

BCK-ALJABAR HIPER



SKRIPSI

Oleh :
DEWI YUNITASARI
J2A 006 014

PROGRAM STUDI MATEMATIKA JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG
2010

BCK-ALJABAR HIPER

DEWI YUNITASARI

J2A 006 014

Skripsi

Diajukan sebagai syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains

pada

Program Studi Matematika

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

UNIVERSITAS DIPONEGORO

SEMARANG

2010

HALAMAN PENGESAHAN

Judul : *BCK*-Aljabar Hiper

Nama : Dewi Yunitasari

NIM : J2A 006 014

Telah diujikan pada sidang Tugas Akhir tanggal 7 Juni 2010 dan dinyatakan **lulus** pada tanggal 10 Juni 2010.

Semarang, 10 Juni 2010
Panitia Penguji Tugas Akhir
Ketua,

Drs. Djuwandi, SU
NIP. 19520807 198003 1 003

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
FMIPA UNDIP

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika
Jurusan Matematika FMIPA
UNDIP

Dr. Widowati, S.Si, M.Si
NIP. 19690214 199403 2 002

Bambang Irawanto, S.Si, M.Si
NIP. 19670729 199403 1 001

HALAMAN PENGESAHAN

Judul : *BCK-Aljabar Hiper*

Nama : Dewi Yunitasari

NIM : J2A 006 014

Telah diujikan pada sidang Tugas Akhir tanggal 7 Juni 2010.

Pembimbing Utama

Semarang, 10 Juni 2010
Pembimbing Anggota

Suryoto, S.Si, M.Si
NIP. 19680714 199403 1 004

Drs. Y.D. Sumanto, M.Si
NIP. 19640918 199301 1 002

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga Tugas Akhir ini dapat terselesaikan. Tugas Akhir yang berjudul **“BCK-ALJABAR HIPER”** ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu (S1) pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Diponegoro.

Banyak pihak yang telah membantu dalam penyelesaian Tugas Akhir ini. Oleh karena itu, rasa hormat dan terimakasih ingin penulis sampaikan kepada :

1. Ibu Dra. Rum Hastuti, M.Si selaku Dekan FMIPA UNDIP Semarang.
2. Ibu Dr. Widowati, M.Si selaku Ketua Jurusan Matematika FMIPA UNDIP Semarang.
3. Bapak Bambang Irawanto, S.Si, M.Si selaku Ketua Program Studi Matematika Jurusan Matematika FMIPA UNDIP Semarang.
4. Bapak Suryoto, S.Si, M.Si dan Bapak Drs. Y.D. Sumanto, M.Si selaku Dosen Pembimbing I dan II yang telah bersedia meluangkan waktunya untuk memberikan bimbingan hingga Tugas Akhir ini terselesaikan.
5. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Penulis menyadari Tugas Akhir ini masih banyak kekurangannya. Untuk itu kritik dan saran yang membangun sangat penulis harapkan. Semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi penulis dan para pembaca.

Semarang, Juni 2010

Penulis

ABSTRAK

Suatu BCK -aljabar hiper dapat dipandang sebagai BCK -aljabar dimana peran operasi biner yang berlaku pada BCK -aljabar diambil alih oleh operasi hiper yang berlaku pada BCK -aljabar hiper. Kemudian karena operasi hiper merupakan pemetaan dari himpunan ke keluarga himpunan sehingga operasi hiper yang berlaku pada BCK -aljabar hiper merupakan perumuman dari operasi biner yang berlaku pada BCK -aljabar. Karena BCK -aljabar hiper dapat dipandang sebagai BCK -aljabar sehingga sifat-sifat yang berlaku pada BCK -aljabar juga berlaku pada BCK -aljabar hiper. Dengan menggunakan sifat-sifat yang berlaku pada BCK -aljabar, akan dibuktikan sifat-sifat yang berlaku pada BCK -aljabar hiper. Kemudian diberikan juga relasi yang lebih khusus yang berlaku pada BCK -aljabar hiper yang dinamakan relasi hiper.

Kata kunci : BCK -aljabar, BCK -aljabar hiper, operasi hiper, relasi hiper.

