

PERANCANGAN PENGENDALI BERORDE RENDAH MELALUI REDUKSI ORDE PLANT DAN PENGENDALI DENGAN METODE PERTURBASI SINGULAR

Astri Ratriningtyas, Widowati
Jurusan Matematika FMIPA UNDIP Semarang
Jl. Prof. H. Soedarto, SH, Tembalang, Semarang, 50275

Abstrak: Perancangan pengendali dengan menggunakan Teknik H_∞ menghasilkan pengendali berorde tinggi. Pengendali ini dalam segi aplikasinya tidak praktis, sehingga pada makalah ini akan dirancang pengendali berorde rendah melalui dua alternatif. Alternatif pertama, orde dari plant direduksi dan kemudian pengendali berorde rendah dirancang dari plant tereduksi. Alternatif kedua, mendesain pengendali berorde tinggi dari plant berorde tinggi, kemudian orde dari pengendali direduksi. Metode reduksi yang digunakan adalah Pendekatan Perturbasi Singular Setimbang. Selanjutnya, dikaji syarat perlu untuk kesetimbangan dan kestabilan dari plant tereduksi. Lebih lanjut akan dianalisis batas atas terkecil kesalahan reduksi dengan menggunakan norm- H_∞ . Terakhir, pengendali berorde rendah yang telah diperoleh, diaplikasikan ke struktur elastis untuk meredam getaran. Akan dibandingkan juga kinerja pengendali berorde rendah yang diperoleh dengan alternatif pertama dan alternatif kedua.

Kata Kunci: Pendekatan perturbasi singular, teknik H_∞ , pengendali berorde rendah, fungsi alih lup tertutup

PENDAHULUAN

Banyak masalah nyata mempunyai representasi persamaan ruang keadaan yang berorde tinggi. Perancangan pengendali dengan teknik H_∞ akan menghasilkan pengendali dengan orde yang sama dengan orde dari plant (obyek yang dikendalikan). Dari segi implementasi pengendali berorde tinggi tidak efisien, karena dapat menimbulkan kesalahan numerik dan biaya komputasi lebih mahal. Oleh karena itu, akan dicari pengendali berorde rendah. Orde adalah dimensi dari vektor keadaan dalam realisasi minimal suatu sistem.

Pengendali berorde rendah dapat dicari melalui 2 alternatif. Alternatif pertama yaitu, plant berorde tinggi direduksi sehingga diperoleh plant berorde rendah. Kemudian dari plant berorde rendah dirancang pengendali berorde rendah dengan menggunakan teknik H_∞ . Alternatif yang kedua yaitu, dari plant berorde tinggi dirancang pengendali berorde tinggi dengan menggunakan teknik H_∞ . Kemudian pengendali berorde tinggi direduksi sehingga diperoleh pengendali berorde rendah. Selanjutnya kinerja pengendali berorde rendah yang diperoleh melalui alternatif pertama dan kedua dibandingkan. Metode reduksi yang digunakan adalah metode perturbasi singular setimbang (*Balanced Singular Perturbation Approximation* (BSPA)).

Reduksi orde plant dengan menggunakan metode perturbasi singular telah dikaji oleh beberapa peneliti [6, 10]. Telah diteliti bahwa plant tereduksi mempertahankan sifat kestabilan dan keseimbangan dari plant semula. Reduksi orde pengendali dengan menggunakan metode Perturbasi Singular telah dikemukakan oleh Oh, et. al. [3]. Saragih dan Yoshida [8] telah mengaplikasikan pengendali berorde rendah (tereduksi) untuk meredam vibrasi dari struktur elastis. Pada makalah ini, akan dibandingkan kinerja pengendali berorde rendah yang diperoleh melalui reduksi orde plant dan pengendali dengan metode perturbasi singular. Metode yang dikemukakan akan diverifikasi dengan mengaplikasikan pengendali berorde rendah yang diperoleh ke struktur elastis untuk meredam getaran transversal dan torsional.

