MODEL LOGIT KUMULATIF UNTUK RESPON ORDINAL

Robiah Peni Raharjanti dan Tatik Widiharih
Jurusan Matematika FMIPA UNDIP
Jl. Prof. H. Soedarto, S.H, Semarang 50275

Abstract. Logit cumulative model is used to discribe the relationship between a response variable and one or more explanatory variables which response variable is of ordinal scale. To estimate the parameters, use maximum likelihood method with Newton Raphson iteration. Testing for the significance of the coefficients is done to fit the model. Test for overall significance of the variables in the model is performed by likelihood ratio test and test on individual coefficient is done using Wald's test.

Key words: logistic, logit, binary, ordinal, regression model, MLE

1. PENDAHULUAN

Model regresi merupakan komponen penting dalam beberapa analisis data dengan menggambarkan hubungan antara variabel respon dan satu atau beberapa variabel penjelas.

Pada umumnya analisis regresi digunakan untuk menganalisis data dengan variabel respon berupa data kuantitatif. Akan tetapi sering juga ditemui kasus dengan variabel responnya bersifat kualitatif/ kategori. Untuk mengatasi masalah tersebut dapat digunakan model regresi logistik [3].

Model logistik untuk data respon ordinal dengan k kategori $(k>2)$ merupakan perluasan dari model logistik untuk data respon nominal dengan dua kategori (model logistik biner). Sebagaimana dalam model regresi lainnya, dua variabel penjelas atau lebih dapat disertakan dalam analisis. Variabel penjelas ini dapat berupa data kuantitatif maupun data kualitatif [2].

Model logistik untuk data respon ordinal ini sering disebut sebagai model logit kumulatif. Respon dalam model logit kumulatif berupa data bertingkat yang diwakili dengan angka $1, 2, 3, \ldots, k$, dengan k adalah banyaknya kategori respon [1]. Dalam tulisan ini akan dibahas mengenai penentuan model logit kumulatif dan uji kecocokan model yang diperoleh. Untuk memperjelas pembahasan diberikan contoh kasus pangkat pegawai negeri sipil RSUD Salatiga per 31 Desember 2001.

2. DESKRIPSI TEORITIS

Sebagai dasar untuk model logistik ordinal adalah model logistik biner. Pada model logistik biner ini Y adalah variabel respon yang nilainya 1 untuk kejadian sukses atau 0 untuk kejadian gagal. Dalam model ini akan ditentukan peluang $Y=1$ bila diketahui harga X.

$\pi(x) = P(Y = 1 \mid X)$ dan
$1-\pi(x) = P(Y = 0 \mid X)$.

Model logistik biner dengan satu variabel penjelas berbentuk:

$$Logit[\ \pi(x)\ ] = log\left(\frac{\pi(x)}{1-\pi(x)}\right)$$
$$= \beta_0 + \beta_1 x, \qquad (2.1)$$

dengan
X : variabel penjelas / bebas.
β_0 dan β_1 adalah parameter dari model
Jika persamaan (2.1) ini diubah ke bentuk eksponensial maka akan diperoleh

$$\pi(x) = \frac{e^{\beta_0+\beta_1 x}}{1+e^{\beta_0+\beta_1 x}}. \qquad (2.2)$$

2.1. Penaksiran Parameter

Misal dilakukan n percobaan yang saling bebas, dengan y_i adalah variabel respon dari observasi ke-i $(i = 1, 2, \ldots, n)$

berdistribusi binomial dengan probabilitas sukses $\pi(x_i)$ dan probabilitas gagal $1-\pi(x_i)$. y_i mempunyai fungsi densitas sebagai berikut

$$f(y_i) = [\pi(x_i)]^{y_i}[1-\pi(x_i)]^{1-y_i},$$
$$y_i = 0, 1. \qquad (2.3)$$

Karena observasi saling bebas maka fungsi likelihood didapat sebagai hasil perkalian dari masing-masing fungsi densitas, yaitu

$$L(\beta) = \prod_{i=1}^{n} f(y_i)$$
$$= \prod_{i=1}^{n}[\pi(x_i)]^{y_i}[1-\pi(x_i)]^{1-y_i} \qquad (2.4)$$

Dengan β adalah parameter yang tidak diketahui dan x_i adalah variabel bebas pada observasi ke-*i*.

