

**BCC-ALJABAR**



---

**SKRIPSI**

---

Oleh :  
**NADYA ARMINTIA**  
**J2A 006 037**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA JURUSAN MATEMATIKA**  
**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**  
**UNIVERSITAS DIPONEGORO**  
**SEMARANG**  
**2010**

***BCC-ALJABAR***

**NADYA ARMINTIA**

**J2A 006 037**

Skripsi

Diajukan sebagai syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains

pada

Program Studi Matematika

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

**UNIVERSITAS DIPONEGORO**

**SEMARANG**

**2010**

## HALAMAN PENGESAHAN

Judul : *BCC- Aljabar*

Nama : Nadya Armintia

NIM : J2A 006 037

Telah diujikan pada sidang Tugas Akhir tanggal 22 Juni 2010

dan dinyatakan **lulus** pada tanggal 23 Juni 2010

Semarang, 23 Juni 2010  
Panitia Penguji Tugas Akhir  
Ketua,

Lucia Ratnasari, S.Si, M.Si  
NIP. 1971 06 27 1998 02 2 001

Mengetahui,  
Ketua Jurusan Matematika  
FMIPA UNDIP

Mengetahui,  
Ketua Program Studi Matematika  
Jurusan Matematika FMIPA UNDIP

Dr. Widowati, S.Si, M.Si  
NIP. 19690214 199403 2 002

Bambang Irawanto, S.Si, M.Si  
NIP. 19670729 199403 1 001

## HALAMAN PENGESAHAN

Judul : *BCC- Aljabar*

Nama : Nadya Armintia

NIM : J2A 006 037

Telah diujikan pada sidang Tugas Akhir tanggal 22 Juni 2010

Pembimbing Utama

Semarang, 23 Juni 2010  
Pembimbing Anggota

Suryoto, S.Si, M.Si  
NIP. 19680714 199403 1 004

Drs. YD. Sumanto, M.Si  
NIP. 19640918 199301 1 002

## KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyusun tugas akhir yang berjudul “**BCC-ALJABAR**” ini. Tugas Akhir ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana strata satu pada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam di Universitas Diponegoro Semarang.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Ibu Dra. Rum Hastuti, M.Si selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Diponegoro Semarang.
2. Ibu Dr. Widowati ,S.Si, M.Si selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Diponegoro Semarang.
3. Bapak Bambang Irawanto, S.Si, M.Si selaku Ketua Program Studi Matematika FMIPA UNDIP.
4. Bapak Suryoto, S.Si, M.Si selaku dosen Pembimbing I yang dengan sabar membimbing dan mengarahkan penulis hingga selesainya Tugas Akhir ini.
5. Drs. Y.D. Sumanto, M.Si selaku dosen Pembimbing II yang telah membimbing dan mengarahkan penulis hingga selesainya Tugas Akhir ini.
6. Bapak dan Ibu dosen Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Diponegoro Semarang, yang telah memberikan ilmunya kepada penulis
7. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu yang telah membantu dalam penyelesaian Tugas Akhir ini.

Penulis menyadari bahwa dalam pembuatan Tugas Akhir ini masih banyak kekurangannya. Untuk itu penulis mengharapkan kritik dan saran yang bersifat membangun demi kesempurnaan Tugas Akhir ini. Semoga tugas Akhir ini bis membawa manfaat bagi penulis sendiri khususnya dan bagi para pembaca pada umumnya.

Semarang, Juni 2010

Penulis

## ABSTRAK

Suatu  $BCC$ -aljabar merupakan subkelas dari  $K$ -aljabar bilamana grup pembangunnya adalah grup tidak komutatif, sehingga sifat-sifat yang berlaku pada  $K$ -aljabar akan berlaku juga pada  $BCC$ -aljabar.  $BCC$ -aljabar merupakan generalisasi dari  $BCK$ -aljabar.  $BCC$ -aljabar yang bukan  $BCK$ -aljabar disebut  $BCC$ -aljabar sejati. Jika pada grup terdapat konsep subgrup, maka pada  $BCC$ -aljabar juga terdapat konsep  $BCC$ -subaljabar.

