

APLIKASI PENGENDALI *GAIN SCHEDULING* TEREDUKSI UNTUK PENGENDALIAN GERAK LATERAL-DIREKSIONAL PESAWAT TERBANG

Widowati
Jurusan Matematika FMIPA
Universitas Diponegoro Semarang
E-mail: wiwied_mathundip@yahoo.com

Abstrak: Makalah ini mengemukakan perumuman metode perturbasi singular setimbang dari sistem linear yang tak berubah terhadap waktu untuk mereduksi sistem linear dengan parameter berubah-ubah. Untuk sistem LPV yang stabil kuadratik perumuman berdasarkan pada solusi dari dua ketaksamaan Lyapunov yang bergantung secara eksplisit pada parameter. Sedangkan untuk sistem LPV yang tidak stabil kuadratik perumuman berdasarkan pada solusi dari ketaksamaan diferensial Riccati kendali dan filter. Selanjutnya dari sistem tereduksi dirancang pengendali *gain scheduling* berorde rendah (tereduksi). Kemudian pengendali tereduksi ini diaplikasikan ke model dinamik pesawat terbang yang mempunyai orde 20. Simulasi diberikan sebagai verifikasi dari kinerja pengendali *gain scheduling* tereduksi untuk mengendalikan gerak lateral-direksional pesawat terbang.

Kata Kunci: Pengendali *gain scheduling* tereduksi, gerak lateral-direksional, kinerja pengendali, redaman.

PENDAHULUAN

Perancangan sistem kendali dengan metode klasik terbatas pada anggapan bahwa sistem yang akan dikendalikan adalah linear dan tetap. Padahal sebenarnya sering dijumpai sistem yang berubah terhadap waktu (Linear Time Varying (LTV)) dan sistem dengan parameter berubah-ubah (Linear Parameter Varying (LPV)). Perubahan parameter plant (obyek yang dikendalikan) umumnya besar, sehingga penggunaan pengendali linear dengan parameter tetap saja tidak akan cukup menghasilkan stabilitas dan kinerja yang diharapkan. Oleh karena itu, diperlukan suatu perancangan pengendali untuk sistem linear dengan parameter berubah-ubah, yang dapat menangani perubahan parameter secara kontinu. Pengendali *gain scheduling* yang dinyatakan sebagai fungsi dari parameter telah diteliti sebagai pengendali yang dapat menstabilkan plant dengan parameter berubah-ubah [1, 2].

Pada makalah ini dibahas pengendali *gain scheduling* tereduksi dan aplikasinya pada pesawat terbang. Adapun metode reduksi yang digunakan adalah pendekatan perturbasi singular. Metode ini telah digunakan oleh beberapa peneliti [4, 5] untuk mereduksi sistem linear yang tidak berubah terhadap waktu (Linear Time Invariant (LTI)). Disini pendekatan perturbasi singular tersebut akan diperumum untuk mereduksi orde model dari sistem LPV baik yang bersifat stabil kuadratik maupun yang tidak stabil kuadratik. Kemudian dari sistem tereduksi dirancang pengendali *gain scheduling* berorde rendah (tereduksi) dengan menggunakan teknik yang dikembangkan oleh Apkarian [1]. Selanjutnya, pengendali *gain scheduling* tereduksi ini diaplikasikan ke pesawat terbang untuk pengendalian gerak lateral-direksional. Pada bagian akhir diberikan hasil simulasi dari kinerja pengendali *gain scheduling* tereduksi.

SISTEM LINEAR DENGAN PARAMETER BERUBAH-UBAH

Sistem linear dengan parameter berubah-ubah (sistem LPV) G_ρ berorde n , mempunyai persamaan ruang keadaan sebagai berikut

