



LAPORAN PENELITIAN

PENENTUAN FORMULASI EKSPEKTASI PERBAIKAN RESIKO ESTIMATOR JAMES-STEIN

*(Determination Expectation Formulation the
Improvement Risk of James-Stein Estimator)*

Oleh :

**Dra. Tatik Widiharah, M.Si.
Drs. Bambang Yismianto
Drs. Rukun Santoso**

**Dibiayai oleh Proyek Pengkajian dan Penelitian Ilmu Pengetahuan Terapan dengan
Surat Perjanjian Pelaksanaan Penelitian Peneliti Muda Nomor :
037/P2IPT/DPPEM/LITMUD/V/1996 tanggal 06-05-1996**

**Direktorat Pembinaan Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat
Direktorat Jendral Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan dan Kebudayaan**

**Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan
Alam Universitas Diponegoro Semarang
Januari 1997**

LAPORAN AKHIR PENELITIAN

- 1.a. Judul Penelitian : Penentuan Formulasi Ekspektasi Perbaikan, Resiko Estimator James-Stein.
(To Determine Expectation Formulation the Improvement Risk of James-Stein Estimator)
- b. Macam penelitian : Dasar
- c. Kategori : I

2. Kepala Proyek Penelitian

- a. Nama : Dra. Tatik Widiharah, M.Si
- b. Jenis Kelamin : Perempuan
- c. Pangkat/Gol/NIP : Penata Muda Tk I/IIIb/131 626 023
- d. Jabatan : Asisten Ahli
- e. Fakultas/Jurusan : MIPA/Matematika
- f. Universitas : Universitas Diponegoro
- g. Bidang Ilmu yg diteliti : Statistika

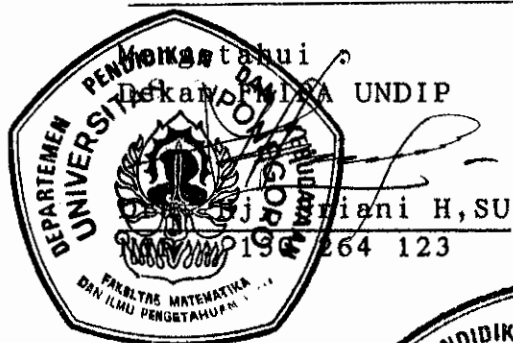
3. Jumlah Tim Peneliti : 3 (tiga) orang

4. Lokasi Penelitian : Kampus FMIPA Tembalang Semarang

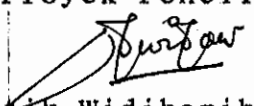
5. Jangka Waktu : 9 (sembilan) bulan

6. Biaya Penelitian : Rp. 4.250.000,-

7. Sumber dana : Proyek Pengkajian dan Penelitian Ilmu Pengetahuan Terapan, Nomor kontrak:037/P2IPT/DPPM/LITMUD/V/1996.



Semarang
Kepala Proyek Penelitian


Dra. Tatik Widiharah,MSi
NIP : 131 626 023



KATA PENGANTAR

Dengan mengucapkan puji syukur atas karunia, kemurahan Tuhan Yang Maha Esa sehingga laporan penelitian yang berjudul "PENENTUAN FORMULASI EKSPEKTASI PERBAIKAN RESIKO ESTIMATOR JAMES-STEIN " dapat diselesaikan.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan banyak terima kasih kepada:

1. Proyek Pengkajian dan Penelitian Ilmu Terapan penelitian peneliti muda , Direktorat Pembinaan Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat. Direktorat Jendral Pendidikan Tinggi , Departemen Pendidikan dan Kebudayaan , yang telah memberikan kepercayaan kepada penulis untuk melakukan penelitian ini.
2. Lembaga penelitian Undip yang telah memberikan kesempatan kepada penulis.
3. Fakultas MIPA undip yang telah memberikan kesempatan kepada penulis.

Semoga tulisan ini bermanfaat pada pengembangan teori estimasi khususnya teori keputusan.

Semarang , Januari 1997

penulis.

RINGKASAN

Penentuan Formulasi Ekspektasi Perbaikan Resiko Estimator James-Stein¹

Oleh :

Tatik Widiharah, Bambang Yismianto, Rukun Santoso²

Permasalahan dalam penelitian ini adalah metode pendekatan yang digunakan untuk menentukan formulasi dan bentuk formulasi ekspektasi perbaikan resiko estimator James-Stein, serta menunjukkan bahwa perbaikan resiko tersebut positif dan berhingga.

Tujuan yang diharapkan dalam penelitian ini adalah menentukan formulasi ekspektasi perbaikan resiko estimator James-Stein dan menunjukkan bahwa perbaikan resiko tersebut positif dan berhingga.

Langkah-langkah yang dilakukan adalah mencari perumusan estimator James-Stein tersebut, menentukan bentuk perbaikan resikonya, menyederhanakan bentuk perbaikan resikonya, menentukan formulasi ekspektasi perbaikan resiko estimator James-Stein dan melakukan simulasi untuk menunjukkan hasil yang lebih nyata.

