

MODEL MATEMATIKA KONSENTRASI OKSIGEN TERLARUT PADA EKOSISTEM PERAIRAN DANAU

Sutimin

Jurusan Matematika, FMIPA Universitas Diponegoro

Jl. Prof. H. Soedarto SH Tembalang, Semarang 50275

E-mail: su_timin@yanoo.com

Abstrak

Pada makalah ini disusun suatu model matematika untuk menjelaskan perilaku analitik perubahan konsentrasi oksigen pada ekosistem perairan. Model matematika ini dikonstruksi dari persamaan logistik dan persamaan Michaelis-Menten. Model yang diperoleh berbentuk persamaan diferensial tak linier. Secara eksak solusi dari persamaan ini tidak bisa diselesaikan. Metode grafik dan numerik dilakukan untuk menganalisis stabilitas dari persamaan model. Analisis ini dilakukan untuk memperoleh prediksi dan dinamika dari konsentrasi oksigen pada perairan danau. Analisis pada persamaan model dilakukan pada temperatur yang berbeda-beda namun untuk mengetahui perubahan konsentrasi oksigen secara global ditentukan berdasarkan pada fungsi dari temperatur. Hasil simulasi dari analisis ini menunjukkan bahwa perubahan konsentrasi oksigen dipengaruhi oleh variasi dari temperatur. Jika badan air mempunyai temperatur tinggi, maka konsentrasi oksigen rendah dan sebaliknya.

Keywords: konsentrasi oksigen, ekosistem, oksigen terlarut.

PENDAHULUAN

Makalah ini membahas konsentrasi oksigen dari suatu ekosistem perairan di danau yang dimodelkan oleh suatu persamaan diferensial tak linier. Dalam ekosistem perairan yang terdapat banyak tumbuhan dan hewan akuatik, air merupakan media yang sangat vital dalam kelangsungan hidup dan dalam proses perkembangan biota tersebut. Oksigen merupakan senyawa yang penting, karena diperlukan oleh semua organisme untuk pernapasan. Dalam budi daya ikan, kualitas dan kuantitas air yang memenuhi syarat merupakan salah satu kunci keberhasilan dalam menentukan hasil produksi (Arifin, 1995).

Oleh karena itu kualitas dan kuantitas sudah merupakan salah satu yang dijadikan ukuran untuk menilai layak tidaknya suatu perairan atau sumber air yang digunakan untuk budi daya ikan. Begitu juga ketika usaha budi daya ikan telah berjalan, suplai air harus tetap memadai dan kualitasnya harus sesuai dengan kebutuhan ikan yang dibudidayakan.

Salah satu parameter yang biasa digunakan untuk mengukur kualitas suatu perairan adalah jumlah oksigen terlarut (O_2), yaitu menempati urutan kedua setelah Nitrogen (Cole, 1991). Namun dilihat dari segi kepentingan untuk budi daya ikan, Oksigen menempati urutan teratas, karena dibutuhkan untuk pernapasan. Oksigen yang diperlukan untuk pernapasan ikan harus terlarut dalam air.

Oksigen merupakan salah satu faktor pembatas, sehingga jika ketersediaannya dalam air tidak mencukupi kebutuhan ikan, maka segala aktivitas dan proses pertumbuhan ikan akan terganggu, bahkan akan mengalami kematian. Menurut Zonneveld dkk.(1991), kebutuhan Oksigen mempunyai dua aspek yaitu kebutuhan lingkungan bagi spesies tertentu dan kebutuhan konsumtif yang bergantung pada keadaan metabolisme ikan.

Ikan membutuhkan oksigen guna pembakaran untuk menghasilkan aktivitas, pertumbuhan, reproduksi dll. Oleh karena itu oksigen bagi ikan menentukan lingkaran

aktivitas ikan, konversi pakan, demikian juga laju pertumbuhan bergantung pada oksigen dengan ketentuan faktor kondisi lainnya adalah optimum. (Cole, 1991)).

Bertitik tolak pada masalah oksigen di perairan, maka dalam makalah ini akan membahas secara analitik matematika, melalui pemodelan matematika yang digunakan sebagai dasar untuk mengetahui dan memprediksi kandungan oksigen di perairan danau.

BAHAN DAN METODE

Salah satu sumber oksigen terlarut yang penting didalam perairan adalah oksigen di atmosfer yang terlarut dalam massa air pada permukaan air yang dihasilkan melalui proses difusi. Penyerapan oksigen dari atmosfer oleh molekul – molekul air tergantung pada temperatur, salinitas dan tekanan (Cole, 1983).