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(\rho(t))x(t) + B(\rho(t))u(t), \\ y(t) &= C(\rho(t))x(t) + D(\rho(t))u(t), \quad x(0) = x_0, \end{aligned} \quad (1)$$

dengan $x(t)$ adalah vektor keadaan, $u(t)$ adalah vektor masukan, $y(t)$ adalah vektor keluaran, $\rho(t)$ adalah parameter yang berubah-ubah terhadap waktu, $x(t) \in R^n, y(t) \in R^{n_y}, u(t) \in R^{n_u}, A: R^s \rightarrow R^{n \times n}, B: R^s \rightarrow R^{n \times n_u}, C: R^s \rightarrow R^{n_y \times n}, \rho(t): R \rightarrow \mathfrak{S}$ yang merupakan fungsi kontinu sepotong-sepotong, $\mathfrak{S} \subset \mathfrak{R}^s$,

$\rho(t) := [\rho_1(t), \dots, \rho_s(t)]^T \in \mathfrak{S}$, $\forall t \geq 0$, dimana \mathfrak{S} adalah himpunan kompak. Matriks A, B, C diasumsikan sebagai fungsi kontinu dari vektor parameter $\rho(t), \rho_i(t)$ terbatas untuk setiap $i = 1, 2, \dots, s$. Realisasi dari sistem LPV pada persamaan (1) dinotasikan sebagai $(\mathfrak{S}, A_\rho, B_\rho, C_\rho, D_\rho)$. Selanjutnya untuk menyingkat, $\rho(t)$ ditulis sebagai ρ .

Definisi 1. Kestabilan Kuadratik [3, 8]

Sistem LPV dengan matriks-matriks ruang keadaan seperti pada persamaan (1) adalah stabil kuadratik jika terdapat matriks riil definit positif $P = P^T > 0$ sedemikian hingga

$$A^T(\rho)P + PA(\rho) < 0, \forall \rho \in \mathfrak{S}.$$

Sistem LPV, G_ρ adalah stabil kuadratik (Goddard, 1995) jika dan hanya jika terdapat matriks Gramian *terkontrol* $P > 0$ dan matriks Gramian *terobservasi* $Q > 0$ sedemikian sehingga pertidaksamaan Liapunov berikut dipenuhi $\forall \rho \in \mathfrak{S}$,

$$\begin{aligned} A(\rho)P + PA^T(\rho) + B(\rho)B^T(\rho) < 0, \\ A^T(\rho)Q + QA(\rho) + C^T(\rho)C(\rho) < 0. \end{aligned} \tag{2}$$

Definisi 2. Nilai singular [8]

Diberikan sistem LPV berorde n , stabil kuadratik, dengan Gramian *terkontrol* P dan Gramian *terobservasi* Q memenuhi persamaan (2), didefinisikan nilai singular dari sistem LPV (Q_e *singular values*) sebagai

$$\sigma_i = \sqrt{\lambda_i(QP)}, i = 1, 2, \dots, n.$$

PERUMUMAN DARI PENDEKATAN PERTURBASI SINGULAR

Pada bagian ini diberikan perumuman dari pendekatan perturbasi singular setimbang untuk mereduksi sistem LPV. Untuk sistem LPV yang stabil kuadratik, mula-mula sistem tersebut disetimbangkan dengan menggunakan matriks transformasi *state* T non singular [8] sehingga diperoleh realisasi setimbang $(\mathfrak{S}, \tilde{A}_\rho, \tilde{B}_\rho, \tilde{C}_\rho, \tilde{D}_\rho)$ yang memenuhi $\tilde{P} = \tilde{Q} = \Sigma$, dengan $\tilde{P} = T^{-1}PT^{-T}$, $\tilde{Q} = T^TQT$, $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$, $\sigma_i \geq \sigma_{i+1} > 0, i = 1, 2, \dots, n$.

Persamaan ruang keadaan dari sistem setimbang ditulis sebagai

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}(t) &= \tilde{A}(\rho)\tilde{x}(t) + \tilde{B}(\rho)u(t), \\ y(t) &= \tilde{C}(\rho)\tilde{x}(t) + \tilde{D}(\rho)u(t), \text{ dengan } \tilde{A}(\rho) = T^{-1}A(\rho)T, \tilde{B}(\rho) = T^{-1}B(\rho), \tilde{C}(\rho) = C(\rho)T, \tilde{D}(\rho) = D(\rho). \end{aligned}$$