Penurunan estimator James-Stein melalui keluarga eksponensial yaitu menggunakan identitas dalam distribusi normal dengan rata-rata θ dan variansi satu yang berbentuk $E((X-\theta)g(X))=E(g'(X))$ dengan $g(.)$ sebarang fungsi kontinyu

¹ Dibiayai oleh Proyek Pengkajian dan Penelitian Ilmu Pengetahuan Terapan sesuai dengan surat perjanjian Pelaksanaan Penelitian Peneliti Muda Nomor: 097/P2IPT/DPPM/LITMUD/V/1996, Tanggal 06-05-1996. Direktorat Jendral Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan dan Kebudayaan.

² Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Diponegoro Semarang.

absolut sehingga $E(g'(X)) < \infty$. Andaikan X_1, X_2, \dots, X_p , $p \geq 3$ peubah acak normal dengan rata-rata $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p$ dan variansi satu dengan mengambil fungsi kerugian kuadratis dan $g_i(x) = -\frac{(p-2)}{\sum_{i=1}^p x_i^2} x_i$, $i=1, 2, \dots, p$. Akhirnya diperoleh

estimator James-Stein adalah $\delta^{JS}(x) = (1 - \frac{(p-2)x}{\sum_{i=1}^p x_i^2})x$ Sedangkan

$\delta^0(x) = x = (x_1, x_2, \dots, x_p)^1$ merupakan estimator tak bias dari $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p)^1$. Perbaikan resiko estimator James-Stein, yaitu resiko $\delta^0(x)$ dikurangi resiko $\delta^{JS}(x)$ adalah

$E(\frac{(p-2)^2}{\sum_{i=1}^p x_i^2} x_i)$, asalkan harganya positif dan berhingga.

Penyederhanaan bentuk dilakukan dengan transformasi peubah acak bila diambil $y = \sum_{i=1}^p x_i^2$ sehingga $E(\frac{1}{\sum_{i=1}^p x_i^2}) =$

$E(\frac{1}{y}) = \int \frac{1}{y} f(y) dy$, sedangkan y akan berdistribusi Chi kuadrat noncentral dengan derajat bebas p dan parameter noncentral $\lambda = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^p \theta_i^2$. Akhirnya formulasi dari

$E(\frac{(p-2)}{\sum_{i=1}^p x_i^2} x_i) = (p-2)^2 e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!} \frac{1}{2(kp+k-1)}$. Kemudian

dilakukan simulasi komputer sehingga diperoleh hasil lebih nyata.

ARTI LAMBANG

■	:	akhir dari bukti
R	:	himpunan bilangan riil
$R(\theta, \delta)$:	fungsi resiko
$L(\theta, \delta)$:	fungsi kerugian
θ	:	parameter
δ	:	estimator
$\bar{\theta}$:	vektor rata-rata
X	:	peubah acak
\tilde{X}	:	vektor koordinat random
\int	:	simbul integral
Σ	:	notasi sigma
∂	:	notasi diturunkan terhadap.

DAFTAR ISI

	HAL
DAFTAR ISI	
HALAMAN JUDUL	
LEMBAR PENGESAHAN	
RINGKASAN	
KATA PENGANTAR	
ARTI LAMBANG	
DAFTAR ISI	
PENDAHULUAN.....	1
RUMUSAN MASALAH.....	4
TINJAUAN PUSTAKA.....	5
TUJUAN PENELITIAN.....	6
KONTRIBUSI PENELITIAN.....	7
METODOLOGI PENELITIAN.....	7
HASIL DAN PEMBAHASAN.....	10
Penurunan Estimator James-Stein.....	11
Penyederhanaan Bentuk Perbaikan Resiko	
Estimator James-Stein.....	37
Formulasi Ekspektasi Perbaikan Resiko	
Estimator James-Stein.....	42
KESIMPULAN.....	59
LAMPIRAN	

LAPORAN PENELITIAN

A. JUDUL PENELITIAN

Penentuan Formulasi Ekspektasi Perbaikan Resiko Estimator James-Stein (Determination Expsctation Formulation the Improvement Risk of Jemes-Stein Estimator).

B. BIDANG ILMU

Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. (Statistika Matematika)

C. PENDAHULUAN

Teori inferensi statistik merupakan teori yang berkaitan dengan penarikan inferensi mengenai populasi. Inferensi statistik dapat dibagi dalam dua bagian besar yaitu penaksiran (estimasi) dan pengujian hipotesa. Teori estimasi cukup menarik karena biasanya parameter populasi tidak diketahui, sehingga informasi sampel akan digunakan untuk melakukan inferensi tentang parameter populasi tersebut. Dalam menaksir parameter populasi yang tidak diketahui tersebut telah dibedakan menjadi dua pendekatan yaitu pendekatan klasik dan pendekatan teori keputusan.