Prinsip dari metode maksimum likelihood adalah mencari nilai β dengan memaksimumkan fungsi likelihood. Untuk itu agar lebih mudah, terlebih dahulu dibentuk logaritma natural dari fungsi likelihood, kemudian mendeferensialkan logaritma natural dari fungsi likelihood tersebut terhadap masing-masing parameter, yaitu β_0 dan β_1.

$$K(\beta) = ln\, L(\beta) =$$
$$\sum_{i=1}^{n}\{y_i(\beta_0+\beta_1 x_i) - ln(1+exp(\beta_0+\beta_1 x_i))\} \qquad (2.5)$$

Dengan mendeferensialkan fungsi log likelihood terhadap β_0 dan β_1 maka akan didapat 2 persamaan likelihood, yaitu

$$\frac{\partial K(\beta)}{\partial(\beta_0)} = \sum_{i=1}^{n}[y_i - \pi(x_i)] = 0, \text{ dan} \qquad (2.6)$$
$$\frac{\partial K(\beta)}{\partial(\beta_1)} = \sum_{i=1}^{n}x_i[y_i - \pi(x_i)] = 0. \qquad (2.7)$$

Dalam notasi matriks, turunan parsial pertama adalah

$$\frac{\partial K(\beta)}{\partial\beta} = \begin{bmatrix}\frac{\partial K(\beta)}{\partial\beta_0}\\ \frac{\partial K(\beta)}{\partial\beta_1}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 1 & \dots & 1\\ x_1 & x_2 & \dots & x_n\end{bmatrix}\left[\begin{bmatrix}y_1\\ y_2\\ \dots\\ y_n\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}\pi_1\\ \pi_2\\ \dots\\ \pi_n\end{bmatrix}\right]$$

atau $$\frac{\partial K(\beta)}{\partial\beta} = \boldsymbol{X'(y - \pi_i)}, \qquad (2.8)$$

π_i menyatakan $\pi(x_i)$.

Persamaan log likelihood pada persamaan (2.8) bukan merupakan fungsi linier dalam β_0 dan β_1 sehingga harga taksiran β dicari dengan menggunakan metode numerik. Metode yang dipakai untuk memecahkan masalah ini adalah metode Newton-Raphson. Untuk itu diperlukan turunan parsial kedua log likelihood. Pada persamaan (2.8) turunan parsial kedua dari log likelihood terhadap β_0 dan β_1 adalah

$$\frac{\partial^2 K(\beta)}{\partial\beta_0^2} = -\sum_{i=1}^{n}x_{i0}^2\pi_i(1-\pi_i)$$
$$= -\sum_{i=1}^{n}\pi_i(1-\pi_i), \qquad (2.9)$$
$$\frac{\partial^2 K(\beta)}{\partial\beta_1^2} = -\sum_{i=1}^{n}x_{i1}{}^2\pi_i(1-\pi_i), \qquad (2.10)$$

$$\frac{\partial^2 K(\beta)}{\partial\beta_0\beta_1} = \frac{\partial^2 K(\beta)}{\partial\beta_1\beta_0}$$
$$= -\sum_{i=1}^{n}x_{i0}x_{i1}\pi_i(1-\pi_i)$$
$$= -\sum_{i=1}^{n}x_{i1}\pi_i(1-\pi_i), \qquad (2.11)$$

dengan x_{i0}: nilai x_i pada saat $y = 0$ (nilai $x_{i0} = 1$) dan x_{i1} : nilai x_i pada saat $y = 1$.

Dari turunan parsial kedua fungsi log likelihood dibentuk matriks berukuran (2x2) yang memiliki elemen-elemen negatif dari nilai-nilai dalam persamaan (2.9), (2.10) dan (2.11). Sebut matriks ini sebagai matriks informasi yang dinyatakan dengan I(β). Bentuk matriks informasi tersebut adalah

$$I(\beta) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 K(\beta)}{\partial \beta_0^2} & \frac{\partial^2 K(\beta)}{\partial \beta_1 \beta_0} \\ \frac{\partial^2 K(\beta)}{\partial \beta_0 \beta_1} & \frac{\partial^2 K(\beta)}{\partial \beta_1^2} \end{bmatrix},$$

$$= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} \pi_i(1-\pi_i) & \sum_{i=1}^{n} x_{i1}\pi_i(1-\pi_i) \\ \sum_{i=1}^{n} x_{i1}\pi_i(1-\pi_i) & \sum_{i=1}^{n} x_{i1}^2\pi_i(1-\pi_i) \end{bmatrix}. \quad (2.12)$$