PENDEKATAN PERTURBASI SINGULAR SETIMBANG

Pada bagian ini akan dikemukakan reduksi orde plant dengan pendekatan perturbasi singular. Misalkan G adalah fungsi alih linear, berorde tinggi yang tidak berubah terhadap waktu dan \hat{G} adalah

fungsi alih linear, berorde rendah dan tidak berubah terhadap waktu. Masalah reduksi orde plant adalah menemukan pendekatan fungsi alih berorde rendah dari fungsi alih berorde tinggi sedemikian sehingga norm H_∞ dari selisih fungsi alih berorde tinggi dan rendah adalah minimum. Pandang plant berorde tinggi dengan persamaan dinamik sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t), \quad x(t_0) = x_0 \end{aligned} \tag{1}$$

dengan $x(t)$ adalah vektor keadaan, $y(t)$ adalah vektor keluaran, $u(t)$ adalah vektor masukan, A, B, C, D adalah matriks konstan riil, $x(t) \in R^n$, $y(t) \in R^p$, $u(t) \in R^m$, $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times m}$, $C \in R^{p \times n}$,

$D \in R^{p \times m}$. Selanjutnya akan ditentukan plant tereduksi berorde r ($r < n$), dengan persamaan dinamik sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \dot{x}_r(t) &= A_r x_r(t) + B_r u_r(t), \\ y_r(t) &= C_r x_r(t) + D_r u_r(t), \quad x_r(t_0) = x_r(0). \end{aligned}$$

melalui pendekatan perturbasi singular dengan prosedur sebagai berikut.

1. Mula-mula plant disetimbangkan [5, 6] sehingga memenuhi

$$\tilde{P} = \tilde{Q} = \Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n),$$

dengan $\sigma_1 \geq \sigma_{i+1} \geq \sigma_{i+2} \geq \dots \geq \sigma_r > \sigma_{r+1} \geq \dots \geq \sigma_n$, $\sigma_i = \sqrt{\lambda_i(\tilde{P}\tilde{Q})}$, \tilde{P} : Grammian keterkendalian, dan \tilde{Q} : Grammian keterobservasian.

2. Memartisi plant setimbang yang bersesuaian dengan $\Sigma = \text{diag}(\Sigma_1, \Sigma_2)$ seperti berikut

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} u(t), \\ y(t) &= \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + Du(t), \\ x_1(t) &\in R^r, \quad x_2(t) \in R^{n-r}, \end{aligned} \tag{2}$$

dengan A_{11} dan Σ_1 adalah matriks berukuran $r \times r$.

3. Dengan menggunakan konsep dari pendekatan perturbasi singular [6], yaitu dengan mengambil $\dot{x}_2(t) = 0$, sehingga persamaan (2) menjadi

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= A_{11}x_1(t) + A_{12}x_2(t) + B_1u(t) \\ 0 &= A_{21}x_1(t) + A_{22}x_2(t) + B_2u(t) \\ y(t) &= C_1x_1(t) + C_2x_2(t) + Du(t) \end{aligned}$$

Kemudian mensubstitusi $x_2(t) = -A_{22}^{-1}A_{21}x_1(t) - A_{22}^{-1}B_2u(t)$ ke $\dot{x}_1(t)$ dan $y(t)$ serta dengan mengasumsikan A_{22} non singular, sehingga diperoleh plant tereduksi berorde r , dengan persamaan dinamik,

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= \bar{A}_{11}x_1(t) + \bar{B}_1u(t), \\ y(t) &= \bar{C}_1x_1(t) + \bar{D}u(t) \end{aligned} \tag{3}$$

dengan,

$$\begin{aligned} \bar{A}_{11} &= A_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{21}, & \bar{B}_1 &= B_1 - A_{12}A_{22}^{-1}B_2, \\ \bar{C}_1 &= C_1 - C_2A_{22}^{-1}A_{21}, & \bar{D} &= D - C_2A_{22}^{-1}B_2. \end{aligned}$$

KESALAHAN REDUKSI

Sistem timbal balik [4] atau *reciprocal system* $(\hat{A}, \hat{B}, \hat{C})$ dari (A, B, C) didefinisikan sebagai $\hat{A} := A^{-1}$, $\hat{B} := A^{-1}B$, $\hat{C} := CA^{-1}$, dengan A nonsingular.

