

**MODEL PERSEDIAAN DENGAN MEMPERTIMBANGKAN  
KONDISI *SHORTAGE* DAN PENUNDAAN PEMBAYARAN  
PEMBELIAN**



---

**SKRIPSI**

---

Oleh

**Rizkia Prima Rahayu**

**J 2A 006 047**

**PROGAM STUDI MATEMATIKA JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS DIPONEGORO  
SEMARANG  
2010**

**MODEL PERSEDIAAN DENGAN MEMPERTIMBANGKAN  
KONDISI *SHORTAGE* DAN PENUNDAAN PEMBAYARAN  
PEMBELIAN**

**Rizkia Prima Rahayu**

**J 2A 006 047**

Skripsi

Diajukan sebagai syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada  
Program studi Matematika

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

**UNIVERSITAS DIPONEGORO**

**SEMARANG**

**2010**

## HALAMAN PENGESAHAN

Judul : Model Persediaan dengan Mempertimbangkan Kondisi *Shortage* dan  
Penundaan Pembayaran Pembelian

Nama : Rizkia Prima Rahayu

NIM : J2A 006 047

Telah diujikan pada sidang Tugas Akhir tanggal 24 Mei 2010 dan dinyatakan  
**lulus** pada tanggal 31 Mei 2010

Semarang, 31 Mei 2010

Panitia Penguji Tugas Akhir

Ketua

Drs. Sutimin, M.Si

NIP. 1964 03 27 1990 011 001

Mengetahui,

Ketua Jurusan Matematika

Mengetahui,

Ketua Progam Studi Matematika

Dr. Widowati, S.Si, M.Si  
NIP. 1969 02 14 1994 032 002

Bambang Irawanto, S.Si, M.Si  
NIP. 1967 07 29 1994 03 1 001

## HALAMAN PENGESAHAN

Judul : Model Persediaan dengan Mempertimbangkan Kondisi *Shortage* dan  
Penundaan Pembayaran Pembelian

Nama : Rizkia Prima Rahayu

NIM : J2A 006 047

Telah diujikan pada sidang Tugas Akhir tanggal 24 Mei 2010

Semarang, 31 Mei 2010

Pembimbing Utama

Pembimbing Anggota

Drs. Kartono, M.Si

Drs. Bayu Surarso, M.Sc, P.hd

NIP. 1963 08 25 1990 031 003

NIP. 1963 11 05 1988 031 001

## KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT atas limpahan rahmat, taufik, dan hidayah-Nya sehingga penyusunan skripsi yang berjudul ” **MODEL PERSEDIAAN DENGAN MEMPERTIMBANGKAN KONDISI *SHORTAGE* DAN PENUNDAAN PEMBAYARAN PEMBELIAN** ” dapat terselesaikan. Penyusunan skripsi ini merupakan salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana S-1 pada Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Diponegoro Semarang.

Terselesaikannya skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak, oleh karena itu pada kesempatan kali ini penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Dra. Rum Hastuti, M.Si selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Diponegoro Semarang.
2. Dr. Widowati, S.Si, M.Si, selaku Ketua Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Diponegoro.
3. Bambang Irawanto, S.Si, M.Si selaku Ketua Progam Studi Matematika.
4. Alm. Drs. Sarwadi, M.Sc, Ph.D yang sempat membimbing penulis.
5. Drs. Kartono, M.Si, dan Drs. Bayu Surarso, M.Sc, Ph.D selaku Pembimbing I dan II yang telah memberikan bimbingan, pengarahan dan masukan sehingga skripsi ini dapat terselesaikan.
6. Lucia Ratnasari, M.Si, selaku Dosen Wali yang telah memberikan arahan serta nasihat kepada penulis.
7. Seluruh Dosen dan Staf pengajar Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Diponegoro atas ilmu yang telah diberikan.

8. Semua pihak yang tidak bisa penulis sebutkan satu persatu yang telah memberikan dukungan sehingga penyusunan skripsi ini dapat terselesaikan.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna, untuk itu saran dan kritik yang bersifat membangun sangat penulis harapkan guna kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi kita semua.