Prosedur Newton-Raphson untuk mencari taksiran β_j, $j = 0, 1$ dengan langkah-langkah sebagai berikut

1. Pilih taksiran awal β_{jm}, misalkan $\beta_{j1} = 0$, $m = 1, 2, \ldots$.
2. Pada setiap iterasi ke $(m+1)$ hitung taksiran baru : $\beta_{j(m+1)} = \beta_{jm} + [\, I(\beta)\,]^{-1} x' [\, y - \pi_i \,]$
3. Iterasi berlanjut hingga diperoleh $\beta_{j(m+1)} \approx \beta_{jm}$

2.2. Uji Signifikansi Model

a. Uji secara keseluruhan menggunakan uji rasio likelihood

- Hipotesis

  $H_0 : \beta_1 = 0$ vs $H_1 : \beta_1 \neq 0$
- Statistik uji

$$\chi^2_{hitung} = -2 \ln \left[\frac{likelihood\ tanpa\ variabel bebas}{likelihood\ dengan\ variabel bebas} \right]$$

$$= -2 \ln \left[\frac{\left(\frac{n_1}{n}\right)^{n_1} \left(\frac{n_0}{n}\right)^{n_0}}{\prod_{i=1}^{n} \hat{\pi}_i^{y_i} (1-\hat{\pi}_i)^{(1-y_i)}} \right]$$

dengan

$n_1 = \sum_i y_i$ dan $n_0 = \sum_i (1-y_i)$

- Keputusan : H_0 ditolak jika $\chi^2_{hitung} > \chi^2_{\alpha;1}$ atau didasarkan harga *p*-value.

b. Uji individu menggunakan uji Wald

- Hipotesis : $H_0 : \beta_j = 0$ vs $H_1 : \beta_j \neq 0$, dengan $j = 0, 1$
- Statistik uji : $W_j = \left[\frac{\hat{\beta}_j}{S\hat{E}(\hat{\beta}_j)} \right]^2$
- Keputusan : H_0 ditolak jika $W_j > \chi^2_{\alpha;1}$ atau didasarkan harga p-value

3. MODEL LOGIT KUMULATIF

3.1. Bentuk Model

Model logistik untuk data respon ordinal sering pula disebut model logit kumulatif. Bentuk model logit kumulatif untuk respon ordinal dengan k kategori yaitu

$$Logit\ [c_j] = \log \left[\frac{c_j}{1-c_j} \right] = \theta_j + \boldsymbol{\beta}^T \boldsymbol{x} \quad (3.1)$$

dengan π_j : peluang kategori respon ke-j

$c_j = [\, P(Y \le j)\,]$: peluang kumulatif kategori respon ke-j = $\pi_1 + \pi_2 + \ldots\ldots + \pi_j$

θ_j : konstanta ($j = 1, 2, \ldots\ldots, k-1$)

$\boldsymbol{\beta}^T = (\beta_1\ \beta_2 \ldots \beta_p)$: parameter koefisien yang menggambarkan pengaruh X terhadap logit (c_j) untuk respon (y) pada kategori kurang dari atau sama dengan j.

Misalkan $\boldsymbol{X}^T = (X_1\ X_2 \quad X_p)$ adalah variabel penjelas.

Variabel penjelas pada model logit kumulatif dapat berupa variabel kontinu, kategori atau keduanya. Jika persamaan (3.1) diubah kebentuk eksponensial akan diperoleh

$$c_j = [P(Y \le j)] = \frac{e^{\theta_j + \beta^T x}}{1 + e^{\theta_j + \beta^T x}} . \quad (3.2)$$

3.2. Penaksiran Parameter Model Logit Kumulatif

Kontribusi dari observasi mutinomial n_1, n_2, … , n_k untuk fungsi likelihood adalah

$$Logit\ [c_j] = \theta_j + \boldsymbol{\beta}^T \boldsymbol{x} .$$

Karena dalam hal ini digunakan probabilitas kumulatif yang didefinisikan sebagai

$R_1 = n_1 \qquad Z_1 = R_1 / n$

. .

. .

. .