Partisi sistem $(\hat{A}, \hat{B}, \hat{C})$ dengan gramian $\Sigma = \text{diag}(\Sigma_1, \Sigma_2)$ yang bersesuaian adalah

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} \hat{A}_{11} & \hat{A}_{12} \\ \hat{A}_{21} & \hat{A}_{22} \end{bmatrix}, \quad \hat{B} = \begin{bmatrix} \hat{B}_1 \\ \hat{B}_2 \end{bmatrix}, \quad \hat{C} = \begin{bmatrix} \hat{C}_1 & \hat{C}_2 \end{bmatrix}$$

Lemma 1. [4] Jika (A, B, C) minimal dan realisasi setimbang dengan gramian Σ dari sistem linier, invarian terhadap waktu dan stabil asimtotik maka sistem timbal balik $(\hat{A}, \hat{B}, \hat{C})$ juga stabil asimtotik dan setimbang dengan Gramian Σ .

Teorema 1. [6] Jika $G_n(s) = C(sI_n - A)^{-1}B + D$ dengan (A, B, C, D) realisasi setimbang, stabil asimtotik dan $(\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \bar{D})$ adalah pendekatan perturbasi singular dari (A, B, C, D) dengan $\bar{G}_r(s) = \bar{C}(sI_r - \bar{A})^{-1}\bar{B} + \bar{D}$, maka $\|C(sI_n - A)^{-1}B + D - \bar{C}(sI_r - \bar{A})^{-1}\bar{B} - \bar{D}\|_{\infty} \leq 2tr \Sigma_2$.

PENGENDALI H_{∞} YANG DIPERKENANKAN

Persamaan Riccati Aljabar digunakan pada pembuktian syarat perlu dan cukup untuk eksistensi pengendali yang diperkenankan.

Misalkan A, Q, R adalah matriks real $n \times n$ dengan Q dan R simetrik. Maka persamaan Riccati aljabar adalah

$$A^*X + XA + XRX + Q = O$$

yang bersesuaian dengan matriks Hamiltonian $2n \times 2n$

$$H := \begin{bmatrix} A & R \\ -Q & -A^* \end{bmatrix}.$$

Teorema 3. [11] Misalkan $H \in \text{dom}(\text{Ric})$ dan $X = \text{Ric}(H)$. Maka

- (1) X adalah simetrik real
- (2) X memenuhi persamaan Riccati aljabar

$$A^*X + XA + XRX + Q = O$$

- (3) $A + RX$ adalah stabil.

Masalah kendali optimal H_{∞} adalah menentukan semua pengendali $K(s)$ yang diperkenankan sehingga norm H_{∞} dari fungsi alih lup tertutupnya (T_{zw}) minimal. Suatu pengendali dikatakan diperkenankan jika pengendali tersebut menstabilkan plant secara internal. Pengendali optimal H_{∞} secara umum tidak tunggal untuk sistem multi-input-multi-output (MIMO) dan secara numerik perhitungannya sangat sulit [11]. Oleh karena itu, dalam praktek biasanya cukup mendapatkan pengendali suboptimal H_{∞} yaitu pengendali yang sangat dekat dengan pengertian optimal. Sedangkan masalah pengendali suboptimal H_{∞} adalah bila diberikan $\gamma > 0$, maka dapat ditemukan semua pengendali yang diperkenankan (*admissible*) sehingga norm H_{∞} dari fungsi alih lintasan tertutupnya kurang dari γ [11]. Realisasi matriks dari plant G , dapat ditulis sebagai

$$G(s) = \left[\begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & 0 & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & 0 \end{array} \right] \tag{4}$$

