

**STRUKTUR SIKEL *CHORDLESS* DARI *CELL COMPLETION*
GRAF *BICONNECTED PARTIAL DUA-PATH***



SKRIPSI

Oleh:

ESTIK WAHYUNINGTYAS

J2A 006 015

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG**

2010

**STRUKTUR SIKEL *CHORDLESS* DARI *CELL COMPLETION*
GRAF *BICONNECTED PARTIAL DUA-PATH***

**Oleh:
ESTIK WAHYUNINGTYAS
J2A 006 015**

Diajukan sebagai Syarat untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada
Program Studi Matematika

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS DIPONEGORO
SEMARANG**

2010

HALAMAN PENGESAHAN

Judul : Struktur Sikel *Chordless* dari *Cell Completin* Graf *Biconnected*
Partial Dua-Path

Nama : Estik Wahyuningtyas

NIM : J2A 006 015

Telah diujikan pada sidang Tugas Akhir tanggal 14 Juni 2010.

Dan dinyatakan **lulus** pada tanggal 18 Juni 2010

Semarang, 18 Juni 2010
Panitia Penguji Tugas Akhir
Ketua,

Lucia Ratnasari, S.Si, M.Si
NIP. 19710627 199802 2 001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
FMIPA UNDIP

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika
Jurusan Matematika FMIPA UNDIP

Dr. Widowati, S.Si, M.Si
NIP. 19690214 199403 2 002

Bambang Irawanto, S.Si, M.Si
NIP. 19670729 199403 1 001

HALAMAN PENGESAHAN

Judul : Struktur Sikel *Chordless* dari *Cell Completion* Graf *Biconnected*
Partial Dua-Path

Nama : Estik Wahyuningtyas

NIM : J2A 006 015

Telah diujikan pada sidang Tugas Akhir tanggal 14 Juni 2010.

Semarang, 18 Juni 2010

Pembimbing Utama,

Pembimbing Anggota,

Drs. Bayu Surarso, M.Sc, Ph.D
NIP. 19631105 198803 1 001

Bambang Irawanto, S.Si, M.Si
NIP. 19670729 199403 1 001

KATA PENGANTAR

Puji Syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini. Sholawat dan salam penulis sampaikan kepada Rasulullah SAW beserta keluarganya, sahabat, dan orang – orang yang tetap istiqomah dalam mengikuti sunnahnya.

Tugas akhir ini berjudul “**Struktur Sikel Chordless dari Cell Completion Graf Biconnected Partial Dua-Path**” disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Strata Satu (S1) pada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Diponegoro Semarang. Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada pihak-pihak yang telah membantu dalam penyusunan Tugas Akhir ini, yaitu kepada :

1. Ibu Dra. Rum Hastuti, M.Si selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Diponegoro Semarang.
2. Ibu Dr. Widowati, S.Si, M.Si selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Diponegoro Semarang.
3. Bapak Drs. Bayu Surarso, M.Sc, Ph.D selaku Dosen Pembimbing I yang dengan penuh kesabaran membimbing dan mengarahkan penulis hingga selesainya Tugas Akhir ini.
4. Bambang Irawanto, S.Si, M.Si selaku Dosen Pembimbing II yang telah membimbing dan mengarahkan penulis dalam penyusunan Tugas Akhir ini serta

selaku Ketua Program Studi Matematika yang telah memberikan dukungan kepada penulis baik secara akademik maupun nonakademik selama masa studi.

5. Segenap Dosen dan Karyawan di Jurusan Matematika Fakultas MIPA UNDIP dan semua pihak yang telah membantu memberikan ilmu pengetahuan kepada penulis selama masa studi, sehingga pengetahuan yang telah diberikan sangat bermanfaat dalam penyusunan Tugas Akhir ini.

Penulis menyadari bahwa Tugas Akhir ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu kritik dan saran yang bersifat membangun sangat penulis harapkan. Semoga tugas akhir ini dapat memberikan manfaat bagi semua pihak.

Semarang, Juni 2010

Penulis

ABSTRAK

Suatu graf sederhana G dikatakan graf *biconnected* jika sebarang titiknya dihilangkan maka tetap terhubung. Graf G dikatakan *partial dua-path*, jika dekomposisi *path*-nya memiliki *pathwidth* maksimal dua. Dari graf *biconnected* dapat dibentuk *cell completion*. *Cell* dari G adalah himpunan titik–titik yang membentuk sebuah siklus *chordless* di *cell completion*. Graf *biconnected* disebut *partial dua-path*, jika dan hanya jika *cell completion* dapat ditulis sebagai *path* dari siklus *chordless*. Pada tugas akhir ini dipelajari beberapa struktur siklus *chordless* dari *cell completion* graf *biconnected partial dua-path*. Setiap siklus *chordless* dari *cell completion* graf *biconnected partial dua-path* membentuk sebuah barisan dekomposisi *path*-nya. Kemunculan dua siklus *chordless* yang tidak memiliki sisi yang sama, tidak dapat tumpang tindih di setiap dekomposisi *path*-nya. Jika dua siklus *chordless* yang memiliki sisi sama, maka hanya dapat tumpang tindih pada sisi yang sama tersebut sedemikian sehingga setiap siklus *chordless* tepatnya memiliki satu sisi yang sama dengan siklus *chordless* berikutnya dalam barisan dekomposisi *path*-nya.

