



PROGRAM STUDI

S1 SISTEM KOMPUTER

UNIVERSITAS DIPONEGORO

Algoritma dan Pemrograman Algoritma Paralel

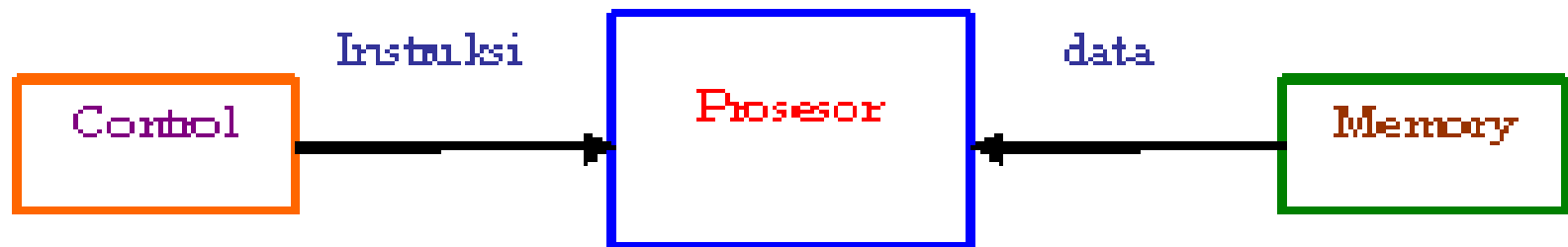
Okky Dwi Nurhayati, ST, MT
email: okkydn@undip.ac.id

DESAIN DAN ANALISIS ALGORITMA PARAREL

Model-model Komputasi:

- ❓ *Single Instruction stream, Single Data Stream (SISD)*

Banyak dijumpai pada aplikasi PC



Gambar 1.
Blok Diagram Single Instruction Stream,
Single Data Stream (SISD)

DESAIN DAN ANALISIS ALGORITMA PARAREL

Model-model Komputasi:

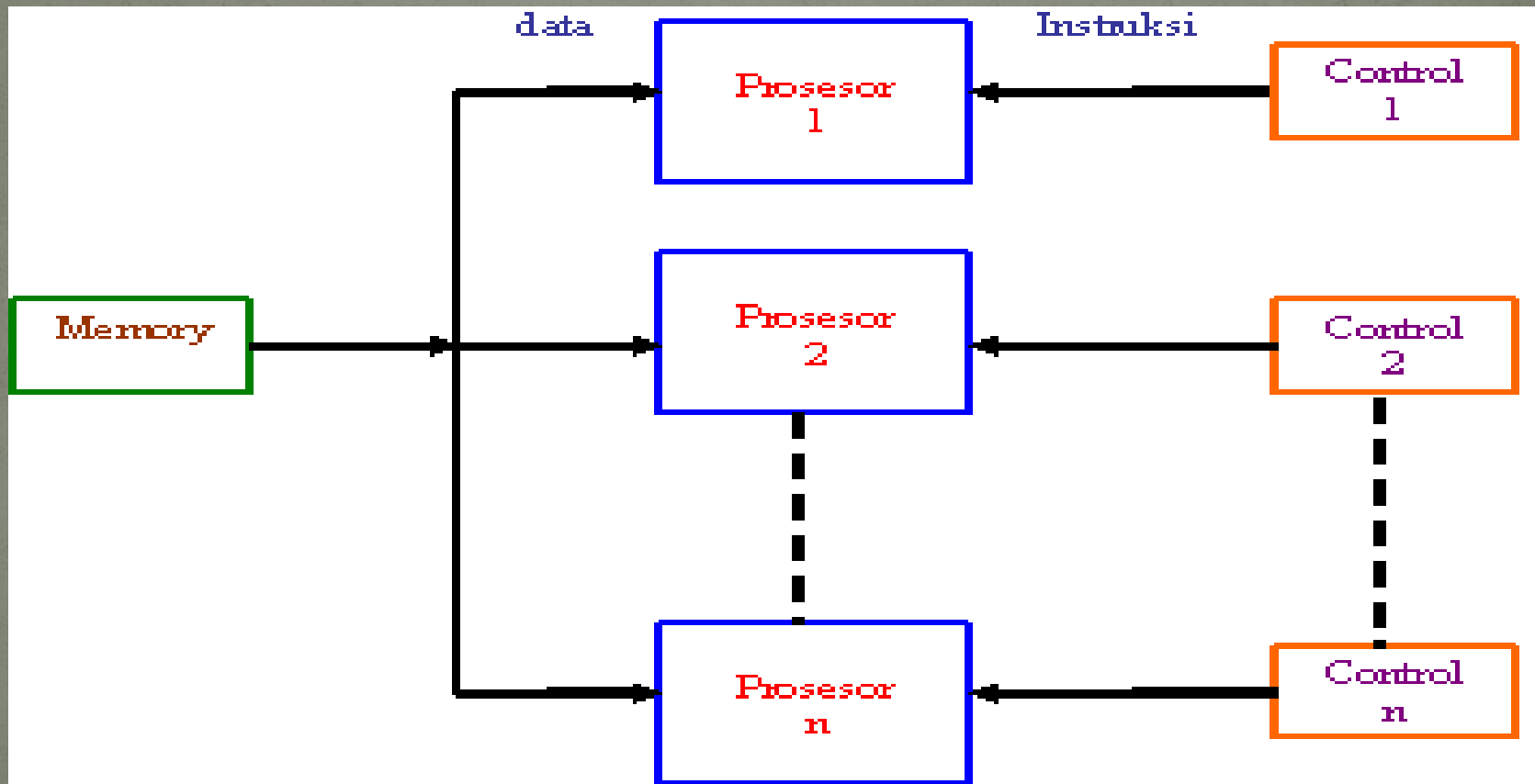
❑ *Multiple Instruction Stream, Single Data Stream (MISD)*

Contoh aplikasi :

- komputasi untuk menentukan suatu bilangan integer merupakan bilangan prima atau bukan.
- Mesin robot untuk scanning laut yang dalam untuk membedakan suatu objek apakah ikan, batu karang, bangkai kapal, atau benda lainnya.