Dalam pendekatan klasik, inferensi didasarkan sepenuhnya pada informasi yang diperoleh melalui sampel acak yang diambil dari populasi. Metode-metode yang digunakan untuk menaksir parameter populasi yang sering digunakan diantaranya metode momen dan metode maksimum likelihood. Persoalan dalam penaksiran parameter populasi adalah menentukan estimator terbaik untuk

parameter tersebut. Dalam statistik klasik, kriteria kebaikan suatu estimator dapat ditempuh dengan menyelidiki sifat ketakbiasan, variansi minimum dan sebagainya.

Dalam teori keputusan, inferensi didasarkan pada kombinasi informasi sampel dengan aspek-aspek lain yang relevan dengan persoalan tertentu agar diperoleh keputusan terbaik. Aspek lain yang dipandang relevan sebagai tambahan informasi sampel salah satunya adalah pengetahuan tentang konsekuensi yang mungkin timbul dari keputusan yang diambil. Pengetahuan ini sering kali diukur dengan menentukan kerugian yang akan terjadi untuk setiap keputusan yang mungkin dan untuk berbagai nilai yang mungkin dari suatu parameter populasi. Fungsi resiko didefinisikan sebagai harga harapan dari fungsi kerugian. Dalam masalah ini, kriteria kebaikan dari suatu estimator salah satunya dilihat dari besarnya resiko dari estimator tersebut. Konsep inadmisibilitas dapat dilakukan untuk menyeleksi estimator yang lebih baik dalam teori keputusan.

Dalam distribusi normal, telah diketahui bahwa rata-rata sampel dalam pendekatan klasik merupakan estimator takbias terbaik (UMVUE), sehingga dalam terapanannya haruslah berpijak pada UMVUE tersebut. Pada kasus distribusi normal multivariat dengan vektor rata-rata θ dan matrik varian kovarian matrik identitas estimator likelihood maksimum. $\hat{\theta}^0(\tilde{x}) = \tilde{x}$ merupakan estimator takbias terbaik. Namun demikian bila dilihat dari besarnya resiko yang ditimbulkan dan dengan mengambil fungsi kerugian kuadratis, terdapat estimator

lain yang lebih baik, yaitu mempunyai resiko yang lebih kecil, biasa disebut sebagai mendominasi dalam pengertian resiko.

James Stein (1961) memperkenalkan estimatornya dari distribusi normal multivariat dengan vektor rata-rata θ dan matriks varians kovarians matriks identitas yang dikenal dengan nama estimator James-Stein dengan bentuk

$$\delta^{JS}(\underline{X}) = \left[1 - \frac{(p-2)}{\sum_{i=1}^p X_i^2} \right] \underline{X} \quad i=1,2,\dots,p \quad \text{untuk } p \geq 3$$

Yang mendominasi estimator $\delta^0(\underline{X}) = \underline{X}$ dalam pengertian resiko. Penurunan dari estimator ini dapat melalui

beberapa cara. Pada awalnya mereka menurunkan dengan menggunakan pendekatan teori Bayes, dengan mengambil suatu distribusi prior dan mengambil fungsi kerugian kuadratis. Cara ini cukup panjang, sehingga pada perkembangannya penurunan estimator ini dengan menggunakan identitas Stein, yaitu bentuk identitas yang berlaku dalam distribusi normal dengan rata-rata θ dan varians satu, dan dengan mengambil fungsi kerugian kuadratis.

Penurunan lainpun bisa dilakukan dengan menggunakan terapan estimasi multiparameter dalam keluarga eksponensial satu parameter yang mempunyai bentuk densitas tertentu dan mempunyai rata-rata sama dengan parameternya sehingga mempunyai berlaku suatu bentuk identitas. Karena estimator James-Stein ini dari distribusi normal dengan rata-rata θ dan variansi satu,

sehingga merupakan anggota keluarga eksponensial satu parameter, yang berarti penurunan estimator ini dibenarkan bila melalui identitas yang berlaku dalam keluarga eksponensial satu parameter kontinu.

Ternyata estimator James Stein ini mendominasi estimator takbias terbaik dalam pengertian resiko,

dengan perbaikan resiko sebesar $E \left[\frac{(p-2)^2}{\sum_{i=1}^p X_i^2} \right]$ untuk $p \geq 3$

asalkan : $E \left[\frac{(p-2)^2}{\sum_{i=1}^p X_i^2} \right]$ ada dan positif.

dalam penelitian ini peneliti akan menunjukkan bahwa harga perbaikan resiko tersebut ada dan positif dan untuk menjumlahkan hasil yang lebih nyata dilakukan melalui simulasi komputer.

D. PERUMUSAN MASALAH

Berdasarkan uraian tersebut diatas, permasalahan yang diangkat dalam penelitian ini adalah :

1. Metode pendekatan apa yang dapat digunakan untuk

yang digunakan untuk menentukan $E \left[\frac{(p-2)^2}{\sum_{i=1}^p X_i^2} \right]$, $p \geq 3$

2. Bagaimana bentuk formulasi dari $E \left[\frac{(p-2)^2}{\sum_{i=1}^p X_i^2} \right]$, $p \geq 3$

3. Bagaimana menunjukkan bahwa hasil yang diperoleh pada (2) diatas ada dan positif.