Kata kunci : graf, *biconnected*, *partial dua-path*, *cell completion*, siklus *chordless*

ABSTRACT

A simple graph G is called biconnected graph if an arbitrary vertex is removed from it then remains connected. Graph G is called a partial two-paths, if the decomposition path has pathwidth at most two. From biconnected graph we can form a cell completion. A cell of G is a set of vertices which form a chordless cycle in the cell completion. A biconnected graph is a partial two-paths, if and only if cell completion can be written as a path of chordless cycle. In this paper we study some structures of chordless cycle of cell completion biconnected graph partial two-paths. The chordless cycle of cell completion biconnected graph partial two-paths form a sequence of path decomposition. The occurrences of two chordless cycles which do not have an edge in common, can not overlap in any path decomposition. If two chordless cycles have one edge in common, then they can only overlap in their common edge such that each chordless cycle has exactly one edge in common with the following chordless cycle in the sequence.

Keywords : graph, biconnected, partial two-paths, cell completion, chordless cycle

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PENGESAHAN	ii
KATA PENGANTAR	iv
ABSTRAK	vi
ABSTRACT	vii
DAFTAR ISI	viii
DAFTAR SIMBOL	x
DAFTAR GAMBAR	xi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1. Latar Belakang	1
1.2. Perumusan Masalah	2
1.3. Pembatasan Masalah	2
1.4. Metode Pembahasan	3
1.5. Tujuan	3
1.6. Sistematika Penulisan	3
BAB II MATERI PENUNJANG	5
2.1. Pengertian Graf	5
2.2. Terminologi Graf	6
2.3. Graf Interval	13
2.4. Pewarnaan Graf	14
2.5. Dekomposisi Path	15
BAB III PEMBAHASAN	23
3.1. <i>Cell Completion</i> dan <i>Path</i> Sikel <i>Chordless</i>	23
3.2. Struktur Sikel <i>Chordless</i> dari <i>Cell Completion</i> Graf <i>Biconnected</i> <i>Partial</i> Dua-Path	31

BAB IV	PENUTUP	62
	4.1 Kesimpulan.....	62
	4.2 Saran.....	63
DAFTAR PUSTAKA		64

DAFTAR SIMBOL

G	: Graf
$V(G)$: Himpunan titik pada graf G
$E(G)$: Himpunan sisi pada graf G
$G(V, E)$: Graf dengan himpunan titik $V(G)$ dan himpunan sisi $E(G)$
$ V $: Banyaknya titik pada graf G
$ E $: Banyaknya sisi pada graf G
G'	: Subgraf / Supergraf dari graf G
\bar{G}	: <i>Cell Completion</i> dari G
$N_G(v)$: <i>Neighbourhood</i> dari v pada graf G
$adj(v)$: <i>adjacent</i> dengan titik v
$der(v)$: Derajat titik v
I	: Interval pada garis real
PD	: Dekomposisi Path (<i>Path Decomposition</i>)
V_i	: <i>Node</i> ke- i pada dekomposisi path
$ V_i $: Banyak titik pada <i>node</i> ke- i
C_i	: Sikel ke- i atau sikel <i>chordless</i> ke- i
$V(C_i)$: <i>Node</i> dari sikel atau sikel <i>chordless</i> ke- i
$ V(C_i) $: Banyak titik pada <i>node</i> sikel atau sikel <i>chordless</i> ke- i
(C, S)	: <i>Path</i> dari Sikel <i>Chordless</i>

