

**Perancangan Pengendali Tereduksi Berdasarkan
Faktorisasi Koprime dan Penempatan Pole**

Oleh :

Widowati

Jurusan Matematika FMIPA UNDIP

Jl. Prof. H. Sudarto, SH., Semarang 50275

Abstrak

Dalam praktek perancangan pengendali, para perancang sistem pada umumnya lebih menginginkan pengendali berorde rendah. Hal ini dikarenakan pengendali tersebut lebih mudah untuk diimplementasikan. Oleh karena itu, pada paper ini dikemukakan perancangan pengendali berorde rendah. Dengan menggunakan faktorisasi koprime dan kendala penempatan pole (pole placement) perancangan pengendali tereduksi direformulasikan sebagai masalah optimisasi konveks. Penyelesaian masalah ini akan dicari dengan menggunakan pendekatan pertidaksamaan matriks linear.

1. Pendahuluan

Beberapa tahun terakhir ini, teknik-teknik perancangan pengendali berorde rendah berkembang pesat. Proses perancangan pengendali H_∞ melalui pendekatan pertidaksamaan matriks linear telah dikemukakan oleh beberapa peneliti [1, 3]. Selanjutnya masalah perancangan pengendali berorde rendah dari sistem linear untuk waktu kontinu melalui faktorisasi koprime telah diteliti oleh Zhou & Chen [8] serta Wang & Huang [7]. Sedangkan reduksi model terstruktur dari sistem linear yang tak berubah terhadap waktu dengan menggunakan pertidaksamaan matriks linear dan melalui faktorisasi koprime telah dikembangkan oleh Li dan Paganini[4].

Pada paper ini akan dikemukakan masalah perancangan pengendali H_∞ berorde rendah (tereduksi) dari sistem linear yang tak berubah terhadap waktu. Sistem yang dikaji disini adalah sistem linear waktu diskrit. Sistem semula tidak diasumsikan stabil, tetapi harus terstabilkan dan terdeteksi [6]. Jika sistem dapat distabilkan oleh umpan balik keadaan, maka faktorisasi koprime dapat dikonstruksi. Selanjutnya, pengendali tereduksi dapat ditentukan melalui faktorisasi koprime tersebut dengan kendala penempatan pole. Dengan menggunakan *bounded real lemma* [9], masalah optimisasi penempatan pole dapat diselesaikan melalui pertidaksamaan matriks linear.

Adapun sistematika dari paper ini adalah sebagai berikut. Representasi ruang keadaan dan faktorisasi koprime dari sistem linear waktu diskrit diberikan pada bagian 2. Kemudian, syarat cukup agar pengendali tereduksi menstabilkan sistem lup tertutup disajikan pada bagian 3. Masalah optimisasi untuk penempatan pole melalui pendekatan pertidaksamaan matriks linear diberikan pada bagian 4. Selanjutnya, sebagai verifikasi dari metode yang telah dikemukakan, pada bagian 5 disajikan contoh numerik dari sistem nominal berorde 5. Terakhir disajikan kesimpulan.

2. Faktorisasi koprima dari sistem linear waktu diskrit

Pada bagian ini dibahas tentang faktorisasi koprima waktu diskrit. Diberikan sistem linear yang tak berubah terhadap waktu, diskrit, berorde n , sebagai berikut.

$$\begin{aligned}x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k), \\y(k) &= Cx(k),\end{aligned}\tag{1}$$

dengan $x \in R^n$, $u \in R^m$, $y \in R^p$, x : variabel keadaan, u : variabel masukan, y : variabel keluaran, dan A , B , C , D masing-masing adalah matriks real konstan berukuran $n \times n$, $n \times m$, $p \times n$, $p \times m$. Diasumsikan sistem tersebut adalah terstabilkan dan terdeteksi. Untuk selanjutnya realisasi ruang keadaan dari sistem (1), yang dinotasikan dengan $G(z)$, direpresentasikan sebagai

$$G(z) = \left[\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right].$$

Karena sistem (1) terstabilkan dan terdeteksi sehingga dapat dikonstruksi faktorisasi koprima kanan [4, 9] dari $G(z)$ sebagai berikut

$$G(z) = G_N(z) G_M^{-1}(z).\tag{2}$$

Realisasi ruang keadaan dari $G_N(z)$ dan $G_M(z)$ ditulis sebagai

$$\begin{bmatrix} G_M(z) \\ G_N(z) \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} A - BF & B \\ \hline -F & I \\ C & 0 \end{array} \right],\tag{3}$$

dengan F adalah matriks umpan balik keadaan sedemikian sehingga semua nilai eigen dari $A - BF$ berada di dalam lingkaran satuan pada bidang- z (sistem stabil).