Asumsi yang dibuat adalah sebagai berikut :

1. (A, B_j) adalah terkendali dan (C_j, A) adalah teramat;
2. (A, B_2) adalah terstabilkan dan (C_2, A) adalah terdeteksi;
3. $D_{12}^* \begin{bmatrix} C_1 & D_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} O & I \end{bmatrix}$;

$$4. \begin{bmatrix} B_1 \\ D_{21} \end{bmatrix} D_{21}^* = \begin{bmatrix} O \\ I \end{bmatrix}.$$

Dua asumsi yang diberikan secara implisit untuk realisasi $G(s)$ adalah $D_{11} = 0$ dan $D_{22} = 0$. Keberadaan pengendali suboptimal H_∞ diberikan pada teorema berikut.

Teorema 4. [11] Terdapat pengendali yang diperkenankan (*admissible*) sehingga $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$ jika dan hanya jika tiga kondisi berikut dipenuhi

1. $H_\infty \in \text{dom}(\text{Ric})$ dan $X_\infty = \text{Ric}(H_\infty) > 0$, $H_\infty = \begin{bmatrix} A & \gamma^{-2}B_1B_1^* - B_2B_2^* \\ -C_1C_1^* & -A^* \end{bmatrix}$
2. $J_\infty \in \text{dom}(\text{Ric})$ dan $Y_\infty = \text{Ric}(J_\infty) > 0$, $J_\infty = \begin{bmatrix} A^* & \gamma^{-2}C_1C_1^* - C_2^*C_2 \\ -B_1B_1^* & -A \end{bmatrix}$
3. $\rho(X_\infty Y_\infty) < \gamma^2$

Jika ketiga kondisi tersebut dipenuhi, salah satu pengendalinya adalah

$$K(s) = \left[\begin{array}{c|c} \hat{A}_\infty & -Z_\infty L_\infty \\ \hline F_\infty & O \end{array} \right] := \left[\begin{array}{c|c} A_K & B_K \\ \hline C_K & O \end{array} \right], \quad (5)$$

dengan $\hat{A}_\infty = A + \gamma^{-2}B_1B_1^*X_\infty + B_2F_\infty + Z_\infty L_\infty C_2$,

$$F_\infty = B_2^*X_\infty, \quad L_\infty = -Y_\infty C_2^*, \quad Z_\infty = (I - \gamma^{-2}Y_\infty X_\infty)^{-1}.$$

REDUKSI ORDE PENGENDALI DENGAN METODE PERTURBASI SINGULAR

Setelah kondisi pada Teorema 4 dipenuhi, maka dapat dirancang pengendali berorde tinggi seperti pada (5) dengan persamaan ruang keadaan sebagai berikut

$$\begin{aligned} \dot{x}_k(t) &= A_K x_k(t) + B_K y(t), \\ u(t) &= C_K x_k(t). \end{aligned}$$

Selanjutnya, akan dicari pengendali berorde rendah dengan persamaan ruang keadaan,

$$\begin{aligned} \dot{x}_{k1}(t) &= \tilde{A}_k x_{k1}(t) + \tilde{B}_k y(t), \\ u(t) &= \tilde{C}_k x_{k1}(t) + \tilde{D}_k y(t). \end{aligned} \quad (6)$$

Plant G pada (4) dapat ditulis sebagai berikut

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_1 w(t) + B_2 u(t) \\ z(t) &= C_1 x(t) + D_{12} u(t) \\ y(t) &= C_2 x(t) + D_{21} w(t) \end{aligned} \quad (7)$$

Sistem lup tertutup T_{zw} adalah sebagai berikut

$$\begin{aligned} T_{zw} &= \left[\begin{array}{c|c} \tilde{A} & \tilde{B} \\ \hline \tilde{C} & O \end{array} \right], \\ \tilde{A} &= \begin{bmatrix} A & B_2 C_K \\ B_K C_2 & A_K \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_K D_{21} \end{bmatrix}, \quad \tilde{C} = [C_1 \quad D_{12} C_K]. \end{aligned}$$