Di dalam ekosistem perairan danau, populasi fitoplankton dan tanaman air mempunyai pengaruh yang sangat penting dalam memproduksi oksigen terlarut melalui fotosintesis dan pernapasan. Menurut Boyd dkk. (1991), sebagian besar oksigen (76,9%) dalam ekosistem perairan berasal dari fotosintesis oleh fitoplankton. Pada perairan dangkal, suplai oksigen didominasi oleh tanaman tepi, makrofita dan alga bentik (Cole, 1983)

Fotosintesis terjadi selama jam-jam siang hari tetapi pernapasan oleh tanaman terjadi selama daur ulang harian. Jadi jika terdapat tanaman air akan menyebabkan masuknya oksigen melalui fotosintesis selama jam-jam siang hari, tetapi penggunaan terus menerus dari oksigen adalah oleh pernapasan (Boyd, 1990)

Pada siang hari, ketika terjadi fotosintesis, jumlah oksigen terlarut cukup banyak. Sebaliknya pada malam hari, ketika tidak terjadi fotosintesis, oksigen yang terbentuk selama siang hari akan dipergunakan oleh ikan dan tumbuhan air, sehingga sering terjadi penurunan konsentrasi oksigen secara drastis.

Kelarutan oksigen di dalam air juga terkait dengan suhu. Antara oksigen dengan suhu adalah berbanding terbalik (Boyd, 1990). Pada temperatur yang tinggi juga dapat meningkatkan kehilangan oksigen karena penguapan. Jika suhu sangat tinggi, maka kelarutan jumlah oksigen menurun, begitu juga sebaliknya. Pada

makalah ini akan diturunkan suatu model yang sederhana yang menjelaskan dinamika konsentrasi oksigen pada perairan. Persamaan model disusun berdasarkan faktor-faktor sebagai berikut,

1. Difusi atau aerasi oksigen dari atmosfer ke badan air.
 2. Produksi oksigen oleh fotosintesis tanaman air.
 3. Konsumsi oksigen oleh pernapasan
- Sehingga persamaan model ditentukan oleh,

$$\frac{dO_2}{dt} = \text{Reaerasi} + \text{fotosintesis} - \text{pernapasan}$$

Reaerasi:

Reaerasi diuraikan dengan menggunakan persamaan,

$$RA = k_a (C_s - O_2(t)) \quad (1)$$

dimana:

k_a adalah konstanta reaerasi (karakteristik untuk danau atau sungai) dan C_s adalah konsentrasi oksigen pada saat jenuh yaitu sebagai fungsi suhu dan tekanan barometrik.

Produksi Oksigen:

Produksi oksigen oleh fotosintesis tanaman air diberikan dengan menggunakan persamaan logistik sebagai berikut,

$$PO_2 = k_3 O_2(t)(1 - qO_2(t)) \quad (2)$$

dimana k_3 , q adalah konstan.

Konsumsi Oksigen:

Konsumsi oksigen diberikan oleh persamaan Michaelis-Menten,

$$KO_2 = k_2 \frac{O_2(t)}{(O_2(t) + k_1)} \quad (3)$$

dimana:

$O_2(t)$ = Konsentrasi oksigen pada saat t , k_1 , k_2

adalah konstanta

Dari persamaan (1), (2) dan (3) diperoleh persamaan model konsentrasi oksigen pada perairan (danau) sebagai berikut,

$$\frac{dO_2(t)}{dt} = k_a (O_s - O_2(t)) + k_3 O_2(t)(1 - qO_2(t)) - k_2 \frac{O_2(t)}{(O_2(t) + k_1)} \quad (4)$$

Persamaan model konsentrasi oksigen ini, sulit untuk dianalisis perilakunya. Oleh karena

itu perlu disederhanakan dengan melakukan transformasi penskalaan berikut,

$$x = \frac{O_2(t)}{k_1}$$

$$x - s = \frac{O_2(s)}{k_1}$$

$$a(T) = k_a \frac{O_s}{k_1}, \text{ dimana } T \text{ adalah suhu}$$

$$c = \frac{qk_3k_1}{b}$$

$$e = k_2k_1$$

Maka persamaan (4) dapat dituliskan menjadi,

$$\frac{dO_2(t)}{dt} = k_2O_s + (k_3 - k_a)O_2(t) - qk_3O_2(t) - \frac{k_2O_2(t)}{(k_1 + O_2(t))} \quad (5)$$

Dengan transformasi di atas, persamaan (5) dapat dinyatakan sebagai,

$$\frac{dx}{dt} = a(T) + bx(1 - cx) - \frac{ex}{(1 + x)} \quad (6)$$

parameter $a(T)$, b , c dan e ditentukan berdasarkan data dari Jorgensen S.E. (1996).