Karena sistem setimbang sehingga $\forall \rho \in \mathfrak{S}$ memenuhi

$$\begin{aligned} \tilde{A}(\rho)\Sigma + \Sigma\tilde{A}^T(\rho) + \tilde{B}(\rho)\tilde{B}^T(\rho) < 0, \\ \tilde{A}^T(\rho)\Sigma + \Sigma\tilde{A}(\rho) + \tilde{C}^T(\rho)\tilde{C}(\rho) < 0. \end{aligned} \tag{3}$$

Kemudian partisi sistem LPV setimbang bersesuaian dengan partisi dari matriks Gramian $\Sigma = \text{diag}(\Sigma_1, \Sigma_2)$, dengan Σ_1 berorde $r \times r (r < n)$, Σ_1 dan Σ_2 tidak mempunyai elemen diagonal yang sama, sebagai berikut

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_1(t) \\ \dot{\tilde{x}}_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \tilde{A}_{11}(\rho) & \tilde{A}_{12}(\rho) \\ \tilde{A}_{21}(\rho) & \tilde{A}_{22}(\rho) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1(t) \\ \tilde{x}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{B}_1(\rho) \\ \tilde{B}_2(\rho) \end{bmatrix} u(t), \begin{bmatrix} \tilde{x}_1(0) \\ \tilde{x}_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_{1_0} \\ \tilde{x}_{2_0} \end{bmatrix}, \\ y(t) &= \begin{bmatrix} \tilde{C}_1(\rho) & \tilde{C}_2(\rho) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1(t) \\ \tilde{x}_2(t) \end{bmatrix} + \tilde{D}(\rho)u(t), \end{aligned} \tag{4}$$

dengan $\tilde{x}_1 \in \mathfrak{R}^r, \tilde{x}_2 \in \mathfrak{R}^{n-r} (r < n)$.

Selanjutnya dengan menggunakan konsep dari perturbasi singular [4, 5] yaitu bila $\tilde{x}_2(t)$ merepresentasikan *fast* dinamik dari sistem, yaitu state mempunyai perubahan (*transient*) dinamik sangat cepat dan turun dengan cepat menuju nilai *steady* tertentu dan $\tilde{x}_1(t)$ merepresentasikan *slow* dinamik dari sistem. Plant tereduksi dapat diperoleh dengan mengambil kecepatan dari *fast* mode sama dengan nol ($\dot{\tilde{x}}_2(t) = 0$) seperti berikut

$$\dot{\tilde{x}}_1(t) = \tilde{A}_{11}(\rho)\tilde{x}_1(t) + \tilde{A}_{12}(\rho)\tilde{x}_2(t) + \tilde{B}_1(\rho)u(t), \tilde{x}_1(0) = \tilde{x}_{1_0}, \tag{5}$$

$$0 = \tilde{A}_{21}(\rho)\tilde{x}_1(t) + \tilde{A}_{22}(\rho)\tilde{x}_2(t) + \tilde{B}_2(\rho)u(t), \tag{6}$$

$$y(t) = \tilde{C}_1(\rho)\tilde{x}_1(t) + \tilde{C}_2(\rho)\tilde{x}_2(t) + \tilde{D}(\rho)u(t). \tag{7}$$

Dari persamaan (6) diperoleh

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{22}(\rho)\tilde{x}_2(t) &= -\tilde{A}_{21}(\rho)\tilde{x}_1(t) - \tilde{B}_2(\rho)u(t), \\ \tilde{x}_2(t) &= -\tilde{A}_{22}^{-1}(\rho)\tilde{A}_{21}(\rho)\tilde{x}_1(t) - \tilde{A}_{22}^{-1}(\rho)\tilde{B}_2(\rho)u(t). \end{aligned} \tag{8}$$

Persamaan (8) disubstitusi ke persamaan (5) dan (7), diperoleh plant tereduksi \bar{G}_r dengan persamaan dinamik, sebagai berikut