Misalkan $K(z)$ adalah pengendali berorde-penuh dari $G(z)$. Untuk merancang pengendali tereduksi (berorde rendah), sebelum dikonstruksi faktorisasi koprimanya, terlebih dahulu didefinisikan strukturnya sebagai berikut. Seleksi pengendali tereduksi $K(z)$ dengan p masukan dan m keluaran dengan struktur

$$K(z) = \begin{bmatrix} \frac{k_{11}(z)}{d_1(z)} & \dots & \frac{k_{1p}(z)}{d_1(z)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{k_{m1}(z)}{d_m(z)} & \dots & \frac{k_{mp}(z)}{d_m(z)} \end{bmatrix},$$

dengan $k_{ij}(z)$ dan $d_i(z)$ adalah polinomial yang didefinisikan sebagai

$$k_{ij}(z) = b_{ij,m}z^m + b_{ij,m-1}z^{m-1} + \dots + b_{ij,0},$$

$$d_i(z) = z^{ni} + a_{i,ni-1}z^{ni-1} + a_{i,0},$$

$$i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, p,$$

$a_{i,I}$ dan $b_{j,I}$, $I = 1, 2, \dots, ni$ adalah koefisien yang akan ditentukan nilainya. Selanjutnya, faktorisasi koprima kiri dari $K(z)$ dapat dibentuk sebagai berikut

$$K(z) = K_M^{-1}(z)K_N(z). \quad (4)$$

Faktor koprima $K_M^{-1}(z)$ dan $K_N(z)$ adalah matriks fungsi alih stabil dengan struktur

$$K_N(z) = \begin{bmatrix} \frac{k_{11}(z)}{d_{c1}(z)} & \dots & \frac{k_{1p}(z)}{d_{c1}(z)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{k_{m1}(z)}{d_{cm}(z)} & \dots & \frac{k_{mp}(z)}{d_{cm}(z)} \end{bmatrix},$$

$$K_M(z) = \begin{bmatrix} \frac{d_1(z)}{d_{c1}(z)} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{d_m(z)}{d_{cm}(z)} \end{bmatrix},$$

dengan $d_{cj}(z)$, $j = 1, 2, \dots, m$ adalah polinomial monik stabil yang ditentukan terlebih dahulu. Orde dari $d_{cj}(z)$ dan $d_j(z)$ adalah sama. Orde dari $K(z)$, dinotasikan dengan n_n , adalah jumlah dari derajat $d_1(z), \dots, d_m(z)$. Orde dari pengendali tereduksi adalah l ($l < n$). Jika tidak ada mode yang tidak stabil pada $K(z)$, maka (4) merupakan faktorisasi koprima kiri.

Bentuk kanonik terkontrol dapat digunakan untuk merealisasikan masing-masing

fungsi alih $\frac{k_{ij}(z)}{d_{cj}(z)}$ dalam $K_N(z)$ sehingga dapat diperoleh realisasi ruang keadaan dari $K_N(z)$.

Realisasi ruang keadaan dari $K_N(z)$ ini dapat direpresentasikan sebagai

$$K_N(z) = \left[\begin{array}{c|c} A_{knc} & B_{knc} \\ \hline C_{knc} & D_{knc} \end{array} \right], \quad (5)$$

dengan A_{knc} dan B_{knc} adalah matriks konstan yang ditentukan dari penyeleksian awal penyebut $d_{cj}(z)$. Koefisien yang tidak diketahui dari pembilang $k_{ij}(z)$ juga termasuk di dalam C_{knc} dan D_{knc} . Sedangkan realisasi dari $K_M(z)$ didefinisikan dalam bentuk diagonal

$$K_M(z) = \left[\begin{array}{c|c} A_{km} & B_{km} \\ \hline C_{km} & D_{km} \end{array} \right], \quad (6)$$

dengan A_{km} dan B_{km} adalah matriks konstan, $D_{km} = I$. Koefisien yang tidak diketahui dari penyebut $d_j(z)$ juga termasuk di dalam C_{km} .