Semarang, Mei 2010

Penulis

## ABSTRAK

Pengendalian persediaan merupakan masalah penting bagi perusahaan karena berkaitan dengan total biaya yang akan dikeluarkan. Pendekatan secara matematis diperlukan dalam pengambilan keputusan terkait penentuan tingkat persediaan yang optimal. Untuk itu, terdapat perkembangan pada model persediaan dimana perusahaan sebagai pihak pembeli diperbolehkan menunda pembayaran pembelian dengan periode waktu tertentu sesuai kesepakatan dengan pihak *supplier*. Pada tugas akhir ini dibahas suatu model persediaan dengan kondisi *shortage* dan penundaan pembayaran pembelian dengan permintaan tetap, algoritma untuk menentukan periode pemesanan optimal, serta contoh permasalahan yang menggambarkan model persediaan tersebut.

Berdasarkan model persediaan dan algoritma tersebut, dapat ditentukan waktu penundaan pembayaran pembelian yang tepat serta *cycle* pemesanan optimal sehingga total biaya persediaan yang dikeluarkan minimal. Informasi tersebut dapat dijadikan sebagai alternatif yang dapat dipilih perusahaan dalam menentukan kebijakan terkait masalah persediaan.

Kata kunci : Persediaan, permintaan konstan, *shortage*, penundaan pembayaran.

## **ABSTRACT**

*Inventory control is important for the company because it will represent the total cost that will be payed. Mathematics approach are needed to make decision for determindng the optimal inventory level. Therefore, there is a development at inventory model in which company as a buyer are allowed to make delay in payments with certain period. This paper study about an inventory model with shortage and permissible delay in payments with constant demand rate , an algorithm to find the optimal ordering cycle, and numerical example that represented this model.*

*Based on those inventory model and the algorithm, we can decide when we have to delay the payments and the optimal ordering cycle that minimize the total cost. This information can be chosen by the company as their policy about inventory problems.*

*Keywords : inventory, constant demand rate, shortage, permissible delay in payments.*

## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL .....	i
HALAMAN PENGESAHAN.....	ii
KATA PENGANTAR.....	iii
ABSTRAK .....	iv
ABSTRACT .....	v
DAFTAR ISI.....	vi
DAFTAR SIMBOL.....	ix
DAFTAR GAMBAR.....	xi
DAFTAR TABEL.....	xii
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Perumusan Masalah .....	2
1.3 Pembatasan Masalah .....	3
1.4 Tujuan Penulisan.....	3
1.5 Sistematika Pembahasan .....	3
BAB II DASAR TEORI	
2.1 Pengertian dan <i>Management Inventory</i> .....	5
2.2 Manfaat <i>Inventory</i> .....	6
2.3 Jenis-jenis <i>Inventory</i> .....	6
2.3.1 <i>Inventory</i> Bahan Baku.....	6
2.3.2 <i>Inventory</i> dalam Proses Produksi.....	7

2.3.3 <i>Inventory</i> Barang Jadi.....	7
2.4 Pengendalian <i>Inventory</i> .....	7
2.5 Biaya Persediaan.....	8
2.5.1 Biaya Pengadaan.....	8
2.5.2 Biaya Penyimpanan.....	10
2.5.3 Biaya Kekurangan <i>Stock</i> .....	11
2.6 Istilah-istilah dalam <i>Inventory</i> .....	12
2.7 Model-model <i>Inventory</i> .....	13
2.7.1 Model Pembelian dari Model Deterministik.....	13
2.7.1.1 Model Pembelian <i>No Shortage Allowed</i> .....	13
2.7.1.2 Model Pembelian <i>Shortage Allowed</i> .....	16
2.8 Metode Optimasi klasik.....	20
2.9 Kekonvekan.....	22
2.10 Hubungan kekonvekan dengan turunan.....	23