ABSTRACT

A hyper *BCK*-algebra can be viewed as *BCK*-algebra in which the binary operation applied to the *BCK*-algebra has been replaced by hyper operation applied to the hyper *BCK*-algebra. Since hyper operation is a mapping from set to family of set so that the hyper operation applied to the hyper *BCK*-algebra is a generalization of binary operation applied to *BCK*-algebra. Because hyper *BCK*-algebra can be viewed as *BCK*-algebra so that the characteristic applied to the *BCK*-algebra is also applicable to the hyper *BCK*-algebra. Using the characteristic applied to the *BCK*-algebra, then the characteristic applied to the hyper *BCK*-algebra will be proven. More specific relations applied to *BCK*-algebra which is called hyper relation will also be given.

Keywords : *BCK*-algebra, hyper *BCK*-algebra, hyper operation, hyper relation.

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PENGESAHAN	ii
KATA PENGANTAR	iv
ABSTRAK	v
ABSTRACT	vi
DAFTAR ISI	vii
DAFTAR SIMBOL	viii
DAFTAR TABEL	ix
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Perumusan Masalah	2
1.3 Pembatasan Masalah	2
1.4 Tujuan Penulisan	2
1.5 Sistematika Penulisan	3
BAB II TEORI PENUNJANG	4
2.1 Relasi	4
2.2 Teori Grup	7
2.3 K -Aljabar	14
2.4 BCK -Aljabar	21
BAB III PEMBAHASAN	28
3.1 BCK -Aljabar Hiper	28
3.2 Relasi Hiper pada BCK -Aljabar Hiper	68
BAB IV PENUTUP	89
4.1 Kesimpulan	89
4.2 Saran	89
DAFTAR PUSTAKA	91

DAFTAR SIMBOL

- G : Grup
- \mathbb{Z} : Himpunan semua bilangan bulat
- \mathbb{Z}^+ : Himpunan semua bilangan bulat positif atau lebih besar dari 0
- \mathbb{Z}_5 : Himpunan semua bilangan bulat modulo 5
- \mathfrak{R} : Himpunan semua bilangan riil
- $M_2(\mathfrak{R})$: Himpunan semua matriks berukuran 2×2 yang entri-entrinya merupakan bilangan riil
- $P(X)$: Himpunan kuasa dari himpunan X
- $P^*(X)$: Himpunan kuasa dari himpunan X tanpa himpunan kosong
- R : Relasi
- \leq : Relasi terurut parsial
- \cdot : Operasi biner pada grup
- $*$: Operasi biner pada BCK -aljabar
- \odot : Operasi hiper pada BCK -aljabar hiper
- e : Elemen identitas
- 0 : Elemen khusus dari suatu aljabar
- $A \times B$: Hasil kali kartesius antara himpunan A dan B

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 2.1	Pendefinisian operasi biner pergandaan " \cdot " pada G8
Tabel 2.2	Pendefinisian operasi biner penjumlahan "+" pada \mathbb{Z}_515
Tabel 2.3	Pendefinisian operasi biner \oplus pada \mathbb{Z}_515
Tabel 2.4	Pembuktian aksioma $K1'$ pada \mathbb{Z}_5 dengan operasi biner \oplus16
Tabel 2.5	Pembuktian aksioma $K2'$ pada \mathbb{Z}_5 dengan operasi biner \oplus19
Tabel 2.6	Pendefinisian operasi biner \odot pada G21
Tabel 2.7	Pendefinisian operasi biner $*$ pada X22
Tabel 2.8	Pembuktian aksioma $BCK1$ pada X dengan operasi biner $*$22
Tabel 2.9	Pembuktian aksioma $BCK2$ pada X dengan operasi biner $*$24
Tabel 2.10	Pembuktian aksioma $BCK4$ pada X dengan operasi biner $*$25
Tabel 3.1	Pendefinisian operasi hiper \odot pada X38
Tabel 3.2	Pembuktian aksioma $H1$ pada X dengan operasi hiper \odot38
Tabel 3.3	Pembuktian aksioma $H2$ pada X dengan operasi hiper \odot42
Tabel 3.4	Pembuktian aksioma $H3$ pada X dengan operasi hiper \odot43
Tabel 3.5	Pembuktian aksioma $H6$ pada X dengan operasi hiper \odot46
Tabel 3.6	Pembuktian θ merupakan relasi kongruensi hiper pada $X \times X$84

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Suatu struktur aljabar merupakan himpunan yang tidak kosong dengan paling sedikit sebuah relasi ekuivalensi, satu atau lebih operasi biner dan memenuhi aksioma–aksioma tertentu.