Diasumsikan terdapat $U = \text{diag}(U_1, U_2) > 0$ dan $V = \text{diag}(V_1, V_2) > 0$ sedemikian sehingga

$$\begin{aligned} \tilde{A}U + U\tilde{A}^T + \tilde{B}\tilde{B}^T &< 0, \\ \tilde{A}^T V + V\tilde{A} + \tilde{C}^T \tilde{C} &< 0. \end{aligned}$$

Syarat perlu dan cukup untuk keberadaan solusi dari pertidaksamaan diatas adalah kestabilan kuadratik dari plant G . Diasumsikan bahwa terdapat matriks nonsingular T_1 dan T_2 sedemikian sehingga,

$$\begin{aligned} T_1 U_1 T_1^T &= T_1^{-T} V_1 T_1^{-1} = \Sigma_g = \text{diag}(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n), \xi_1 \geq \xi_2 \geq \dots \geq \xi_n. \\ T_2 U_2 T_2^T &= T_2^{-T} V_2 T_2^{-1} = \Sigma_k = \text{diag}(\Sigma_{k1}, \Sigma_{k2}), \end{aligned}$$

dengan $\Sigma_{k1} = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_r)$, $\Sigma_{k2} = \text{diag}(\sigma_{r+1}, \dots, \sigma_m)$, $\sigma_r > \sigma_{r+1}$ dan $\sigma_j \geq \sigma_{j+1}$, $j = 1, 2, \dots, m$.

$$K = \left[\begin{array}{c|c} T_2 A_K T_2^{-1} & T_2 B_K \\ \hline C_K T_2^{-1} & O \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} A_K & B_K \\ \hline C_K & O \end{array} \right],$$

Selanjutnya, K dipartisi bersesuaian dengan $\Sigma_K = \text{diag}(\Sigma_{k1}, \Sigma_{k2})$ sehingga menjadi

$$K = \left[\begin{array}{cc|c} A_{k11} & A_{k12} & B_{k1} \\ A_{k21} & A_{k22} & B_{k2} \\ \hline C_{k1} & C_{k2} & O \end{array} \right],$$

dengan A_{k1} dan $\Sigma_1 \in R^{r \times r}$. Persamaan dinamik dari pengendali berorde tinggi setimbang adalah

$$\dot{x}_{k1}(t) = \begin{bmatrix} A_{k11} & A_{k12} \\ A_{k21} & A_{k22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{k1}(t) \\ x_{k2}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{k1} \\ B_{k2} \end{bmatrix} y(t), u(t) = [C_{k1} \quad C_{k2}] \begin{bmatrix} x_{k1}(t) \\ x_{k2}(t) \end{bmatrix}, \quad (8)$$

dengan $x_{k1}(t) \in R^r$, $x_{k2}(t) \in R^{m-r}$. Ketika sistem setimbang $x_{k1}(t)$ merepresentasikan *slow* dinamik dari sistem dan $x_{k2}(t)$ merepresentasikan *fast* dinamik dari sistem, maka berdasarkan konsep dari metode perturbasi singular, sistem (8) dapat didekati dengan mengambil $\dot{x}_{k2}(t) = 0$, sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} \dot{x}_{k1}(t) &= A_{k11}x_{k1}(t) + A_{k12}x_{k2}(t) + B_{k1}y(t), \\ 0 &= A_{k21}x_{k1}(t) + A_{k22}x_{k2}(t) + B_{k2}y(t), \\ u(t) &= C_{k1}x_{k1}(t) + C_{k2}x_{k2}(t). \end{aligned}$$