3. Pengendali Tereduksi

Fungsi alih lup tertutup, dinotasikan sebagai $T(z)$, mempunyai bentuk

$$T(z) = [I + G(z)K(z)]^{-1}G(z)K(z). \quad (7)$$

Dengan menggunakan faktorisasi koprime dari $G(z)$ dan $K(z)$, fungsi alih lup tertutup $T(z)$ dapat ditulis sebagai

$$T(z) = G_N(z)Q^{-1}(z)K_N(z), \quad (8)$$

dengan $Q(z)$ didefinisikan sebagai

$$Q(z) = K(z)_M G_M(z) + K_N(z)G_N(z). \quad (9)$$

Dari realisasi ruang keadaan (3), (5), dan (6), maka realisasi ruang keadaan dari $Q(z)$ dapat ditulis sebagai

$$Q(z) = \left[\begin{array}{ccc|c} A_{kd} & -B_{kd}F & 0 & B_{kd} \\ 0 & A-BF & 0 & B \\ 0 & B_{knc}C & A_{knc} & 0 \\ \hline C_{kd} & -F + D_{knc}C & C_{knc} & I \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} A_q & B_q \\ \hline C_q & D_q \end{array} \right], \quad (10)$$

dengan A_q adalah stabil.

Lemma 1. [6] Jika terdapat matriks definit positif P , sedemikian sehingga pertidaksamaan matriks linear (*Linear Matrix Inequalities* (LMIs)) berikut dipenuhi

$$\begin{bmatrix} A_q^T P A_q & A_q^T P B_q - C_q^T \\ B_q^T P A_q - C_q & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (11)$$

$$I - B_q^T P B_q \geq 0, \quad (12)$$

maka semua zeros dari $Q(z)$ berada didalam lingkaran satuan pada bidang- z .

Lemma 2. *Bounded Real* [9]

Pernyataan berikut adalah ekuivalen

i. $\|Q(z)\|_\infty < \gamma$ dan A_q adalah stabil dengan $Q(z)$ seperti pada (10).

ii. Terdapat matriks $H > 0$ yang memenuhi

$$\begin{bmatrix} HA_q + A_q^T H & HB_q & C_q^T \\ B_q^T H & -\gamma I & D_q^T \\ C_q & D_q & -\gamma I \end{bmatrix} < 0.$$

Teorema 1. [6] Jika terdapat matriks C_{knc} , D_{knc} , dan C_{kn} yang mempunyai struktur realisasi seperti pada (5) dan (6), sedemikian sehingga pertidaksamaan matriks linear (11) dan (12) dipenuhi, maka

$u = -K(z)y$ adalah pengendali yang menstabilkan.

Teorema 1 memberikan metode praktis untuk menemukan pengendali berorde rendah (tereduksi). Dengan menggunakan program MATLAB untuk *convex programming* yang diimplementasikan dalam LMI toolbox [2], masalah *feasibility* LMIs (11) dan (12) dapat diselesaikan.

4. Penempatan Pole

Pada bagian ini, akan dikaji bagaimana menemukan pengendali berorde rendah sedemikian sehingga semua pole dari sistem lup tertutup dekat dengan pole yang telah diseleksi terlebih dahulu. Dari persamaan (8), jika diasumsikan $Q(z) = I$, maka fungsi alih lup tertutup menjadi

$$T(z) = G_N(z)K_M(z). \quad (13)$$

Dalam kasus ini, pole dari sistem lup tertutup merupakan gabungan dari pole sistem $G(z)$ dan pengendali $K(z)$ yang ditentukan terlebih dahulu oleh perancang. Berikut diberikan masalah optimisasi untuk penempatan pole [6]

$$\min_{K(z)} \|Q(z) - I\|_{\infty} \quad (14)$$

terhadap kendala LMIs (11) dan (12). Masalah ini disebut sebagai masalah *regional pole placement*, termasuk daerah penempatan pole ditentukan oleh pole dari $G_N(z)K_N(z)$. Disini, akan dicoba untuk menempatkan pole dari sistem lup tertutup berada di himpunan dari lokasi pole yang diinginkan pada seleksi awal.