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1(t) &= \bar{A}(\rho)\tilde{x}_1(t) + \bar{B}(\rho)u(t), \\ y(t) &= \bar{C}(\rho)\tilde{x}_1(t) + \bar{D}(\rho)u(t), \end{aligned} \tag{9}$$

dimana

$$\begin{aligned} \bar{A}(\rho) &= \tilde{A}_{11}(\rho) - \tilde{A}_{12}(\rho)\tilde{A}_{22}^{-1}(\rho)\tilde{A}_{21}(\rho), \\ \bar{B}(\rho) &= \tilde{B}_1(\rho) - \tilde{A}_{12}(\rho)\tilde{A}_{22}^{-1}(\rho)\tilde{B}_2(\rho), \\ \bar{C}(\rho) &= \tilde{C}_1(\rho) - \tilde{C}_2(\rho)\tilde{A}_{22}^{-1}(\rho)\tilde{A}_{21}(\rho), \\ \bar{D}(\rho) &= \tilde{D}(\rho) - \tilde{C}_2(\rho)\tilde{A}_{22}^{-1}(\rho)\tilde{B}_2(\rho), \end{aligned}$$

dengan mengasumsikan bahwa \tilde{A}_{22} mempunyai invers $\forall \rho \in \mathfrak{S}$.

Jika sistem LPV tidak stabil kuadratik, maka digunakan pendekatan faktorisasi koprima kanan kontraktif (*Contractive Right Coprime Factorisation* (CRCF)) [7] dengan prosedur sebagai berikut: sistem G_ρ ditulis sebagai is $G_\rho = N(\rho)M^{-1}(\rho)$, dengan $(N(\rho), M(\rho))$ merepresentasikan CRCF dari G_ρ , $N(\rho)$ dan $M(\rho)$ adalah stabil kuadratik. Simbol graf kanan kontraktif [7, 8] dari G_ρ ditulis sebagai

$$H(\rho) := \begin{bmatrix} N(\rho) \\ M(\rho) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(\rho) + B(\rho)F(\rho) & \vdots & B(\rho)S^{-1/2}(\rho) \\ \dots\dots\dots & \vdots & \dots\dots\dots \\ C(\rho) + D(\rho)F(\rho) & \vdots & D(\rho)S^{-1/2}(\rho) \\ F(\rho) & \vdots & S^{-1/2}(\rho) \end{bmatrix},$$

dengan $F(\rho) = -S^{-1}(\rho)B(\rho)X + D^T(\rho)C(\rho)$, $S(\rho) = I + D^T(\rho)D(\rho)$, $R(\rho) = I + D(\rho)D^T(\rho)$, dan X adalah solusi dari ketaksamaan Riccati kendali yang diperumum

$$\begin{aligned} (A(\rho) - B(\rho)S^{-1}(\rho)D^T(\rho)C(\rho))^T X + X(A(\rho) - B(\rho)S^{-1}(\rho)D^T(\rho)C(\rho)) \\ - XB(\rho)S^{-1}(\rho)B^T(\rho)X + C^T(\rho)R^{-1}(\rho)C(\rho) < 0, \forall \rho \in \mathfrak{S}. \end{aligned}$$

Ambil $Q=X$ dan $P=(I+YX)^{-1}X$ adalah Gramian keterobservasian dan keterkendalian dari $H(\rho)$, dengan X adalah solusi dari ketaksamaan Riccati kendali dan Y adalah ketaksamaan Riccati filter yang diperumum:

$$\begin{aligned} (A(\rho) - B(\rho)D^T(\rho)R^{-1}(\rho)C(\rho)) Y + Y(A(\rho) - B(\rho)D^T(\rho)R^{-1}(\rho)C(\rho))^T \\ - YC^T(\rho)S^{-1}(\rho)C(\rho)Y + B(\rho)S^{-1}(\rho)B^T(\rho) < 0, \forall \rho \in \mathfrak{S}. \end{aligned}$$

Selanjutnya, $H(\rho)$ disetimbangkan dan aplikasikan pendekatan perturbasi singular, sehingga diperoleh

$$H_r(\rho) = \begin{bmatrix} N_r(\rho) \\ M_r(\rho) \end{bmatrix}, \text{ berorde } r, r < n. \text{ Sistem tereduksi ditentukan oleh } \bar{G}_r(\rho) = N_r(\rho)M_r^{-1}(\rho).$$

HASIL SIMULASI

Pada bagian ini diberikan aplikasi dari metode yang dikemukakan pada bagian sebelumnya untuk mereduksi model dinamika dari gerak-lateral direksional pesawat terbang N250 (diproduksi oleh PT Dirgantara Indonesia). Kinerja dari sistem lup tertutup dengan pengendali gain scheduling berorde tinggi akan dibandingkan dengan pengendali gain scheduling tereduksi.