Kata kunci : grup, grup tak komutatif,  $K$ -aljabar,  $BCC$ -aljabar sejati.

## **ABSTRACT**

A BCC-algebra is subclass of BCC-algebra which its generator is non abelian group, so the characters that holded in K-algebra, holded too in BCC-algebra. BCC-algebra is generalisation of BCK-algebra. BCC-algebras which are not BCK-algebras called proper BCC-algebra. If there are concepts of subgroup in group, then there are concepts of subalgebra in BCC-algebra.

Keyword: group, non abelian group, K-algebra, proper BCC-algebra.



## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL .....	i
HALAMAN PENGESAHAN.....	ii
KATA PENGANTAR .....	iv
ABSTRAK .....	vi
ABSTRACT .....	vii
DAFTAR ISI.....	viii
DAFTAR TABEL .....	x
DAFTAR SIMBOL .....	xi
DAFTAR LAMPIRAN.....	xii
BAB I. PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Perumusan Masalah.....	2
1.3 Pembatasan Masalah .....	2
1.4 Tujuan Penulisan.....	2
1.5 Sistematika Penulisan.....	2
BAB II. TEORI PENUNJANG.....	4
2.1 Pemetaan .....	4
2.2 Teori Grup.....	6
2.3 $K$ -aljabar .....	9
2.4 $BCK$ -aljabar .....	15
BAB III PEMBAHASAN.....	20
3.1 $BCCI$ -Aljabar .....	20
3.2 $BCC$ -Aljabar dan Sifat-Sifatnya .....	32
3.3 $BCC$ -Subaljabar .....	46

BAB IV	PENUTUP .....	58
4.1	Kesimpulan .....	58
4.2	Saran .....	58
DAFTAR	PUSTAKA .....	59
LAMPIRAN	.....	60

## DAFTAR SIMBOL

$G$	: Grup
$*$	: Operasi biner pada grup
$\cdot$	: Operasi pergandaan
$\circ$	: Operasi pada aljabar
$e$	: Elemen identitas dari grup
$o(G)$	: Order dari grup $G$
$+$	: Operasi penjumlahan
$x^{-1}$	: Invers dari $x$
$A^c$	: Komplemen dari $A$
$(2,0)$	: Unsur yang bukan elemen identitas tidak berorde dua.
$(X, \circ, 0)$	: Aljabar $X$ yang dibangun oleh operasi biner “ $\circ$ ” dan elemen khusus $0$

## DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Operasi “ $\star$ ” pada $G$ .....	10
Tabel 2.2 Sifat assosiatif pada $G$ terhadap operasi “ $\star$ ”.....	10
Tabel 2.3 Operasi “ $\circ$ ” pada $G$ .....	12
Tabel 2.4 Aksioma K1’ pada $G$ dengan operasi “ $\circ$ ”.....	12
Tabel 2.5 Aksioma K2’ pada $G$ dengan operasi “ $\circ$ ”.....	13
Tabel 2.6 Operasi “ $\circ$ ” pada $X$ .....	16
Tabel 2.7 Aksioma (BCK1) pada $X$ dengan operasi “ $\circ$ ” .....	16
Tabel 2.8 Aksioma (BCK2) pada $X$ dengan operasi “ $\circ$ ” .....	19
Tabel 3.1 Operasi “ $\circ$ ” pada $X$ .....	21
Tabel 3.2 Aksioma BCCI pada $X$ dengan operasi “ $\circ$ ” .....	21
Tabel 3.3 Operasi “ $\circ$ ” pada $X$ .....	25
Tabel 3.4 Aksioma BCCI pada $X$ dengan operasi “ $\circ$ ” .....	25
Tabel 3.5 Operasi “ $\circ$ ” pada $X = \{0, a\}$ .....	38
Tabel 3.6 Operasi “ $\circ$ ” pada $X = \{0, a, b\}$ .....	41
Tabel 3.7 Operasi “ $\circ$ ” pada $S$ .....	47
Tabel 3.8 Aksioma BCC-aljabar pada $X$ dengan operasi “ $\circ$ ” .....	47
Tabel 3.9 Operasi “ $\circ$ ” pada $S$ dengan $S = \{0, a\}$ .....	56
Tabel 3.10 Operasi “ $\circ$ ” pada $S$ dengan $S = \{0, a, b\}$ .....	57