Realisasi ruang keadaan dari $(Q(z) - I) = \left[\begin{array}{c|c} A_q & B_q \\ \hline C_q & 0 \end{array} \right]$. Dengan menggunakan

Lemma 2, masalah optimisasi (14) dapat diekspresikan sebagai

$$\min_{K(z)} \gamma_p \quad (15)$$

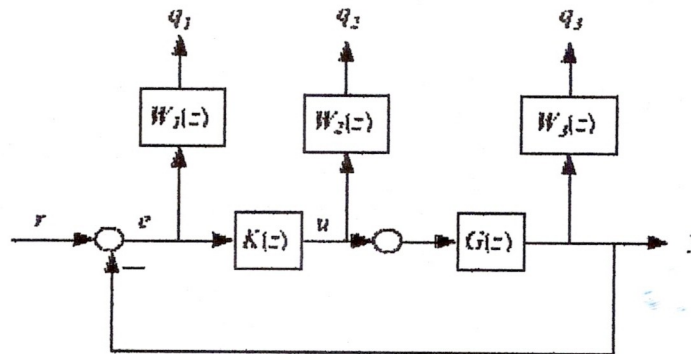
terhadap kendala LMIs

$$\begin{bmatrix} A_q^T X A_q + X & A_q^T X B_q & C_q^T \\ B_q^T X A_q & B_q^T X B_q - \gamma_p I & 0 \\ C_q & 0 & -\gamma_p I \end{bmatrix} < 0, \quad (16)$$

$$X > 0, \quad (17)$$

dan LMIs (11) dan (12). Masalah tersebut adalah masalah konveks *feasibility* dengan variabel $P, X, C_{knc}, D_{knc}, C_{kn}$ dan γ_p .

Selanjutnya, perhatikan masalah optimisasi H_∞ , seperti pada diagram blok berikut



Gambar 1. Masalah optimisasi H_∞

Dari diagram blok pada Gambar 1, diperoleh

$$\begin{bmatrix} q \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11}(z) & P_{12}(z) \\ P_{21}(z) & P_{22}(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ u \end{bmatrix},$$

dengan $q = [q_1 \quad q_2 \quad q_3]^T$,

$$P_{11}(z) = \begin{bmatrix} W_1(z) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, P_{12}(z) = \begin{bmatrix} -W_1(z)G(z) \\ W_2(z) \\ W_{31}(z)G(z) \end{bmatrix},$$

$$P_{21}(z) = I, P_{22}(z) = -G(z).$$

Perancangan pengendali yang dibahas disini adalah masalah optimisasi H_∞ . Masalah optimisasi H_∞ [9] merupakan suatu permasalahan untuk menemukan pengendali $u = K(z)e$ sedemikian sehingga sistem lup tertutupnya stabil dan norm H_∞ sistem lup tertutup dari masukan r ke keluaran q ($T_{qr}(z)$) memenuhi,

$$\|T_{qr}(z)\|_\infty < \gamma, \text{ dengan } \gamma > 0. \quad (18)$$

Fungsi alih $T_{qr}(z) = P_{11}(z) + P_{12}(z)[I + K(z)G(z)]^{-1}K(z)$

Dengan menggunakan faktorisasi koprima dari $G(z)$ dan $K(z)$, fungsi alih lup tertutup menjadi

$$T_{qr}(z) = P_{11}(z) + P_{12}(z)G_M(z)Q^{-1}(z)K_N(z).$$

Jika $Q(z) = I$, fungsi lain lup tertutup menjadi

$$T_{qr}(z) = P_{11}(z) + P_{12}(z)G_M(z)K_N(z) \quad (19)$$

Realisasi ruang keadaan dari $T_{qr}(z)$ direpresentasikan sebagai

$$T_{qr}(z) = \left[\begin{array}{c|c} A_{zr} & B_{zr} \\ \hline C_{zr} & D_{zr} \end{array} \right],$$

dengan $A_{zr} = \begin{bmatrix} A_{p11} & 0 & 0 \\ 0 & A_{p12gn} & B_{12gn}C_{kno} \\ 0 & 0 & A_{kno} \end{bmatrix},$

$$B_{zr} = \begin{bmatrix} B_{p11} \\ B_{p12gn}D_{kno} \\ B_{kno} \end{bmatrix}, \quad C_{zr} = [C_{p11} \quad C_{p12gn} \quad D_{p12gn}C_{kno}],$$

$$D_{zr} = [D_{p11} + D_{p12gn}D_{kno}],$$

dan $P_{11}(z) = \left[\begin{array}{c|c} A_{p11} & B_{p11} \\ \hline C_{p11} & D_{p11} \end{array} \right],$

$$P_{12}(z)G_N(z) = \left[\begin{array}{c|c} A_{p12gn} & B_{p12gn} \\ \hline C_{p12gn} & D_{p12gn} \end{array} \right],$$

serta pengendali $K_N(z)$ mempunyai realisasi dalam bentuk kanonik terobservasi

$$K_N(z) = \left[\begin{array}{c|c} A_{kno} & B_{kno} \\ \hline C_{kno} & D_{kno} \end{array} \right].$$