Persamaan dinamik dari pengendali berorde rendah (tereduksi) dapat ditulis sebagai berikut

$$\begin{aligned} \dot{x}_{k1}(t) &= \tilde{A}_{k1}x_{k1}(t) + \tilde{B}_k y(t), \\ u(t) &= \tilde{C}_k x_{k1}(t) + \tilde{D}_k y(t). \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \tilde{A}_k &= A_{k11} - A_{k12}A_{k22}^{-1}A_{k21}, \quad \tilde{C}_k = C_{k1} - C_{k2}A_{k22}^{-1}A_{k21}, \\ \tilde{B}_k &= B_{k1} - A_{k12}A_{k22}^{-1}B_{k2}, \quad \tilde{D}_k = -C_{k2}A_{k22}^{-1}B_{k2}. \end{aligned}$$

APLIKASI PENGENDALI PADA BANGUNAN BERTINGKAT

Sebagai verifikasi dari metode yang dikemukakan, pada bagian ini diberikan aplikasi pengendali suboptimal H_∞ untuk meredam getaran pada bangunan bertingkat. Persamaan matriks dari struktur elastis (bangunan bertingkat dengan 4 lantai) dapat ditulis dalam bentuk persamaan differensial orde dua [8, 9], sebagai berikut

$$M_p \ddot{x}_0(t) + C_p \dot{x}_0(t) + K_p x_0(t) + d_p \ddot{z}(t) + b_p f(t) = 0, \quad (16)$$

dengan x_0 adalah vektor keadaan, $M_p, C_p,$ dan K_p masing-masing adalah matriks inersia, redaman, dan kekakuan dari struktur. d_p adalah gangguan untuk percepatan eksitasi z dan b_p adalah matriks input untuk gaya kendali f . Struktur elastis tersebut merepresentasikan bangunan bertingkat yang mempunyai 4 lantai.

Pengendali dirancang dengan tujuan meminimasi peaks fungsi alih terbuka pada mode pertama dan kedua, oleh karenanya, diterapkan fungsi bobot *high pass filter*. Persamaan fungsi bobot tersebut adalah

$$W_H = \frac{s^4 + 4\xi_r \omega_r s^3 + 2(2\xi_r^2 + 1)\xi_r^2 s^2 + 4\xi_r \omega_r^3 s + \omega_r^4}{s^4 + 4\xi_t \omega_t s^3 + 2(2\xi_t^2 + 1)\omega_t^2 s^2 + 4\xi_t \omega_t^3 s + \omega_t^4}$$

dengan s adalah operator Laplace, $Lev = 90$, $\omega_r = 6\pi$, $\xi_r = 0.6$, $\omega_t = 36\pi$, $\xi_t = 0.6$. Selanjutnya dapat diperoleh plant berorde 30, linear, invarian terhadap waktu, minimal, dan stabil asimtotik dengan persamaan dinamik seperti berikut.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad y(t) = Cx(t) + Du(t).$$

Kemudian, dicari pengendali berorde rendah (kurang dari 30) dengan menggunakan alternatif 1 (reduksorde plant) dan alternatif 2 (reduksi orde pengendali), dengan metode perturbasi singular, langkah-langkah seperti yang telah dikemukakan pada bagian sebelumnya. Norm H_∞ dari selisih plant semula dengan plant tereduksi diberikan pada Tabel 1.

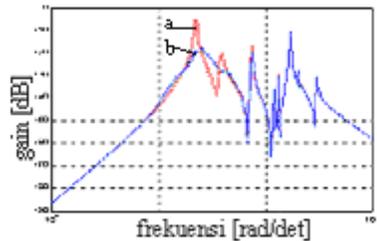
Tabel 1. Norm H_∞ dari kesalahan reduksi untuk alternatif 1

Orde plant	$\ Gn(s) - Gr(s)\ _\infty$	$\ 2tr\ _\infty$
27	0.54482	1.0437
23	12.3799	17.5066
21	12.2754	44.0122
19	35.9931	96.94
18	36.1088	136.2177