## DAFTAR LAMPIRAN

Gambar 3.1. Diagram hubungan *BCC*-aljabar dengan kelas yang terkait ..... 60

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Himpunan tidak kosong yang dilengkapi paling sedikit sebuah operasi biner dan aksioma-aksioma disebut struktur aljabar. Salah satu struktur aljabar tersebut adalah  $K$ -aljabar.

Suatu  $K$ -aljabar sebelumnya sudah pernah dibahas oleh Iswati. Di dalam  $K$ -aljabar berlaku relasi terurut parsial, yaitu relasi yang bersifat transitif, antisimetris, dan reflektif, yang menyebabkan  $K$ -aljabar dibagi menjadi beberapa kelas, dimana dalam kelas tersebut juga berlaku relasi terurut parsial.

$K$ -aljabar dibangun oleh suatu grup. Berdasarkan grup pembangunnya,  $K$ -aljabar dibagi menjadi dua kelas besar yaitu  $B$ -aljabar yang dibangun oleh grup tidak komutatif dan  $Q$ -aljabar dibangun oleh grup yang komutatif.  $Q$ -aljabar sebelumnya sudah dibahas oleh Desrimarolisa.

Pada Tugas Akhir ini, akan membahas lebih lanjut mengenai kelas dari  $B$ -aljabar, yaitu  $BCC$ -aljabar.  $B$ -aljabar ekuivalen dengan  $BCCI$ -aljabar. Sedangkan  $BCCI$ -aljabar sendiri merupakan generalisasi dari  $BCC$ -aljabar. Sehingga  $BCC$ -aljabar juga merupakan subkelas dari  $K$ -aljabar.

$BCC$ -aljabar dibangun oleh sebuah grup. Sehingga untuk menyelesaikan sifat-sifat yang ada pada  $BCC$ -aljabar dapat digunakan sifat-sifat yang ada pada grup.

Sebagaimana halnya grup mempunyai subgrup,  $BCC$ -aljabar juga mempunyai  $BCC$ -subaljabar.

## **1.2 Perumusan Masalah**

Permasalahan yang akan dibahas dalam tugas akhir ini adalah mengenai apakah  $BCC$ -aljabar itu, serta bagaimana sifat-sifat yang dimiliki  $BCC$ -aljabar tersebut.

## **1.3 Pembatasan masalah**

Pada tugas akhir ini hanya akan dibahas mengenai  $BCC$ -aljabar yang berhingga untuk mempermudah pemahaman.

## **1.4 Tujuan Penulisan**

Tujuan penulisan dari tugas akhir ini adalah memperkenalkan suatu struktur aljabar baru yang disebut  $BCC$ -aljabar beserta sifat-sifatnya dan beberapa hal yang terkait dengan  $BCC$ -aljabar seperti  $BCC$ -aljabar sejati dan  $BCC$ -subaljabar.

## **1.5 Sistematika Penulisan**

Tugas Akhir ini terdiri dari 4 bab dan beberapa subbab. Bab I Pendahuluan yang berisi latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penulisan dan sistematika penulisan. Bab II Teori Penunjang yang memuat materi atau teori yang menunjang pemahasaan materi selanjutnya. Bab II ini berisi materi

tentang pemetaan, teori grup,  $K$ -aljabar, dan  $B$ -aljabar. Bab III merupakan Pembahasan dalam memperkenalkan struktur  $BCC$ -aljabar yang meliputi  $BCC$ -aljabar,  $BCC$ -aljabar sejati, dan  $BCC$ -subaljabar. Bab IV Penutup yang berisi tentang kesimpulan dari hasil yang diperoleh dari pembahasan dan beberapa saran.