Selanjutnya, masalah optimisasi H_∞ diformulasikan kembali sebagai berikut

$$\min_{K(z)} \gamma + \gamma_p \quad (20)$$

terhadap kendala LMIs

$$\begin{bmatrix} A_{zr}RA_{zr}^T - R & A_{zr}RC_{zr}^T & B_{zr} \\ C_{zr}RA_{zr}^T & C_{zr}RC_{zr}^T - \gamma I & D_{zr}^T \\ B_{zr}^T & D_{zr} & -\gamma I \end{bmatrix} < 0, \quad (21)$$

$$R > 0, \quad (22)$$

dan LMIs (11), (12), (16), dan (17). Variabel LMIs adalah γ_p dan γ , parameter pengendali $k_{ij}(z)$ dan $d_j(z)$, serta matriks definit positif P, X, R .

Di bawah ini diberikan prosedur [6] untuk menyeleksi pole yang diinginkan.

- i. Merancang pengendali H_∞ berorde penuh, kemudian membentuk sistem lup tertutup.
- ii. Menyeleksi $n + n_k$ pole dominan dari sistem lup tertutup. Hal ini dapat dilakukan dengan menggunakan reduksi model dari sistem tertutupnya.
- iii. Mengambil n pole dari $n + n_k$ pole dominan. Lalu mencari matriks umpan balik keadaan F sedemikian sehingga pole dari $A-BF$ ditempatkan pada lokasi n pole terseleksi.
- iv. Mendistribusikan n_k pole baru ke $d_{cj}(z)$ bersesuaian dengan struktur pengendali yang telah ditentukan sebelumnya.

5. Contoh Numerik

Sebagai verifikasi dari metode yang telah dikemukakan, pada bagian ini disajikan contoh penerapan ke model pesawat [5]. Model tersebut merepresentasikan model terlinearisasi dari dinamik bidang-vertikal dari pesawat. Model ini mempunyai 3 masukan, 3 keluaran, dan 5 variabel keadaan. Masukannya adalah sudut spoiler, akselerasi *forward*, dan elevator. Variabel keadaannya yaitu altitude, forward speed, sudut pitch, laju pitch, dan kecepatan vertikal. Keluaran adalah tiga dari variabel keadaan yang akan dikendalikan. Matriks ruang keadaan dari model nominal pesawat tersebut untuk waktu kontinu adalah sebagai berikut.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1.132 & 0 & -1 \\ 0 & -0.054 & -0.171 & 0 & 0.071 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0.049 & 0 & -0.856 & -1.013 \\ 0 & -0.291 & 0 & 1.053 & -0.686 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -0.120 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 4.419 & 0 & -1.665 \\ 1.575 & 0 & -0.073 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Untuk keperluan perancangan pengendali dipilih fungsi bobot [6] $W_1(s)$ dan $W_3(s)$.

$$W_1(s) = \begin{bmatrix} \frac{(s+60)^2}{200(0s+0.6)^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(s+60)^2}{200(0s+0.6)^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(s+60)^2}{200(0s+0.6)^2} \end{bmatrix}$$

dan

$$W_3(s) = \begin{bmatrix} \frac{s}{25} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{s}{25} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{s}{25} \end{bmatrix}.$$

Fungsi $W_1(s)$ dan $W_3(s)$ masing-masing merupakan fungsi sensitiviti dan sesitiviti komplementari. Untuk merancang pengendali H_∞ berorde penuh, mula-mula sistem nominal didiskritisasi dengan waktu sampling 100 Hz, diperoleh realisasi ruang keadaan untuk sistem nominal waktu diskrit, berorde 5, sebagai berikut.

$$G(z) = \left[\begin{array}{c|c} A_d & B_d \\ \hline C_d & D_d \end{array} \right],$$

dengan

$$A_d = \begin{bmatrix} 1.0000 & 5.7717 & 0.6905 & -0.0656 & -0.6522 \\ 0 & 0.1507 & 0.0892 & 0.0388 & -0.0634 \\ 0 & -0.1268 & 0.1188 & 0.0492 & -0.0640 \\ 0 & 0.0278 & 0.0217 & 0.0094 & -0.0149 \\ 0 & -0.0195 & -0.0094 & -0.0041 & 0.0069 \end{bmatrix},$$

$$B_d = \begin{bmatrix} -118.9955 & 657.1815 & -55.0479 \\ -3.6669 & -0.5208 & 2.8170 \\ 1.8121 & 5.1470 & -1.1239 \\ 0.1318 & -0.1268 & -0.0772 \\ 4.0610 & 0.0547 & -1.4292 \end{bmatrix},$$

$$C_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Selanjutnya, dengan menggabungkan sistem nominal dan fungsi bobot serta menggunakan prosedur seperti pada bagian 4, diperoleh pengendali berorde 3.