Selain grup dan ring yang merupakan struktur aljabar, K -aljabar juga merupakan suatu struktur aljabar. Berdasarkan grup pembangunnya, K -aljabar mempunyai beberapa kelas antara lain BCH -aljabar, BCI -aljabar, BCK -aljabar ketika grup pembangun K -aljabar merupakan grup komutatif dan B -aljabar ketika grup pembangun K -aljabar merupakan grup tidak komutatif.

Pada tahun 1966, K. Iseki dan Y. Imai memperkenalkan struktur aljabar baru yang disebut BCK -aljabar. Kemudian pada tahun yang sama, K. Iseki memperkenalkan gagasan baru mengenai BCI -aljabar yang merupakan perumuman dari BCK -aljabar, sehingga BCI -aljabar memuat BCK -aljabar. Selanjutnya pada tahun 1983, Q. P. Hu dan X. Li memperkenalkan struktur aljabar baru yang lebih luas lagi yang disebut BCH -aljabar. Mereka memperkenalkan bahwa BCI -aljabar merupakan BCH -aljabar. Kemudian setelah itu, M. Bolurian dan A. Hasankhani mulai memperkenalkan suatu struktur aljabar baru yang disebut dengan BCK -aljabar hiper.

BCK -aljabar hiper dapat dipandang sebagai BCK -aljabar dimana peran operasi biner yang berlaku pada BCK -aljabar diambil alih oleh operasi hiper yang berlaku

pada BCK -aljabar hiper. Seperti halnya BCK -aljabar yang memiliki relasi yang berlaku di dalamnya, BCK -aljabar hiper yang dapat dipandang sebagai BCK -aljabar juga memiliki relasi yang berlaku di dalamnya. Salah satu relasi yang berlaku pada BCK -aljabar hiper dinamakan sebagai relasi hiper.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan uraian di atas, permasalahan yang akan dibahas dalam tugas akhir ini yaitu

1. apakah BCK -aljabar hiper itu dan bagaimana sifat-sifat yang berlaku di dalamnya, serta
2. bagaimana relasi hiper pada BCK -aljabar hiper.

1.3 Pembatasan Masalah

BCK -aljabar mempunyai beberapa hal yang dapat dikaji, antara lain BCK -aljabar hiper, BCK -homomorfisma, BCK -semihomomorfisma dan sebagainya. Pada tugas akhir ini hanya akan dibahas mengenai BCK -aljabar hiper dan relasi hiper pada BCK -aljabar hiper saja. Kemudian himpunan yang digunakan dalam BCK -aljabar hiper adalah himpunan yang berhingga.

1.4 Tujuan Penulisan

Berdasarkan uraian di atas, tujuan penulisan dari tugas akhir ini adalah

1. memperkenalkan BCK -aljabar hiper beserta sifat-sifat yang berlaku di dalamnya, serta
2. memperkenalkan relasi hiper pada BCK -aljabar hiper.

1.5 Sistematika Penulisan

Tugas Akhir ini terdiri dari 4 bab dan beberapa subbab. Bab I Pendahuluan yang berisi latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penulisan dan sistematika penulisan. Bab II Teori Penunjang yang memuat materi penunjang untuk pembahasan selanjutnya. Bab tersebut berisi materi tentang relasi, teori grup, K -aljabar dan BCK -aljabar. Bab III merupakan Pembahasan dalam memperkenalkan BCK -aljabar hiper dan relasi hiper pada BCK -aljabar hiper. Bab IV Penutup yang berisi tentang hasil yang diperoleh dari pembahasan.