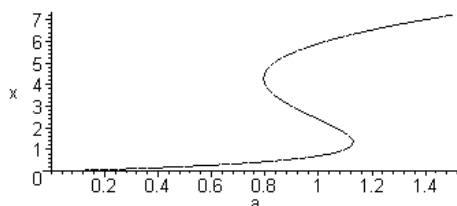
HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan data dari Jorgensen (1996) dengan melakukan eksperimen di Sungai Belgia, di sini diambil nilai $b = 1$, $c = 0,1$ dan $d = 4$, maka persamaan (6), ditulis menjadi,

$$\frac{dx}{dt} = a(T) + x(1 - 0,1x) - \frac{4x}{(1 + x)} \quad (7)$$

selanjutnya akan dianalisis kestabilan titik kesetimbangan dari persamaan (7). Titik kesetimbangan diperoleh dari persamaan $\frac{dx}{dt} = 0$.

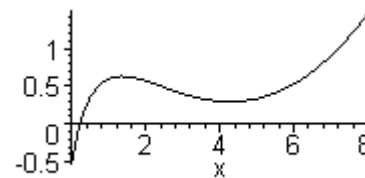
Dengan menentukan kesamaan ini, diperoleh hubungan titik-titik kesetimbangan antara x dengan a yang diploting pada gambar 1.



Gambar 1. Kurva kestabilan titik setimbang

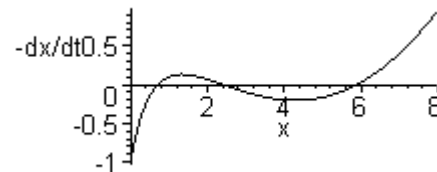
Konsentrasi oksigen terlarut dalam perairan bergantung pada variasi dari temperatur. Dalam analisis akan diamati perilaku dinamika konsentrasi oksigen terhadap parameter $a(T)$ yang bergantung pada temperatur. Oleh karena itu analisis pertama akan dilihat perubahan konsentrasi oksigen untuk nilai $a(T)$ tertentu.

1. Untuk $a(T) = 0,5$, maka diperoleh titik kesetimbangan $x_1 = 0,22$ yang stabil. Ini menunjukkan bahwa konsentrasi oksigen akan menuju pada titik ini. Hal ini dapat dilihat pada gambar 2.



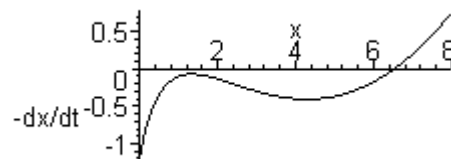
Gambar 2. Perilaku dinamik oksigen pada $a(T) = 0,5$

2. Untuk $a(T) = 1$, maka diperoleh titik kesetimbangan $x_1 = 0,707$, $x_2 = 2,4$ dan $x_3 = 6$. Pada kasus ini konsentrasi oksigen masih tetap menuju pada titik x_1 . Hal ini terlihat pada gambar 3.



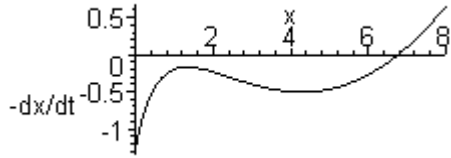
Gambar 3. Perilaku dinamik oksigen pada $a(T) = 1$

3. Untuk $a(T) = 1,2$, maka konsentrasi oksigen menuju ke titik $x_3 = 6,5$. Terlihat pada grafik gambar 4.



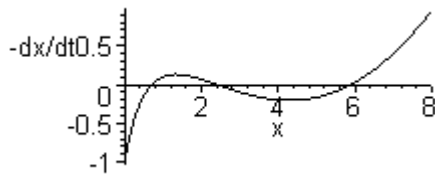
Gambar 4. Perubahan konsentrasi oksigen pada $a(T) = 1,2$