Dinamika Lateral-Direksional Pesawat Terbang

Dinamika lateral-direksional N-250 [6] berubah-ubah secara cepat sebagai fungsi dari kecepatan (v) dan defleksi flap (df). Kecepatan pesawat bervariasi antara 80 KEAS (*knot equivalent air speed*) dan 320 KEAS. Defleksi flap bervariasi pada 0, 20, 30, dan 40. Dinamika lateral-direksional terlinearisasi mempunyai persamaan ruang keadaan sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\Phi} \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y'_v(v,f) & Y'_p(v,f) & Y'_r(v,f) & g \cos \theta & 0 \\ L'_v(v,f) & L'_p(v,f) & L'_r(v,f) & 0 & 0 \\ N'_v(v,f) & N'_p(v,f) & N'_r(v,f) & 0 & 0 \\ 0 & I & \tan \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sec \theta & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ r \\ \Phi \\ \Psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y'_{da} & Y'_{dr} \\ L'_{da} & L'_{dr} \\ N'_{da} & N'_{dr} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_A \\ \delta_R \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \Phi \\ \Psi \\ a_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 57,3/v & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 57,3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 57,3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 57,3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 57,3 \\ Y''_v & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ r \\ \Phi \\ \Psi \end{bmatrix}$$

dengan vektor keadaan (x) terdiri dari kecepatan lateral (v), roll rate (p), yaw rate (r), sudut roll (Φ), dan sudut azimut (Ψ); vektor masukan (u) terdiri dari aileron (δ_A) dan rudder (δ_R); vektor keluaran yang diukur (y) terdiri dari side slip (β), roll rate (p), yaw rate (r), sudut roll (Φ), dan sudut azimut (Ψ), dan akselerasi lateral (a_y). Diasumsikan bahwa variabel keadaan dapat diukur langsung melalui sensor inersia. Data nominal dari pesawat N-250 diberikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Data model nominal pesawat dalam kondisi terbang landing

Parameter	Nilai
Kecepatan (knots) :KEAS	80 s/d 320
Central Grativity(%) :cg	26.7
Massa (kg) : massa	20267.5
Ketinggian (feet) : Alt	17500
dflap (derajat) : dflap	0, 20, 30, 40

Data(matriks) ruang keadaan dari pesawat terbang N250 berubah-ubah sesuai dengan perubahan v dan f. Plot nilai singular plant yang bersesuaian dengan variasi data ruang keadaan akibat perubahan v dan f ini dikaji. Pengkajian ini menghasilkan bahwa elemen-elemen L'_v, L'_p, N'_v, N'_p, N'_r berubah secara signifikan. Sehingga, L'_v, L'_p, N'_v, N'_p, N'_r dipilih sebagai parameter dari persamaan ruang keadaan N250. Selanjutnya tulis ρ₁ = L'_v, ρ₂ = L'_p, ρ₃ = N'_v, ρ₄ = N'_p, ρ₅ = N'_r.

Spesifikasi Rancangan Sistem LPV Lup Tertutup

Sebelum perancangan dimulai, perlu ditetapkan terlebih dahulu spesifikasi sistem sebagai pedoman dalam proses perancangan agar diperoleh hasil akhir yang sesuai dengan kebutuhan. Sistem kendali yang akan dirancang ini memiliki beberapa spesifikasi sebagai berikut:

Spesifikasi dalam domain frekuensi

- Sistem lup tertutup mempunyai lebar pita 10 rad/detik
- Sistem lup tertutup mempunyai sensitivitas rendah pada frekuensi ≤ 8 rad/detik.
- Pada daerah frekuensi tinggi, derau pengukuran diredam sekitar 2 dB.