$R_k = \sum_{j=1}^{k} n_j = n \qquad Z_k = R_k / n = 1$

Fungsi likelihood didefinisikan sebagai perkalian dari $(k-1)$ faktor, yaitu:

$$L = \left\{\left(\frac{c_1}{c_2}\right)^{R_1}\left(\frac{c_2-c_1}{c_2}\right)^{R_2-R_1}\right\}\ldots\ldots$$
$$\left\{\left(\frac{c_{k-1}}{c_k}\right)^{R_{k-1}}\left(\frac{c_k-c_{k-1}}{c_k}\right)^{R_k-R_{k-1}}\right\} \qquad (3.3)$$

Jika didefinisikan

ϕ_j = $logit\left[\frac{c_j}{c_{j+1}}\right]$ = $log\left[\frac{c_j}{c_{j+1}-c_j}\right]$ dan g

(ϕ_j) = $log\ \{1+exp(\phi_j)\}$ = $log\left[\frac{c_{j+1}}{c_{j+1}-c_j}\right]$

maka log likelihood adalah

$$K = log\ L = n\sum_{j=1}^{k-1}\left[Z_j\phi_j - Z_{j+1}g(\phi_j)\right]. \qquad (3.4)$$

Model secara umum dari persamaan (3.1) dapat ditulis

$$logit\ (c_j) = \boldsymbol{\beta}^{*T}\boldsymbol{X}^*_j \qquad (3.5)$$

dengan : $\boldsymbol{\beta}^* = (\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_{k-1}, \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_p)$ adalah vektor parameter $\boldsymbol{X}^*_j = (0, \ldots, 1, \ldots, 0, \boldsymbol{X})$ yang bernilai 1 pada saat j.

Turunan log likelihood terhadap $\boldsymbol{\beta}^*$ adalah

$$\frac{\partial K}{\partial \beta^*_r} = \sum_{j=i}^{k-1}\frac{\partial K}{\partial \phi_j}\left\{\frac{\partial \phi_j}{\partial c_j}\frac{dc_j}{dY_j}X^*_{jr} + \frac{\partial \phi_j}{\partial c_{j+1}}\frac{dc_{j+1}}{dY_{j+1}}X^*_{j+1,r}\right\} \qquad (3.6)$$

dengan mensubstitusi

$V_j = \frac{\partial c_j}{\partial \phi_j}$ dan $\frac{\partial \phi_j}{\partial c_{j+1}} = \left(-\frac{c_j}{c_{j+1}}\right)V_j^{-1}$,

diperoleh

$\frac{\partial K}{\partial \beta^*_r} = \sum_{j=1}^{k-1}\frac{\partial K}{\partial \phi_j}V_j^{-1}q_{jr}$, dengan

$$q_{jr} = \left\{\frac{dc_j}{dY_j}X^*_{jr} - \frac{c_j}{c_{j+1}}\frac{dc_{j+1}}{dY_{j+1}}X^*_{j+1,r}\right\}$$

Persamaan log likelihood pada persamaan (3.6) bukan merupakan fungsi linier dalam $\boldsymbol{\beta}^*$ sehingga harga taksiran $\boldsymbol{\beta}^*$ dicari dengan menggunakan metode numerik. Metode yang dipakai untuk memecahkan masalah ini adalah metode Newton–Raphson. Dari persamaan (3.6), negatif nilai harapan turunan parsial kedua dari log likelihood terhadap β^*_r , β^*_s yaitu

$$A_{rs} = -E\left(\frac{\partial^2 K}{\partial \beta^*_r \partial \beta^*_s}\right) = n\sum_j V_j^{-1}q_{jr}q_{js} , \quad (3.7)$$

dengan $q_{js} = \left\{\frac{dc_j}{dY_j}X^*_{js} - \frac{c_j}{c_{j+1}}\frac{dc_{j+1}}{dY_{j+1}}X^*_{j+1,s}\right\}$.

Jadi prosedur Newton Raphson untuk mencari taksiran β^* adalah

1. Pilih taksiran awal $A\beta^*_m$, $m = 1, 2, \ldots$, misal diambil $\beta_{r1} = 0$.
2. Pada setiap iterasi ke $(m+1)$ hitung taksiran baru : $b = A\beta^*_{m+1} = A\beta^*_m + \frac{\partial K}{\partial \beta^*}$.
3. Iterasi berlanjut hingga diperoleh $A\beta^*_{m+1} \approx A\beta^*_m$.

3.3. Uji Signifikansi Model

Setelah memperoleh model logit kumulatif dan melakukan penaksiran parameter-parameter yang ada pada model, maka langkah selanjutnya adalah menilai signifikansi dari parameter-parameter tersebut.

