

**TEOREMA ELIMINASI CUT DAN TEOREMA  
INTERPOLASI UNTUK LOGIKA PREDIKAT  $FL_{e,c,n-mingle}$**



---

---

**SKRIPSI**

---

---

Oleh :  
**NADA SUNANDAR**  
**J2A 004 036**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS DIPONEGORO  
SEMARANG  
2010**

## ABSTRAK

Pada tugas akhir ini, dipelajari mengenai pembuktian teorema eliminasi cut dan teorema interpolasi untuk logika predikat FL yang diperluas dengan menambahkan aturan *exchange*, aturan *contraction* dan aturan *n-mingle* yang disebut logika predikat  $FL_{e,c,n-mingle}$ . Aturan *n-mingle* merupakan sebuah aturan inferensi khusus, tidak seperti aturan-aturan lain yang hanya memiliki satu atau dua *sequent* atas, akan tetapi dalam aturan *n-mingle* mungkin memiliki *sequent* atas sebanyak 'n'. Pertama-tama dibuktikan bahwa teorema eliminasi cut berlaku untuk logika predikat  $FL_{e,c,n-mingle}$ . Kemudian dengan menggunakan teorema tersebut dibuktikan bahwa teorema interpolasi berlaku untuk logika predikat  $FL_{e,c,n-mingle}$ .

## ABSTRACT

In this final assignment, the proving of cut elimination theorem and interpolation theorem for the FL predicate logic expanded by adding the *exchange* rule, *contraction* rule, and *n-mingle* rule, called as the  $FL_{e,c,n-mingle}$  predicate logic, is studied. The *n-mingle* rule is a special inference rule, unlike other rules that have only one or two upper *sequent*, however, in the *n-mingle* rule, it is possible to have upper sequent as many as 'n'. First it is proven that the cut elimination theorem is valid for the  $FL_{e,c,n-mingle}$  predicate logic. Then, by using that theorem, it is proven that the interpolation theorem is valid for the  $FL_{e,c,n-mingle}$  predicate logic.

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Logika FL adalah *sequent calculus* yang diperoleh dari logika sistem LJ (logika intuisisionistik) dengan menghilangkan semua aturan structural. Logika FL terdiri dari konstanta logika  $t, f, \perp$  dan  $\top$ , dan penghubung logika  $\supset, \wedge, \vee$  dan  $*$  ( penggandaan atau fusi) serta dua *quantifier*  $\forall, \exists$ . [ 7 ]. Telah dibuktikan bahwa teorema eliminasi *cut* terbukti berlaku pada logika proposisi FL dan teorema interpolasi. Logika proposisi FL diperoleh dari logika predikat FL dengan menghilangkan aturan *quantifiers*. Adapun logika predikat  $FL_{e,c,n\text{-mingle}}$  adalah logika predikat FL yang diperluas dengan menambahkan aturan *exchange*, aturan *contraction* dan aturan *n-mingle*. Dimana aturan *n-mingle* merupakan sebuah aturan inferensi khusus, dengan kata lain tidak seperti aturan-aturan lain yang hanya memiliki satu atau dua *sequent* atas, akan tetapi dalam aturan *n-mingle* mungkin memiliki *sequent* atas sebanyak  $n$  yang memiliki bentuk umum :

$$\frac{\Delta, \Theta_1, \Sigma \rightarrow D \quad \Delta, \Theta_2, \Sigma \rightarrow D \quad \dots \quad \Delta, \Theta_n, \Sigma \rightarrow D}{\Delta, \Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_n, \Sigma \rightarrow D}$$

Pada beberapa logika, diantaranya perluasan dari logika implikasi  $BB'1$  pada [ 9 ], logika predikat untuk  $FL_{e,w}$  pada [ 4 ] dan logika proposisional  $L_{DBCC}$  dan  $L_{DBCK}$  pada [ 8 ], teorema interpolasi adalah akibat dari teorema eliminasi *cut*. Dengan kata lain, pada logika-logika tersebut teorema interpolasi dapat diperoleh dari teorema eliminasi *cut*. Hal ini dapat dilakukan dengan menggunakan modifik

dari metode Maehara.

Pada tugas akhir ini, penulis akan mencoba membuktikan bahwa teorema eliminasi *cut* dan teorema interpolasi berlaku untuk logika predikat  $FL_{e,c,n-mingle}$ .

## 1.2 Perumusan Masalah

Permasalahan yang diangkat dalam Tugas Akhir ini adalah apakah teorema eliminasi *cut* berlaku untuk logika predikat FL dan perluasannya yang diperoleh dengan menambahkan aturan *exchange*, aturan *contraction* dan aturan *n-mingle*, yang disebut dengan logika predikat  $FL_{e,c,n-mingle}$  dan apakah teorema eliminasi *cut* mengakibatkan teorema interpolasi untuk logika predikat dan perluasannya yang diperoleh dengan menambahkan aturan *exchange*, aturan *contraction* dan aturan *n-mingle*, yang disebut dengan logika predikat  $FL_{e,c,n-mingle}$ .

## 1.3 Pembatasan Masalah

Penulisan Tugas Akhir ini hanya membahas logika predikat  $FL_{e,c,n-mingle}$  dengan inisial sequent  $A \rightarrow A$  tanpa memuat konstanta logika.

## 1.4 Tujuan Penulisan

Tujuan penulisan adalah untuk membuktikan bahwa teorema eliminasi *cut* berlaku untuk logika predikat  $FL_{e,c,n-mingle}$  dan teorema interpolasi juga berlaku untuk logika predikat  $FL_{e,c,n-mingle}$ .

## 1.5 Sistematika Penulisan

Tugas Akhir ini terdiri dari 4 bab dan beberapa subbab, Bab I Pendahuluan yang berisi latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penulisan dan sistematika penulisan. Pada Bab II diberikan Dasar Teori yang perlu diketahui untuk pembahasan selanjutnya. Bab tersebut berisi tentang logika predikat FL dan Perluasannya, teorema eliminasi *cut*, induksi matematika dan metode maehara untuk teorema interpolasi. Kemudian pada Bab III yang membahas tentang Teorema eliminasi *cut* pada logika predikat FL dan perluasannya, yaitu logika predikat  $FL_{e,c,n-mingle}$  serta pembuktian teorema interpolasi untuk logika predikat  $FL_{e,c,n-mingle}$ . Sedangkan Bab IV merupakan penutup dari pembahasan-pembahasan pada bab-bab sebelumnya, yaitu berisi kesimpulan dan saran tentang masalah-masalah selanjutnya yang dapat dipelajari.