4. Untuk $a(T) = 1,3$, maka konsentrasi oksigen masih tetap menuju ke titik $x_3 = 6,8$. Terlihat grafik pada gambar 5.



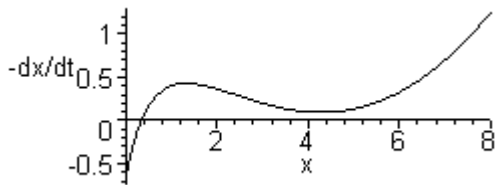
Gambar 5. Perubahan konsentrasi oksigen pada $a(T) = 1.3$

5. Untuk $a(T) = 1$, konsentrasi oksigen masih menuju ke titik $x_3 = 6$, disajikan pada gambar 6.



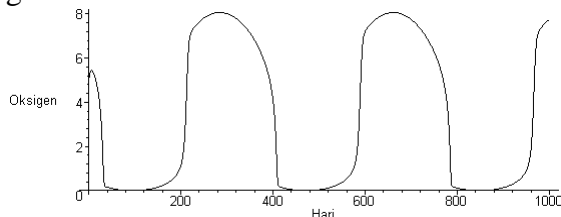
Gambar 6. Perubahan konsentrasi oksigen pada $a(T) = 1$

6. Untuk $a(T) = 0,7$, konsentrasi oksigen menuju ke titik $x_1 = 0,35$, yang disajikan pada gambar 7.

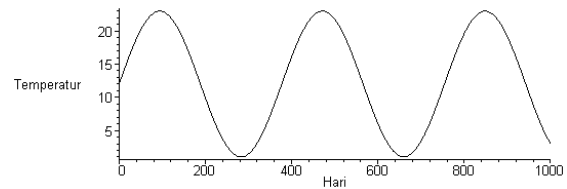


Gambar 7. Perubahan konsentrasi oksigen pada $a(T) = 0,7$

Pada analisis selanjutnya akan memperhatikan jika $a(T)$ merupakan fungsi sinusoidal sebagai fungsi waktu yang dinyatakan oleh persamaan $a(T) = B - G\sin(\omega t)$, dengan $B = 12$, $G = -12$ dan $\omega = 1/60$. Perubahan konsentrasi oksigen dan temperatur selama waktu 1000 hari dengan perhitungan numerik melalui program paket MAPLE, diberikan pada gambar 8 dan 9.



Gambar 7. Perilaku konsentrasi oksigen terhadap waktu (hari)



Gambar 8. Perubahan temperatur terhadap waktu (hari)

Dengan membandingkan dua kurva pada gambar 8 dan 9, ini dapat dijelaskan bahwa temperatur sebagai variabel kontrol dalam menentukan perubahan konsentrasi oksigen pada ekosistem perairan. Hasil simulasi dari model dijelaskan di sini bahwa, dengan meningkatnya temperatur, oksigen akan melompat dari level yang tinggi ke level rendah pada sekitar 6°C , sementara melompat oksigen dari level tinggi ke rendah ketika temperatur menurun pada sekitar 18°C .

KESIMPULAN

Perilaku dinamik konsentrasi oksigen terlarut pada perairan telah dikaji secara analitik matematika. Dari hasil simulasi disimpulkan bahwa perubahan oksigen dipengaruhi oleh perubahan temperatur. Dan simulasi menunjukkan sifat bahwa perubahan ini berubah secara kebalikan artinya untuk temperatur yang tinggi memberi efek pada turunnya oksigen dan sebaliknya. Hal ini memberikan hasil yang sesuai dengan teori yang telah ada menurut ekologi perairan.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih, kepada Dr. Munifatul Izzati yang telah banyak memberikan sumbangan pikiran dalam mendiskusikan masalah terkait.

DAFTAR PUSTAKA

- Arifin, S., 1995, Menanggulangi Penyakit ikan dengan Imunisasi Maternal, Majalah Primadona, Edisi Nopember.
- Boyd, C.E. 1990, Water Quality in Ponds for Aquaculture, Birmingham Publishing Co. Birmingham Alabama.

- Boyd,C.E., 1991, Water Quality and Aeration in Shrimp Farming, Auburn University, Alabama, Birmingham Publishing Co. Birmingham, Alabama
- Cole, G.A., 1983, Text Book of Limnology, Third Edition, Weveland Press Inc. Illinois
- Jorgensen, S.E, 1996, Fundamental of Ekologi Modeling, (2 Edition), Elsevier Science, B.V., Molenwerf 1, Amsterdam, The Netherland.
- Zonneveld, N., Huisman,E.A dan Boon, J.H, 1991, Prinsip-prinsip Budi Daya Ikan, PT.Gramedia Pustaka Utama, Jakarta.