3.3.1. Uji Rasio *Likelihood*

Uji rasio likelihood diperoleh dengan cara membandingkan fungsi log likelihood dari seluruh variabel bebas dengan fungsi log likelihood tanpa variabel bebas. Uji rasio likelihood digunakan untuk menguji signifikansi model secara keseluruhan.

Fungsi log likelihood menurut persamaan (3.4) adalah

$$K(\beta) = n\sum_{j=1}^{k-1}\left[Z_j\phi_j - Z_{j+1}g(\phi_j)\right]$$
$$= \sum_{j=1}^{k-1}\{R_j\ log(c_j) - R_{j+1}\ log(c_{j+1}) + n_{j+1}\ log(c_{j+1}-c_j)\}$$

Fungsi log likelihood untuk p variabel penjelas adalah

$$K(\beta) = \sum_{j=1}^{k-1}\{R_j\ log[c_j(x)] - R_{j+1}\ log[c_{j+1}(x)] +$$

$$n_{j+1}\, log\left[c_{j+1}(x)-c_j(x)\right]\},\qquad (3.8)$$

dengan $c_j(x)$ sama dengan c_j seperti persamaan (3.2).

Sedangkan fungsi log likelihood untuk model logit kumulatif yang hanya mengandung konstanta didefinisikan dengan

$$K(\theta)=\sum_{j=1}^{k-1}\{R_j\, ln\left[c_j(\theta)\right]-R_{j+1}\, ln\left[c_{j+1}(\theta)\right]+ n_{j+1}\, ln\left[c_{j+1}(\theta)-c_j(\theta)\right]\},\qquad (3.9)$$

dengan

$$c_j(\theta)=\frac{e^{\theta_j}}{1+e^{\theta_j}} \text{ dan } c_{j+1}(\theta)=\frac{e^{\theta_{j+1}}}{1+e^{\theta_{j+1}}}.$$

Hipotesisnya adalah

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = ... = \beta_p = 0$ vs H_1 : minimal ada satu $\beta_r \neq 0$

Statistik uji :

$$\chi^2_{\text{hitung}} = -2\ log\left[\frac{likelihood\ tanpa\ variabel bebas}{likelihood\ dengan\ variabel bebas}\right]\qquad (3.10)$$

Keputusan: H_0 ditolak jika $\chi^2_{hitung} > \chi^2_{\alpha;p}$ atau berdasarkan harga *p*-value

Penolakan H_0 memberi arti bahwa satu atau lebih parameter β yang ada pada model tidak sama dengan nol. Oleh karena itu, dengan mengetahui signifikan/ tidaknya parameter dapat diketahui signifikan/ tidaknya model.

3.3.2. Uji Wald

Uji Wald diperoleh dengan cara mengkuadratkan rasio estimasi parameter dengan estimasi standar errornya.

Uji Wald ini digunakan untuk menguji signifikansi tiap parameter.

- Uji Wald untuk konstanta

  Hipotesis : $H_0 : \theta_j = 0$ vs $H_1 : \theta_j \neq 0$

  Statistik uji : $W_j = \left[\dfrac{\hat{\theta}_j}{S\hat{E}(\hat{\theta}_j)}\right]^2$ (3.11)

  Keputusan: H_0 ditolak jika $W_j > \chi^2_{\alpha;1}$ atau berdasarkan harga *p*-value

- Uji Wald untuk koefisien variabel penjelas

  Hipotesis : $H_0 : \beta_r = 0$ vs $H_1 : \beta_r \neq 0$

  Statistik uji : $W_r = \left[\dfrac{\hat{\beta}_r}{S\hat{E}(\hat{\beta}_r)}\right]^2$ (3.12)

Keputusan: H_0 ditolak jika $W_r > \chi^2_{\alpha;1}$ atau berdasarkan harga *p*-value

4. CONTOH KASUS

Untuk menerapkan model logit kumulatif untuk respon ordinal maka diambil studi kasus di bidang kepegawaian. Akan dilihat pengaruh tingkat pendidikan dan masa kerja terhadap pangkat (golongan/ ruang) pegawai negeri sipil. Dalam hal ini data yang diambil adalah data ketenagaan Badan Pengelolaan Rumah Sakit Umum Daerah Kota Salatiga keadaan 31 Desember 2001, sebanyak 229 pegawai negeri sipil. Pangkat (golongan/ruang) dikategorikan dalam 14 tingkatan, yaitu tingkat 1 (golongan IB) sampai dengan tingkat 14 (golongan IVC). Tingkat pendidikan dinotasikan X_1 dan dikategorikan menjadi 6, yaitu:

1 = SD, 2 = SMP, 3 = SMU atau sederajat dan Diploma I, 4 = Diploma III, 5 = Sarjana Strata I, 6 = Dokter Umum, Dokter Spesialis, Sarjana Strata II. Masa kerja (tahun) dinotasikan dengan X_2.