Spesifikasi dalam domain waktu

- Toleransi galat kondisi tunak maksimum 7 %, overshoot ≤ 10 % dan waktu transient antara 4-8 detik.
- Magnitudo sinyal kendali tidak melebihi batas saturasi aktuator, terutama posisi dan laju perubahan putaran aktuator
- Respon sistem terhadap komando memnuhi kualitas terbang level 1.

Secara umum, variabel keluaran yang akan diatur meliputi level sinyal aktuator dan sinyal-sinyal yang berhubungan dengan variabel kinerja. Variabel sinyal aktuator yang akan dikaji adalah laju perubahan serta

posisi putaran aktuator yang menggerakkan aileron dan rudder. Data fisik kedua aktuator pada pesawat N250 diberikan pada Tabel 4.2. (sumber: dokumen TN-2/X1100/09/93).

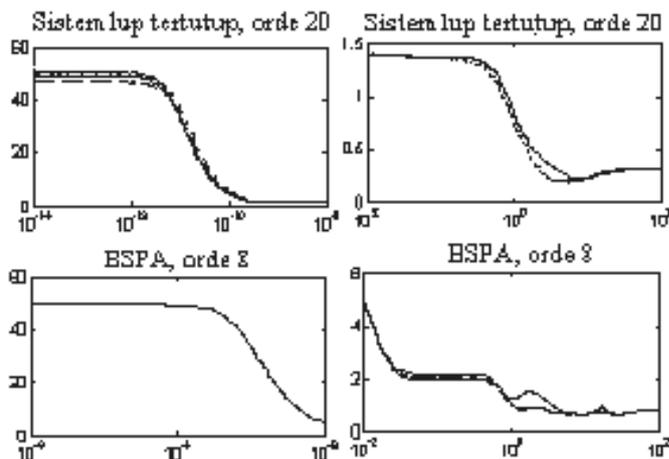
Tabel 2. Defleksi dan laju perubahan maksimum aktuator

	Defleksi maksimum	laju perubahan maksimum
Aileron	± 22 derajat	50 derajat/detik
Rudder	± 20 derajat	37 derajat/detik

Hasil Perancangan Pengendali Gain Scheduling Tereduksi

Plant LPV berorde tinggi terdiri dari dinamika lateral-direksional pesawat terbang N250 dan semua fungsi bobot. Plant LPV ini berorde 20 dan tidak stabil kuadratik. Selanjutnya orde dari plant ini direduksi dengan menggunakan perumuman metode perturbasi singular melalui CRCF. Dari plant tereduksi dirancang pengendali gain scheduling berorde rendah. Proses perancangan menggunakan prosedur sintesis yang dikembangkan oleh Apkarian [1]. Pengendali gain scheduling berorde rendah dirancang sedemikian sehingga stabilitas dan kinerja sistem akibat pemakaian pengendali tereduksi masih memenuhi spesifikasi yang telah ditetapkan.

Data ruang keadaan dari pengendali gain scheduling berorde tinggi dan berorde rendah dikonstruksi dengan kombinasi konveks dari nilai-nilainya di 32 verteks. Respon frekuensi dari sistem LPV lup tertutup dengan pengendali gain scheduling berorde 20 dan berorde 8 untuk beberapa nilai parameter yang diseleksi bersesuaian dengan kecepatan pesawat (90,120, 150,, 180, 210 KEAS) dan defleksi flap (0, 20, 30, 40 derajat)



Gambar 1. Respon frekuensi dari sistem lup tertutup dengan pengendali berorde 20 dan berorde 8

diberikan pada Gambar 1. Pada gambar tersebut sumbu mendatar menunjukkan frekuensi [rad/det] dan sumbu vertikal menunjukkan magnitudo [dB]. Sistem lup tertutup dengan pengendali berorde tinggi mempunyai sensitivitas rendah pada frekuensi yang lebih besar dari 10⁻⁸ rad/detik. Sedangkan sistem lup tertutup dengan pengendali tereduksi sampai orde 8 mempunyai sensitivitas rendah pada frekuensi yang lebih besar dari 10⁻² rad/detik. Nilai singular yang rendah pada daerah frekuensi tinggi menyatakan bahwa penguatan sistem pada daerah ini adalah rendah sehingga gangguan dari derau pengukuran akan dikuatkan 1/100 kali atau diredam sebesar 2 dB. Sehingga spesifikasi perancangan yang menginginkan redaman terhadap derau pengukuran 2 dB terpenuhi.