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Contoh Graf	5
Gambar 2.2	Contoh Graf Tidak Sederhana (<i>unsimple graph</i>).....	7
Gambar 2.3	Contoh Graf Sederhana (<i>simple graph</i>)	7
Gambar 2.4	Subgraf dari Gambar 2.3	9
Gambar 2.5	Bukan Subgraf dari Gambar 2.3	9
Gambar 2.6	Contoh <i>Trail</i>	10
Gambar 2.7	Contoh <i>Path</i>	10
Gambar 2.8	Contoh Sikel	10
Gambar 2.9	Contoh Sikel dengan <i>Chord</i>	11
Gambar 2.10	Contoh Sikel <i>Chordless</i>	11
Gambar 2.11	Contoh Graf dengan <i>Disjoint Path</i>	11
Gambar 2.12	Contoh Graf Terhubung	12
Gambar 2.13	Contoh Graf Tidak Terhubung	12
Gambar 2.14	Contoh Graf <i>Biconnected</i>	12
Gambar 2.15	Contoh Bukan Graf <i>Biconnected</i>	12
Gambar 2.16	Contoh Graf Interval	13
Gambar 2.17	Graf dari Graf Interval Gambar 2.16	13
Gambar 2.18	Pewarnaan graf dari Gambar 2.16	15
Gambar 2.19	Contoh Graf dengan Dekomposisi <i>Path</i>	16
Gambar 2.20	<i>Node</i> Dekomposisi <i>Path</i> dari Gambar 2.19.....	16

Gambar 2.21	Contoh <i>Clique Containment</i>	19
Gambar 2.22	Contoh Graf $G = (V, E)$	20
Gambar 2.23	<i>Node</i> dekomposisi <i>path</i> dari Gambar 2.22.....	20
Gambar 2.24	Subgraf dari Gambar 2.22.....	20
Gambar 2.25	<i>Node</i> Dekomposisi <i>Path</i> dari Gambar 2.24 (a).....	21
Gambar 3.1	Contoh Graf $G = (V, E)$	23
Gambar 3.2	Contoh <i>Cell Completion</i> \bar{G} dari Gambar 3.1.....	24
Gambar 3.3	Contoh <i>Disjoint Path</i> dari Gambar 3.2.....	24
Gambar 3.4	Contoh <i>Partial Dua-Path</i>	25
Gambar 3.5	<i>Node</i> dekomposisi <i>path</i> dari Gambar 3.4.....	26
Gambar 3.6	<i>Cell Completion</i> \bar{G} dari Gambar 3.4.....	26
Gambar 3.7	Contoh Intervalisasi dari Gambar 3.6.....	27
Gambar 3.8	Graf Interval dari Gambar 3.7.....	27
Gambar 3.9	<i>Cell</i> dari <i>Cell Completion</i> \bar{G} Gambar 3.6.....	28
Gambar 3.10	Contoh Graf dengan <i>Path</i> Sikel <i>Chordless</i>	29
Gambar 3.11	Contoh Graf $G = (V, E)$ <i>Biconnected</i>	34
Gambar 3.12	<i>Cell completion</i> \bar{G} dari Gambar 3.11.....	35
Gambar 3.13	Contoh Graf $G = (V, E)$ <i>Biconnected</i>	42
Gambar 3.14	<i>Cell completion</i> \bar{G} dari Gambar 3.13.....	43
Gambar 3.15	Contoh Graf $G = (V, E)$ <i>Biconnected</i>	45
Gambar 3.16	<i>Cell Completion</i> \bar{G} dari Gambar 3.15.....	46
Gambar 3.17	Contoh Graf $G = (V, E)$ <i>Biconnected</i>	48

Gambar 3.18	<i>Cell Completion \bar{G}</i> dari Gambar 3.17.....	49
Gambar 3.19	Contoh Graf $G = (V, E)$ <i>Biconnected</i>	51
Gambar 3.20	<i>Cell Completion \bar{G}</i> dari gambar 3.19	52
Gambar 3.21	Contoh Graf $G = (V, E)$ <i>Biconnected</i>	54
Gambar 3.22	<i>Cell Completion \bar{G}</i> dari Gambar 3.21.....	55
Gambar 3.23	Contoh Graf $G = (V, E)$ <i>Biconnected</i>	58
Gambar 3.24	<i>Cell Completion</i> dari Gambar 3.23	59
Gambar 3.25	Graf Interval dari Gambar 3.24	59
Gambar 3.26	Pewarnaan dari Gambar 3.24.....	59
Gambar 3.27	Gambar <i>Node</i> Dekomposisi <i>Path</i> dari Gambar 3.24	61

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan pokok bahasan yang sudah tua usianya namun memiliki banyak terapan sampai saat ini. Dapat dilihat dari pertumbuhan masyarakat didominasi oleh sistem jaringan untuk informasi penyaluran, transportasi, komunikasi, dan penyaluran barang – barang serta energi. Sebagai contoh jaringan sosial, jaringan informasi dan komunikasi, hubungan kekeluargaan dan lain sebagainya. Secara umum, sebuah jaringan adalah suatu sistem atau bagian yang saling terkait antara kegiatan satu dengan yang lain. Jaringan – jaringan ini dapat dimodelkan ke dalam kesatuan matematika yang disebut graf.