Tabel 2. Norm H_∞ dari kesalahan reduksi untuk alternatif 2

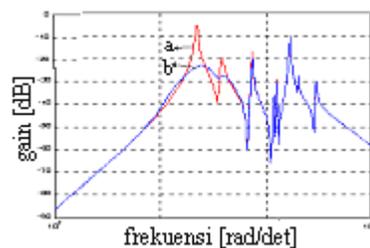
Orde pengendali	$\ Tzwn - Tzwi\ _\infty$	$\ 2tr\ _\infty$
25	6.36E-05	8.12E-06
21	0.0002591	0.001276
18	0.0021946	0.006398
16	0.0017943	0.011833
14	0.0031869	0.020103

Dari Tabel 1 terlihat bahwa untuk alternatif 1, norm H_∞ kesalahan reduksi tersebut senantiasa kurang dari 2 kali nilai singular yang dipotong ($2tr\Sigma_2$). Degradasi kinerja sistem lup tertutup sebagai akibat penerapan pengendali tereduksi (alternatif 2) diberikan pada Tabel 2. Dari tabel tersebut terlihat bahawa batas atas terkecil dari degradasi kinerja sistem lup tertutup kurang dari 2 kali nilai singular yang dipotong.



(a : tanpa pengendali, b : dengan pengendali)

Gambar 1. Respon frekuensi lup terbuka dan lup tertutup alternatif 1



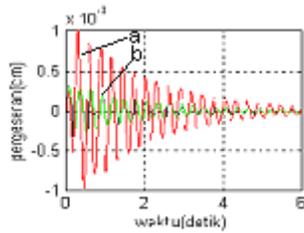
(a : tanpa pengendali, b : dengan pengendali)

Gambar 2. Respon frekuensi lup terbuka dan lup tertutup alterantif 2

Berdasarkan Gambar 1 diatas, terlihat bahwa pengendali berorde 18 yang diperoleh dengan mereduksi orde plant dengan BSPA (alternatif 1) dapat meminimasi mode pertama kurang lebih 14 dB dan mode kedua 8 dB. Sedangkan pengendali berorde 14 yang diperoleh dengan mereduksi orde pengendali dengan BSPA (alternatif-2, Gambar 2), dapat meminimasi mode pertama kurang lebih 19 dB dan mode

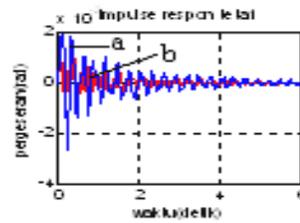
kedua kurang lebih 9 dB. Hal ini berarti pengendali berorde minimum yang diperoleh melalui alternatif 2 mempunyai kinerja yang lebih baik dari pada yang diperoleh dari alternatif 1.

Respon impulsu dari pergeseran dalam arah transversal dan torsional pada lantai ke 4 dari sistem lup tertutup dengan pengendali berorde 18 (alternatif 1) diberikan pada Gambar 3 dan 4.



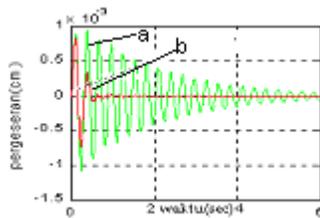
(a : tanpa pengendali, b : dengan pengendali)

Gambar 3. Respon impulsu pergeseran transversal torsional alternatif 1



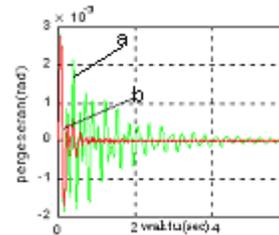
(a : tanpa pengendali, b : dengan pengendali)

Gambar 4. Respon impulsu pergeseran alternatif 1



(a : tanpa pengendali, b : dengan pengendali)

Gambar 5. Respon impulsu pergerakan transversal alternatif 2



(a : tanpa pengendali, b : dengan pengendali)