Gambar tersebut juga memperlihatkan lebar pita adalah sekitar 8 rad/detik.

Diperoleh bahwa mode dinamis lup tertutup dengan pengendali gain scheduling berorde tinggi dan tereduksi memiliki frekuensi osilasi minimum 1,5 rad/detik dan koefisien redaman minimum 0,7. Hal ini mengindikasikan bahwa telah terjadi pergeseran lokasi pole minimum sejauh 0,7 kearah kiri sumbu real sehingga sistem lup tertutup memiliki redaman dan frekuensi osilasi lebih baik daripada model nominal.

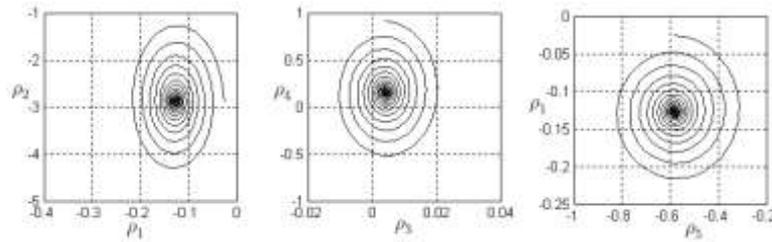
Selanjutnya akan dianalisis perilaku global sistem LPV lup tertutup untuk seluruh trayektori parameter. Untuk itu dipilih trayektori parameter spiral seperti berikut.

$$\rho_1 = -0,127 + 0,101 \exp(-4t) \cos(100t), \rho_2 = -2,88 + 1,712 \exp(-4t) \sin(100t),$$

$$\rho_3 = 0,004 + 0,017 \exp(-4t) \sin(100t), \rho_4 = -0,154 + 0,760 \exp(-4t) \cos(100t),$$

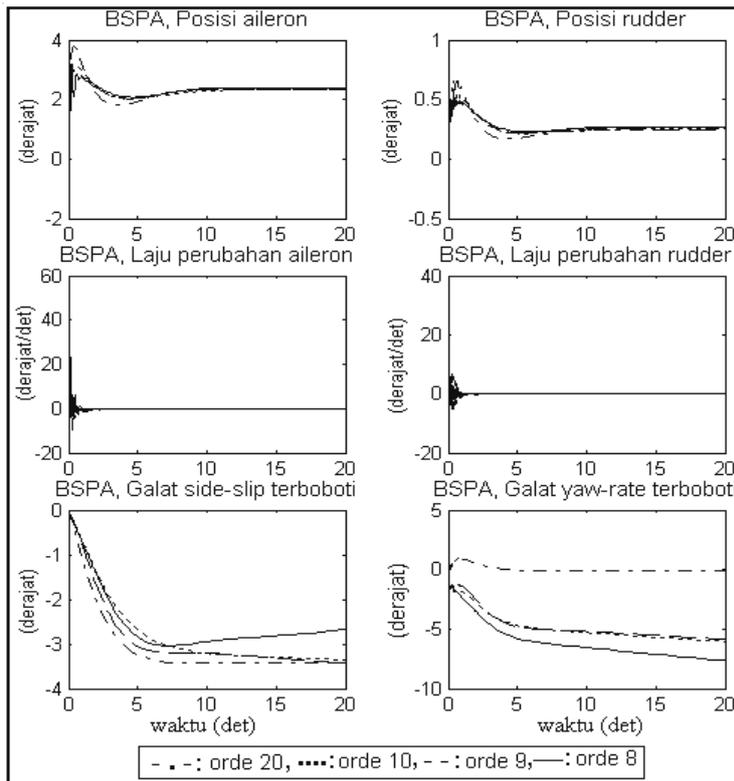
$$\rho_5 = -0,583 + 0,287 \exp(-4t) \sin(100t).$$

Trayektori ini diberikan pada Gambar 2.



