* dan output yang dibangun (*regulated output*) *z*. adalah pengendali yang didesain (dirancang), diasumsikan real rasional dan proper.

Suatu fungsi transfer *G(s)* disebut proper jika ada.

Teorema 3.1.

Terdapat pengendali yang diperkenankan (*admissible*) sehingga jika dan hanya jika tiga kondisi berikut dipenuhi

1. , .

2. , .

3. .

Jika ketiga kondisi ini dipenuhi, salah satu pengendalinya adalah

,

dengan

Bukti :

()

Terapkan Teorema 2.1 untuk bagian (1) dari Lemma 2.2, dapat disimpulkan bahwa sehingga dan

antistabil.

Misalkan . Karena . Melalui perhitungan dapat diperoleh dan

stabil. Karena solusi dari persamaan Riccati dan stabil, maka solusi yang menstabilkan. Karena

diperoleh dari setiap anggota domain Riccati tunggal, maka Dengan cara yang sama terapkan

Teorema 2.1. untuk bagian (2) dari Lemma 2.2., diperoleh bahwa terdapat >0 sedemikian

sehingga dan Terakhir dari Lemma 2.2. bagian (3) diperoleh,

.

Karena maka berdasarkan Lemma schur complements , sehingga mempunyai invers.

Definisikan.

Selanjutnya dengan menggunakan sifat-sifat dari radius spektral, diperoleh .

()

Misalkan maka fungsi transfer lup tertutup

dengan diberikan oleh

.

Didefinisikan .

Karena >0 dan >0, maka dengan menggunakan kriteria Sylvester, di dapat P > 0. P memenuhi persamaan dan

tidak mempunyai nilai eigen pada sumbu imajiner, karena stabil dan antistabil. Jadi, menurut Lemma 2.1., diperoleh .

4. HASIL SIMULASI

Sebagai verifikasi dari kinerja pengendali suboptimal , pengendali tersebut diaplikasikan pada struktur fleksibel. Pandang model dinamik dari struktur fleksibel [5], yang ditulis dalam bentuk persamaan differensial orde dua sebagai berikut :

(2)

adalah vektor keadaan, , , dan masing-masing adalah matriks inersia, redaman dan kekakuan dari

struktur. adalah vektor ganguan untuk percepatan eksitasi dan adalah matriks input untuk gaya kendali f. Pengendali dirancang untuk meminimisasi peaks fungsi alih lup terbuka pada mode pertama dan kedua. Untuk tujuan ini, diterapkan fungsi bobot *high-pass filter* orde 4. Persamaan keadaan (*state*) dari fungsi bobot tersebut adalah

, (3)

dengan s adalah operator Laplace, Lev=90, dan Dengan menggabungkan persamaan (2) dan (3) serta menggunakan transformasi [5,6] diperoleh realisasi matriks transfer G(s) seperti pada persamaan (1), yang merupakan plant berorde 30. Yang dimaksud dengan orde disini adalah banyaknya variable keadaan. Selanjutnya dengan menggunakan program MATLAB, dirancang

pengendali suboptimal , K(s), dan diaplikasikan pada plant semula sehingga diperoleh sistem lup tertutup.

Untuk menguji performansi (kinerja) pengendali suboptimal , sistem lup tertutup dan lup terbuka diberi gangguan berupa sinyal fungsi impulsa, yang mengakibatkan terjadinya pergerakan dari sistem (struktur fleksibel) dalam arah transversal dan torsional. Respon frekuensi lup terbuka (tanpa pengendali) dan lup tertutup (dengan pengendali) diberikan pada Gambar 4.1. Dari Gambar tersebut, terlihat bahwa pengendali dapat mereduksi (meminimisasi) mode pertama kurang lebih 15 dB dan mode kedua kurang lebih 8 dB. Pada Gambar 4.2a dan Gambar 4.2b diberikan respon impulsa dari pergerakan dalam arah transversal dan torsional, dari sini terlihat performansi (kinerja) pengendali dalam meredam vibrasi dari struktur fleksibel, dalam waktu sekitar 1 detik, sistem tidak bergetar lagi (sudah stabil). Hal ini berbeda dengan sistem lup terbuka (tanpa pengendali) yang masih terus bergetar dalam waktu yang cukup lama.

5. KESIMPULAN

Dari hasil pembahasan, dapat disimpulkan bahwa syarat perlu dan cukup untuk eksistensi

pengendali suboptimal adalah solusi yang menstabilkan dari dua persamaan Riccati aljabar

adalah definit positif dan radius spektral dari perkalian dua solusi tersebut kurang dari

Pengendali suboptimal , yang diperoleh dapat diaplikasikan ke struktur fleksibel dan mempunyai performansi (kinerja) yang baik dalam meredam vibrasi (getaran).

6. UCAPAN TERIMA KASIH

Terima kasih kami ucapkan pada Prof. S. M. Nababan dan Dr. Roberd Saragih yang telah meluangkan waktunya untuk berdiskusi, memberikan saran dan masukan pada penulis.

Daftar Pustaka

1. Colaneri, P, Geromel, J. C, Locatelli, A, *Control Theory and Design : An and Viewpoint*, Academic Press, 1997.

2. Doyle, J. C, Glover, K, Khargoneker, P, and Francis, B. A, *State Space Solutions to Standard and Control Problem*, IEEE Trans, Automatic Control, 1989, Vol. 34.

3. Francis, B. A, *A Course in Control Theory*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, NewYork, 1987.

4. Green, M and Limebeer, D. J. N, *Linear Robust Control*, Prentice-hall Inc, 1995.

5. Saragih R. and Yoshida K, *Reduced Order Controller of Transverse-Torsional Coupled Vibration Based on Linear Matrix Inequalities*, *Journal of Vibration and Control*, Sage Publications Inc, 1999, 5 : 907-923.

6. Widowati dan Saragih R, *Perancangan Pengontrol Berorde Minimum Melalui Reduksi Orde Plant*, *Majalah Ilmiah Himpunan Matematika Indonesia*, 2001, 7 : 2.

7. Zhou K and Doyle, J. C, *Essentials of Robust Control*, Prentice-Hall Inc, 1998.