Data tersebut dianalisis dengan program SPSS 10 diperoleh hasil sebagai berikut

- Dari tabel 1 dapat dibentuk model logit kumulatif

  $Logit\ [\ P(Y \leq j)] = \theta_j + 0{,}384\ x_1 + 3{,}585\ x_2$, dengan $j = 1, 2, ..., 13.$

- Uji signifikansi model secara keseluruhan

  Hipotesis : $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = 0$ vs H_1 : minimal ada satu $\beta_r \neq 0$, dengan $r = 1, 2$

  Dari hasil perhitungan diperoleh $\chi^2_{hitung} = 422{,}742$ dengan $sig. = 0.$

  Sehingga apabila diambil $\alpha = 5\ \%$ maka *Ho* ditolak, minimal ada satu parameter $\beta_r \neq 0$, atau dengan kata lain model cocok

Tabel 1. Estimasi Parameter Model , harga Wald dan signifikansinya

	1	2	3	4	5	6	7	8
θ_j	6.252	8.941	9.705	12.039	14.087	16.221	18.176	20.946
Wald	20.980	81.726	100.17	143.855	174.381	183.951	195.134	212.921
Sign.	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	9	**10**	**11**	**12**	**13**	**β_1**	**β_2**	
θ_j	22.474	24.092	26.761	29.602	32.088	0.384	3.585	
Wald	204.607	180.493	178.936	184.759	193.339	130.908	190.954	
Sign	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	

- Uji signifikansi tiap-tiap parameter dalam model dengan uji Wald
  - Uji Wald untuk intersep

    Hipotesis : $H_0 : \theta_j = 0$ vs $H_1 : \theta_j \neq 0$ $j=1,2,......13$

    Berdasarkan tabel 1, sign. dari semua θ_j adalah *0.000*. Hal ini menunjukkan bahwa semua parameter θ_j berpengaruh terhadap logit $[c_j]$ yang berarti berpengaruh pula terhadap pangkat PNS.
  - Uji Wald untuk koefisien variabel penjelas

    Hipotesis : $H0 : \beta r = 0$ vs $H1 : \beta r \neq 0$, dengan $r = 1, 2$

    Berdasarkan tabel 1, diperoleh nilai *Wr* , yaitu *W1 = 130,908* dan *W2 = 190,954* serta nilai *sig. = 0*. Hal ini menunjukkan bahwa semua parameter βr berpengaruh terhadap logit *[cj]* atau semua variabel penjelas, yaitu tingkat pendidikan dan masa kerja berpengaruh terhadap logit *[cj]* yang berarti berpengaruh pula terhadap pangkat PNS.

5. PENUTUP

Model logit kumulatif dapat digunakan untuk menggambarkan hubungan antara variabel respon yang berskala ordinal dan variabel penjelas, dimana variabel penjelasnya dapat berupa data kontinu, kategori atau keduanya. Untuk menaksir parameter pada model logit kumulatif digunakan metode maksimum likelihood yang merupakan persamaan yang tidak mempunyai penyelesaian closed form ssehingga peramaan yang ada harus diselesaikan secara iteratif dengan metode Newton Raphson. Sedangkan untuk mengetahui kecocokan modelnya digunakan uji rasio likelihood (uji keseluruhan) dan uji wald (uji individu).

6. DAFTAR PUSTAKA

[1] Agresti, A. (1996), *An Introduction to Categorical Data Analysis*, John Wiley and Sons Inc, Canada.

[2] Ellyana (2000), *Perbandingan Model Logistik Ordinal dengan Model Regresi Klasik*, Jurnal MIPA Unair, **5**(2): 43-44.

[3] Hosmer, D.W. and Lemeshow, S. (1989), *Applied Logistic Regression*, John Wiley and Sons Inc, Canada.

[4] McCullagh, P. (1980), *Regression Models for Ordinal Data (with discussion)*, Jurnal Royal Statistic Society, **B**(42): 109 – 142.

[5] McCullagh, P. and J.A Nelder (1983), *Generalized Linear Models*, Chapman and Hall, London, Second Edition 1989.