### BAB III PEMBAHASAN

3.1 Pembentukan Model .....	24
3.1.1 Identifikasi Masalah.....	24
3.1.2 Asumsi-asumsi, Parameter-parameter, dan variabel keputusan...24	
3.1.2.1 Asumsi Model.....	24
3.1.2.2 Parameter Model.....	25
3.1.2.3 Variabel Keputusan.....	26
3.1.3 Pembentukan Model berdasarkan Parameter.....	26
3.2 Penentuan waktu pemesanan ( $T$ ) dan waktu persediaan habis ( $T_1$ ).....	35
3.2.1 Penentuan $T$ dan $T_1$ untuk kondisi 1.....	36

3.2.2 Penentuan T dan $T_1$ untuk kondisi 2.....	38
3.3 Bukti bahwa total biaya yang dihasilkan adalah minimal.....	40
3.3.1 Bukti untuk Kondisi 1.....	41
3.3.2 Bukti untuk kondisi 2.....	42
3.4 Algoritma untuk menentukan T dan $T_1$ optimal .....	43
3.5 Contoh Permasalahan.....	45
3.5.1 Hasil Pengambilan Data.....	46
3.5.1.1 Pengadaan Tembakau.....	46
3.5.1.2 Penyimpanan Tembakau.....	49
3.5.1.3 Penggunaan Tembakau untuk Proses Produksi.....	50
3.5.2 Pengolahan Data dan Optimalisasi Pengadaan Tembakau.....	50
3.5.2.1 Pembentukan Model .....	50
3.5.2.2 Menentukan T dan $T_1$ Optimal .....	54
 BAB IV PENUTUP	
4.1 Kesimpulan .....	58
4.2 Saran .....	58
DAFTAR PUSTAKA.....	60
LAMPIRAN .....	62

## DAFTAR SIMBOL

$q$	: jumlah pesanan
$d$	: Tingkat pembelian
$T$	: Periode pemesanan
$T^*$	: Periode pemesanan optimal
$TC$	: Total biaya
$c$	: Harga barang / unit
$c_h$	: Biaya perawatan
$k$	: Biaya pemesanan
$q^*$	: Jumlah pesanan optimal
$C(q^*)$	: Total biaya minimal
ROP	: <i>Re order point</i>
$L$	: <i>Lead time</i>
$T_1$	: Waktu pemesanan barang ketika persediaan masih ada
$T_2$	: Waktu pemesanan barang ketika persediaan habis
$S$	: Jumlah pesanan ketika barang habis
$W$	: Jumlah pesanan ketika barang masih ada
$C_s$	: Biaya hilangnya <i>stock</i> per unit per satuan waktu
$S^*$	: Jumlah pesanan optimal ketika barang habis
$C(q^*, S^*)$	: Total biaya minimal ketika kondisi <i>shortage</i>
$\alpha$	: alpha
$R(t)$	: Permintaan pada saat $t$
$M$	: Periode penundaan pembayaran pembelian

- $q_0$  : jumlah pesanan awal
- K** : Biaya pemesanan per unit
- P** : Biaya pembelian per unit
- h** : Biaya pengadaan barang (*holding cost*)
- s** : *Shortage cost* per unit
- I<sub>e</sub>** : Bunga (*interest*) yang diperoleh perusahaan
- I<sub>r</sub>** : Bunga (*interest*) yang dikenakan pada persediaan
- HC : *Expected Holding Cost*
- SC : *Expected Shortage Cost*
- T<sub>1</sub>** : Waktu pada saat persediaan habis
- I(t) : Tingkat persediaan pada saat t
- $C^i_M(T_1, T)$  : Total biaya persediaan dengan waktu penundaan M pada kondisi ke-i ; i= 1,2
- $IP_i$  : Bunga yang dibayarkan kepada *supplier* pada kondisi ke-i
- $IE_i$  : Bunga yang didapatkan perusahaan dari *sale revenue* pada kondisi ke-i.
- $\frac{\partial C^1_M(T_1, T)}{\partial T_1}$  : Laju perubahan total biaya dengan waktu penundaan pembayaran M terhadap  $T_1$  pada kondisi 1
- $\frac{\partial C^1_M(T_1, T)}{\partial T}$  : Laju perubahan total biaya dengan waktu penundaan pembayaran M terhadap T pada kondisi 1.