Gambar 6. Respon impulsu pergerakan alternatif 2

Respon impulsu dari pergeseran dalam arah transversal dan torsional pada lantai ke 4 dari sistem lup tertutup dengan pengendali berorde 14 (alternatif 2) diberikan pada Gambar 5 dan 6. Berdasarkan gambar respon impulsu transversal maupun torsional, terlihat kinerja pengendali dalam meredam getaran dari struktur elastis pada lantai keempat melalui grafik *time-response*. Dari gambar respon impulsu terlihat bahwa jika diberikan fungsi impulsu sebagai masukan pada sistem, maka pengendali dapat berfungsi sebagai peredam getaran. Pada alternatif 2 terlihat pengendali mampu menstabilkan sistem dalam waktu kurang lebih 0.8 detik, sedangkan pada alternatif 1 dalam waktu kurang lebih 3,4 detik. Terlihat juga bahwa sistem lebih mudah dikendalikan dalam arah gerak transversal dibandingkan arah gerak torsional.

KESIMPULAN

Untuk menganalisis kestabilan sistem tereduksi dengan metode Pendekatan Perturbasi Singular Setimbang, dapat dilakukan analisis melalui sistem timbal balik. Batas atas terkecil kesalahan reduksi adalah kurang dari dua kali jumlah nilai singular yang dihilangkan. Kinerja pengendali berorde rendah yang direduksi dengan BSPA, akan lebih baik menggunakan alternatif 2 (yaitu dari plant berorde tinggi dirancang pengendali berorde tinggi menggunakan teknik H_{∞} , kemudian pengendali berorde tinggi direduksi sehingga diperoleh pengendali berorde rendah) dari pada alternatif 1 (yaitu plant berorde tinggi direduksi sehingga diperoleh plant berorde rendah, kemudian dari plant berorde rendah dirancang pengendali berorde rendah dengan menggunakan teknik H_{∞}). Dari hasil simulasi diperlihatkan pengendali berorde rendah yang dirancang efektif untuk meredam getaran pada struktur elastis.

DAFTAR PUSTAKA

- [1]. Anton, H., *Aljabar Linear Elementer*, Alih bahasa oleh Pantur Silaban, I. Nyoman Susila, Penerbit Erlangga, Jakarta, 1997.
- [2]. Distefano, J.J, Stubberud, A.R, dan Williams, I.J, *Teori dan Soal-soal Sistem Pengendalian dan Umpanbalik*, penerjemah Ir. Herman Widodo Soemitro, Erlangga, 1996.
- [3]. Do Chang Oh, Kyeong Ho Bang and Hong Bang Park, Controller order reduction using singular perturbation approximation, *Automatica*, Vol. 33, No. 6, pp. 1203-1207, 1997.
- [4]. Fernando K.V. and Nicholson H, Reciprocal Transformation in Balanced Model-order Reduction, *Proceeding of the Institution of Electrical Engineers, PtD*, Vol. 130, pp. 359-362, 1989.
- [5]. Green, M., Limebeer, D.J.N, *Linear Robust Control*, Prentice-Hall, Inc, 1995.
- [6]. Liu, Y and Anderson, B.D.O, Singular Perturbation Approximation of Balanced System, *Int. J. Control*, Vol. 33, No. 4, pp. 1379-1405, 1989.
- [7]. Ogata, K., *Teknik Kontrol Automatik*, jilid 1 dan jilid 2, penerjemah Ir. Edi Laksono, Erlangga, 1997.
- [8]. Saragih R, and Yoshida, K, Reduced Order Controller of Transverse – torsional Coupled Vibration Based on Linear Matrix Inequalities, *Journal of Vibration and Control, Sage Publications, Inc.*, Vol. 5, pp. 907-923, 1999.
- [9]. Widowati, Sutimin dan Aris, P.W., *Aplikasi Pengontrol H_∞ Untuk Meredam Getaran Pada Bangunan Bertingkat*, Penelitian, 2002.
- [10]. Widowati dan Saragih, R., Perancangan Pengontrol Berorde Rendah Melalui Reduksi Orde Plant, *Majalah Ilmiah Himpunan Matematika Indonesia*, Vol.7, No.2, 2001.
- [11]. Zhou, K., Doyle, J.C, *Essentials of Robust Control*, Prentice-Hall, Inc, 1995.