$$K(z) = \left[\begin{array}{c|c} A_k & B_k \\ \hline C_k & D_k \end{array} \right],$$

dengan

$$A_k = \begin{bmatrix} 0.668 & 0.002 & 0.033 \\ 0.002 & 0.620 & 0.001 \\ 0.033 & 0.001 & 0.643 \end{bmatrix}, B_k = \begin{bmatrix} 0.075 & -0.051 & 0.333 \\ -1.363 & -0.002 & 0.046 \\ -2.462 & -0.037 & -0.486 \end{bmatrix},$$
$$C_k = \begin{bmatrix} 10.5 & -63.86 & -11.57 \\ -6.55 & -0.27 & -4.47 \\ 99.2 & 43.1 & -147.8 \end{bmatrix}, D_k = \begin{bmatrix} -361.6 & -0.22 & -19.02 \\ -42.7 & 16.94 & -0.35 \\ -958 & -1.18 & -335.2 \end{bmatrix}.$$

Pole yang diinginkan diseleksi dari pole dominan sistem lup tertutup dengan pengendali berorde penuh. Pole yang diinginkan adalah 0.759; 0.761; 0.761; 0.761; 0.914 + 0.07i; 0.914 - 0.07i; 0.915 + 0.07i; 0.915 - 0.07i.

Pole dari sistem lup tertutup dengan pengendali berorde 3 adalah 0.744 + 0.009i; 0.744 - 0.009i; 0.771 + 0.018i; 0.771 - 0.018i; 0.915 + 0.071i; 0.915 - 0.071i; 0.919 + 0.072i; 0.919 - 0.072i. terlihat bahwa sistem lup tertutup dengan pengendali berorde 3 mempunyai pole yang hampir sama dengan pole yang diinginkan.

6. Kesimpulan

Pada paper telah dikemukakan masalah perancangan pengendali berorde rendah (pengendali tereduksi) untuk sistem linear waktu diskrit. Bila sistem terstabilkan dan terdeteksi, maka dapat ditemukan umpan balik keadaan sehingga faktorisasi koprima dari sistem tersebut dapat dikonstruksi. Syarat cukup agar pengendali tereduksi dapat menstabilkan sistem lup tertutup adalah terdapat matriks definit positif yang memenuhi kendala pertidaksamaan matriks linear. Masalah optimisasi H_∞ telah disederhanakan menjadi masalah konveks feasibilitas dan melalui penempatan pole, pole-pole dari sistem lup tertutup dengan pengendali tereduksi dapat diletakkan sesuai dengan yang diinginkan.

Daftar Pustaka

- [1]. Gahinet, P. And Apkarian, P., A Linear Matrix Inequality Approach to H_∞ Control, *International Journal of Robust & Non Linear Control*, Vol. 4, pp. 421-448, 1994.
- [2]. Gahine, P., et.al., *The LMI Control Toolbox*, The Math Works, Inc. : Natick, MA, 1995.
- [3]. Gregoriadis, K.M., Optimal H_∞ Model Reduction via Linear Matrix Inequalities, *System & Control letter*, Vol. 29, pp. 321-333, 1995.
- [4]. Li, L. and Paganini, F., *LMI Approach to structured Model Reduction via Coprime Factorizations*, Proceeding of. American Control Conference, 2002.
- [5]. Maciejowski, J.M., *Multivariable Feedback Design*, Addison Wesley, NY, U.S.A, 1989.
- [6]. Shiau, J.K. and tseng, C.E., A Discrete H_∞ Low-Order Controller Design using Coprime Factorizations, *Tamkang Journal of Science and Engineering*, Vol. 7, No. 4, pp. 251-258, 2004.
- [7]. Wang, J.Z. and Huang, L., Controller Order Reduction with Guaranteed Performance via CoprimeFactorization, *International Journal of Robust & Non Linear Control*, Vol 13, pp. 501-517, 2003.

- [8]. Zhou, K. and Chen, J., Performance Bound for Coprime Factor Controller Reductions, *System & Control letter*, Vol. 26, pp. 119-127, 1995.
- [9]. Zhou, K. and Doyle, J.C., *Essentials of Robust Control*, Prentice-Hall, Inc., 1998.