$\frac{\partial C^2_M(T_1, T)}{\partial T_1}$  : Laju perubahan total biaya dengan waktu penundaan pembayaran

M terhadap  $T_1$  pada kondisi 2

$\frac{\partial C^2_M(T_1, T)}{\partial T}$  : Laju perubahan total biaya dengan waktu penundaan pembayaran

M terhadap T pada kondisi 2

$\frac{\partial^2 C^1_M(T_1, T)}{\partial T_1^2}$  : Derivatif kedua dari total biaya dengan waktu penundaan

pembayaran M terhadap  $T_1$  pada kondisi 1

$\frac{\partial^2 C^1_M(T_1, T)}{\partial T^2}$  : Derivatif kedua dari total biaya dengan waktu penundaan

pembayaran M terhadap T pada kondisi 1

$\frac{\partial^2 C^2_M(T_1, T)}{\partial T_1^2}$  : Derivatif kedua dari total biaya dengan waktu penundaan

pembayaran M terhadap  $T_1$  pada kondisi 2

$\frac{\partial^2 C^2_M(T_1, T)}{\partial T^2}$  : Derivatif kedua dari total biaya dengan waktu penundaan

pembayaran M terhadap T pada kondisi 2

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Model Pembelian <i>with No Shortage allowed</i> .....	14
Gambar 2.2 Model pembelian <i>with Shortage Allowed</i> .....	16
Gambar 2.3 Fungsi yang memiliki beberapa nilai maksimum dan minimum.....	20
Gambar 3.1 Model Persediaan dengan kondisi <i>Shortage</i> dan Penundaan Pembayaran Pembelian.....	26
Gambar 3.2 Penentuan <i>Holding cost</i> .....	30
Gambar 3.3 Komponen Biaya <i>Shortage</i> .....	31
Gambar 3.4 Model Persediaan dengan Penundaan Pembayaran ketika Persediaan Mulai Berkurang ( kondisi 1 ).....	33
Gambar 3.5 Model Persediaan dengan Penundaan Pembayaran ketika Persediaan Habis (kondisi 2).....	35

## DAFTAR TABEL

Tabel 3.5.1 Jumlah stok tembakau beserta biaya-biaya terkait.....	48
Tabel 3.5.2 Jumlah rata-rata stok tembakau beserta biaya-biaya terkait.....	51

## LAMPIRAN

Listing Program MAPLE 8 .....	62
-------------------------------	----

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Pengendalian persediaan dapat diartikan sebagai semua aktifitas dan langkah-langkah yang digunakan untuk menentukan jumlah yang tepat untuk memenuhi persediaan suatu *item*. Masalah persediaan merupakan masalah penting bagi suatu perusahaan karena biasanya sebagian dari total aset perusahaan diinvestasikan untuk masalah ini. Baik buruknya manajemen suatu perusahaan dapat berpengaruh terhadap keberhasilan usaha yang dijalankan. Untuk itu, harus ditentukan jumlah persediaan yang tepat sehingga usaha dapat berjalan efektif.

Dalam perkembangan dunia bisnis sekarang ini, banyak terjadi perubahan pola pikir dalam menentukan kebijakan-kebijakan terkait sistem manajemen persediaan suatu perusahaan. Perubahan ini biasanya diharapkan mampu menjadi alternatif yang menguntungkan bagi pihak perusahaan. Bagi perusahaan yang memesan bahan baku untuk memenuhi kebutuhan produksi, perusahaan sebagai pihak pembeli diperbolehkan melakukan penundaan pembayaran pembelian selama periode waktu tertentu sebelum melunasinya kepada *supplier* atau produsen artinya, perusahaan tidak harus langsung melunasi pembayaran ketika pesanan datang. Jika pembayaran pembelian dilakukan masih dalam periode penundaan, maka pembeli tidak harus membayar bunga. Tetapi jika pembayaran sudah melewati periode penundaan yang ada, maka *supplier* atau produsen akan mengenakan sejumlah biaya (bunga) kepada pembeli.