Graf dapat digunakan sebagai cara yang sangat sederhana untuk memodelkan banyak jaringan. Representasi visual dari graf adalah dengan menyatakan objek yang dinyatakan sebagai noktah, bulatan, titik (*vertex*). Sedangkan hubungan antara objek dinyatakan dengan garis (*edge*). Sebagai contoh, sebuah jaringan komunikasi dapat dimodelkan ke dalam bentuk graf, dengan titik menyatakan pusat komunikasi dan garis menyatakan jaringan komunikasi.

Suatu graf sederhana $G = (V, E)$ dikatakan terhubung (*connected*) jika terdapat *path* antara dua buah titik. Setiap graf terhubung $G = (V, E)$ dapat dibentuk sebuah dekomposisi *path* $PD = V_1, \dots, V_t$, yaitu membagi suatu graf menjadi beberapa *path*. Dari suatu graf terhubung ini dikatakan *biconnected* apabila salah

satu titik dari graf tersebut dihilangkan, maka graf tersebut masih tetap terhubung. Sebuah graf *partial dua-path* adalah graf yang memiliki *pathwidth*nya maksimal dua. *Pathwidth* dari graf diperoleh dengan mencari *width*nya terlebih dahulu yaitu $\max |V_i| - 1$, dengan V_i adalah *node* dari setiap dekomposisi *path* yang terbentuk.

Sebuah graf sederhana $G = (V, E)$ yang *biconnected* memiliki *cell completion* \bar{G} , diperoleh dari $G = (V, E)$ dengan menambahkan semua sisi yang bukan merupakan sisi dari graf $G = (V, E)$. *Cell* adalah himpunan titik yang membentuk siklus *chordless*. Pada tugas akhir ini akan ditunjukkan bahwa graf *biconnected partial dua-path* adalah graf yang *biconnected* dan *cell completion*nya dapat ditulis sebagai *path* siklus *chordless* dimana setiap *path* siklus *chordless* yang terbentuk memiliki *width* dua atau memuat tiga titik. Ini yang mendasari struktur siklus *chordless* yang terbentuk dari *cell completion* graf *biconnected partial dua-path*.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas, permasalahan yang diangkat dalam tugas akhir ini adalah bagaimana struktur siklus *chordless* dari *cell completion* yang muncul pada graf *biconnected partial dua-path*.

1.3 Pembatasan Masalah

Dalam pembahasan tugas akhir ini hanya terbatas pada graf berhingga yaitu graf dengan banyak titik yang terbatas, dan graf sederhana (*simple graph*) yaitu graf yang tidak memiliki simpul (*loop*) atau tidak memiliki sisi ganda (*multiple edge*).

1.4 Metode Pembahasan

Metode yang digunakan penulis dalam penyusunan tugas akhir ini adalah metode studi literatur. Terlebih dahulu penulis akan menjabarkan materi – materi dasar yang berkaitan dengan graf, seperti pengertian graf, definisi – definisi yang berkaitan dengan graf, graf interval, pewarnaan graf, dan dekomposisi *path*. Selanjutnya penulis juga akan menjelaskan mengenai definisi dari *cell completion* yang muncul dari graf sederhana $G = (V, E)$ yang *biconnected*, dimana setiap *cell completion* tersebut membentuk sebuah path dari siklus *chordless*.

Setelah itu penulis akan menjabarkan beberapa lemma dan teorema yang berkaitan dengan struktur siklus *chordless* yang terbentuk dari *cell completion* graf *biconnected partial dua-path*.

1.5 Tujuan

Tujuan penulisan tugas akhir ini adalah untuk mengetahui beberapa struktur siklus *chordless* dari *cell completion* graf *biconnected partial dua-path* yang terbentuk dari suatu graf sederhana.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan tugas akhir ini meliputi empat bab, dimulai dengan Bab I (Pendahuluan) dan diakhiri dengan Bab IV (Penutup). Bab I merupakan bab pendahuluan yang mencakup latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, metode penulisan, tujuan penulisan, dan sistematika penulisan. Bab II merupakan bab teori penunjang yang berisi definisi – definisi yang mendukung dan

mendasari penulisan ini, yaitu mengenai pengertian graf, terminologi graf, graf interval, pewarnaan graf, dan dekomposisi path. Sedangkan bab III merupakan bab pembahasan mengenai definisi dan lemma dari *cell completion* dan path dari siklus *chordless*. Dilanjutkan dengan lemma dan teorema tentang struktur siklus *chordless* dari *cell completion* graf *biconnected partial* dua-path. Bab IV merupakan bab penutup yang berisi tentang kesimpulan dan saran dari hasil pembahasan untuk pengembangan selanjutnya.