Gambar 2. Trayektori parameter (durasi 2 detik)

Respon waktu dari sistem lup tertutup dengan pengendali gain scheduling berorde 20, 10, 9, dan 8 diberikan pada Gambar 3.



Gambar 3. Respon waktu dari sistem LPV lup tertutup dengan pengendali berorde tinggi dan tereduksi dengan BSPA sepanjang trayektori parameter

tertutup stabil dan memenuhi spesifikasi perancangan.

Respon tersebut diperoleh dengan menginjeksikan masukan komandi pilot $\beta = 2$ derajat dan $r = 2$ derajat/detik sekaligus dengan memberikan gangguan sinyal impuls secara serentak pada seluruh jalur gangguan yang dipertimbangkan dalam perancangan. Dari gambar 3 terlihat bahwa semua saturasi dan batas laju perubahan aileron dan rudder dipenuhi sesuai dengan spesifikasi perancangan, yaitu defleksi permukaan aileron masih kurang dari 22 derajat. Begitu juga dengan defleksi permukaan aileron masih kurang dari 20 derajat. Laju perubahan pergerakan aileron dan rudder masing-masing masih kurang dari 50 derajat/detik dan 37 derajat/detik. Gambar tersebut juga memperlihatkan bahwa laju perubahan aktuator dari sistem lup tertutup dengan pengendali tereduksi sampai 8 menuju nol pada kondisi tunak dan transien respon dari laju perubahan aktuator dari sistem lup tertutup dengan pengendali tereduksi sampai orde 8 kurang dari 8 detik. Dari hasil-hasil diatas, secara umum respon sistem lup

KESIMPULAN

Didalam paper ini telah diperumum metode perturbasi singular dari sistem LTI untuk mereduksi orde model dari sistem LPV. Pengendali *gain scheduling* tereduksi yang dirancang dari sistem LPV tereduksi telah diaplikasikan ke pesawat terbang N250 untuk pengendalian gerak lateral-direksional. Dari hasil simulasi diperoleh bahwa kualitas kinerja sistem lup tertutup dengan pengendali *gain scheduling* tereduksi sampai orde 8 sepanjang lintasan parameter adalah baik dalam arti sistem mempunyai faktor redaman diatas 0,7 dan frekuensi natural yang kecil. Telah diperlihatkan juga bahwa pengendali *gain scheduling* tereduksi mampu mempertahankan kekokohan stabilitas sepanjang lintasan parameter.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Apkarian, P. and Adams, R.J., Advanced Gain Scheduling Techniques for Uncertain Systems, *Proceeding of the American Control Conference*, 1997.
- [2] Bruzelius, F., *Linear Parameter Varying Systems an Approach to Gain Scheduling*, Thesis for the Degree of Doctor of Philosophy, Chalmers University of Technology, Goteboorg, Sweden, 2004.
- [3] Goddard, P. J., *Performance-Perserving Controller Approximation*, PhD Dissertation, Trinity College Cambridge, 1995.
- [4] Liu, Y. and Anderson, B. D. O., Singular Perturbation Approximation of Balanced System, *Int. Journal Control*, Vol. 33. No. 4, 1989.
- [5] Oh, D. C., K. H. Bang, and H. B. Park, Controller Order Reduction Using Singular Perturbation Approximation, *Automatica*, Vol. 33, No. 6, 1997.
- [6] Riyanto T Bambang, Gain-Scheduled Robust Control Design of lateral-Directional Dynamic of N-250 Aircraft,, *Proceeding of the International Conference on Modeling, Identification, and Control*, Australia, 1999.
- [7] Widowati, et.al, Model Reduction for Unstable LPV Systems Based on Coprime Factorizations and Singular Perturbation, *Proceeding of the 5th Asian Control Conference*, Melbourne, Australia, pp. 692-699, 2004.
- [8] Wood, G. D., Goddard, P. J., and Glover, K., Approximation of Linear Parameter Varying, *Proceeding of the 35nd Conference on Decision and Control*, 1996.