Kebijakan ini sangat menguntungkan pembeli sebagai pihak yang boleh menunda pembayaran karena pembayaran dapat ditunda sampai akhir periode penundaan. Selama periode penundaan tersebut, pembeli dapat mengumpulkan pendapatan dari penjualan. Jadi, secara ekonomis pembeli dapat memilih untuk menunda pembayaran sampai hari terakhir periode penundaan.

Kekurangan *stock (shortage)* sangat berpengaruh pada model persediaan yang mempertimbangkan penundaan pembayaran pembelian. *Shortage* dapat mempengaruhi jumlah pesanan, sedangkan jumlah pesanan berpengaruh terhadap periode pemesanan. Apabila dilakukan penundaan pembayaran, maka perlu diketahui bagaimana pengaruh lama periode penundaan pembayaran pembelian terhadap banyaknya pesanan. Ternyata, semakin banyak pemesanan dilakukan maka periode penundaan pembayaran semakin panjang dengan konsekuensi pembeli tidak dapat melakukan pemesanan kembali kepada *supplier* apabila pembayaran sebelumnya belum dilunasi. Oleh karena itu, perlu dilakukan pengendalian persediaan untuk meminimalkan biaya persediaan.

## **1.2 Perumusan Masalah**

Masalah yang akan dibahas dalam penulisan tugas akhir ini adalah membentuk suatu model matematika yang menggambarkan biaya total persediaan dengan kondisi *shortage* dan penundaan pembayaran pembelian, kemudian menganalisa model tersebut untuk mendapatkan total biaya persediaan minimal.

### **1.3 Pembatasan Masalah**

Penulisan tugas akhir ini dititik beratkan pada model pengendalian pembelian (*purchasing model*) dengan kondisi *shortage* dan penundaan pembayaran diperbolehkan untuk satu jenis barang yang sama (homogen) dengan laju permintaan (*demand rate*) konstan serta penundaan pembayaran terjadi sekali dalam setiap *cycle* pemesanan. Dalam pembahasan ini, dianggap perusahaan akan melunasi pembayaran selama masih dalam waktu penundaan.

### **1.4 Tujuan Penulisan**

Tujuan dari penulisan tugas akhir ini adalah :

- Mengetahui model persediaan dengan kondisi *shortage* dan penundaan pembayaran pembelian.
- Mengetahui periode habisnya persediaan, periode pemesanan, serta periode penundaan pembayaran yang tepat sehingga total biaya persediaan yang dikeluarkan minimal.

### **1.5 Sistematika Pembahasan**

Sistematika pembahasan dalam tugas akhir ini terbagi menjadi 4 bab, yang diawali dari bab pendahuluan dan diakhiri dengan bab penutup.

Bab I pendahuluan. Bab ini berisi tentang latar belakang, permasalahan yang akan diangkat, tujuan yang ingin dicapai, ruang lingkup pembahasan, dan sistematika pembahasan.

Bab II tinjauan pustaka. Pada bab ini akan diulas materi-materi penunjang dan kajian literature mengenai materi dasar yang terkait dengan pembentukan model persediaan.

Bab III memuat pembahasan tentang pembentukan model persediaan berdasarkan komponen biaya dengan kondisi *shortage* dan penundaan pembayaran pembelian, analisa dari model yang dibentuk, algoritma untuk mencari total biaya minimal, serta contoh permasalahan yang menggambarkan kondisi penundaan pembayaran pembelian.

Bab IV merupakan bagian penutup. Bab ini akan berisi kesimpulan dan saran yang dapat digunakan sebagai bahan pertimbangan dari penulis yang juga merupakan hasil yang telah didapatkan dalam pengerjaan tugas akhir ini.