DESAIN DAN ANALISIS ALGORITMA PARAREL

Model-model Komputasi:



Gambar 2.
Blok Diagram Multiple Instruction Stream,
Single Data Stream (MISD)

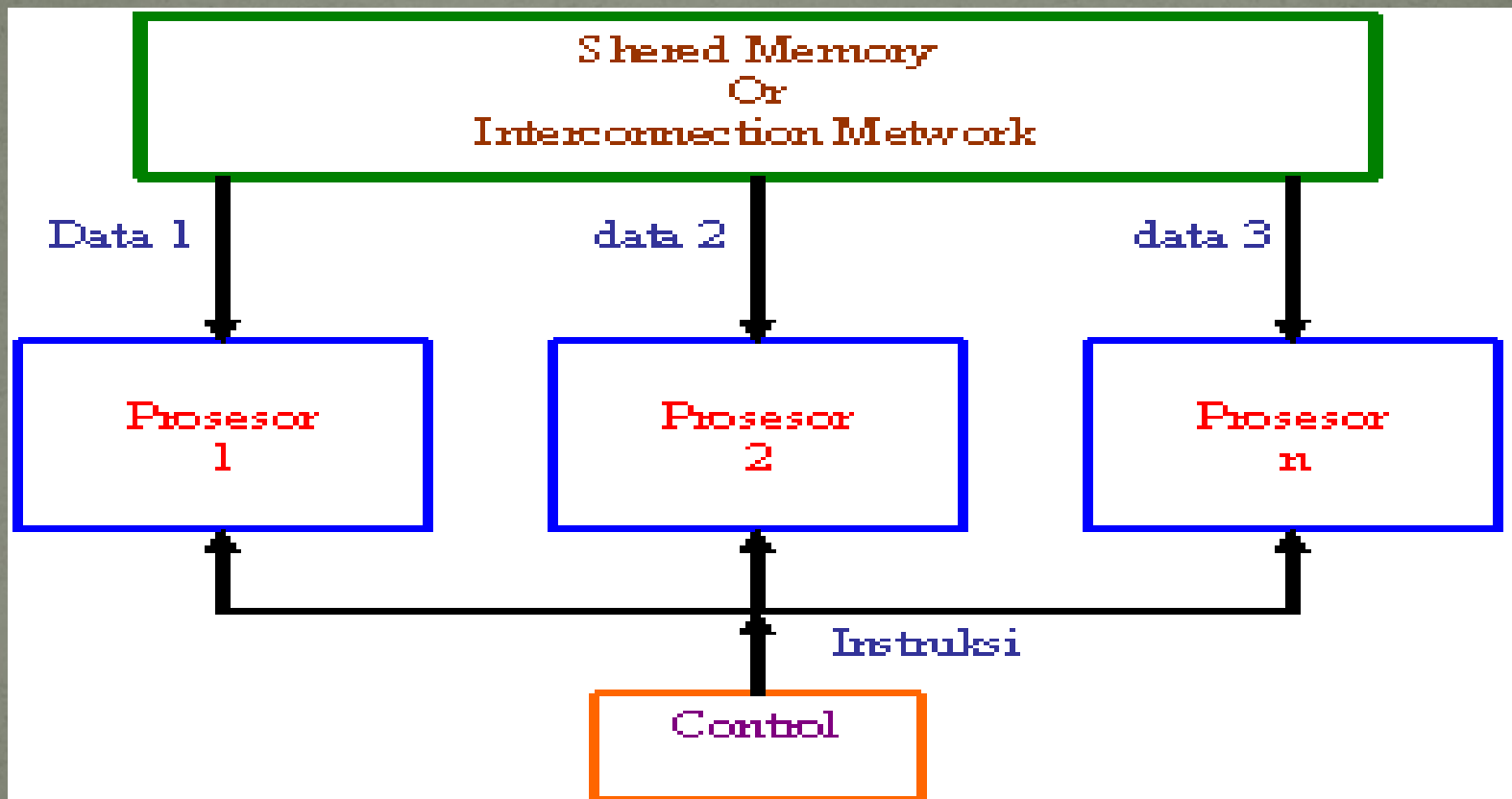
DESAIN DAN ANALISIS ALGORITMA PARAREL

Model-model Komputasi:

- ❑ *Single Instruction Stream, Multiple Data Stream (SIMD)*
Komputer memiliki N prosesor yang identik. Tiap prosesor memiliki memori local untuk simpan data atau program. Semua prosesor di bawah control satu aliran instruksi dari suatu sentral unit control. Prozessor-prozessor beroperasi secara sinkron.

DESAIN DAN ANALISIS ALGORITMA PARAREL

Model-model Komputasi:



Gambar 3.

Blok Diagram Single Instruction Stream,
Multiple Data Stream (SIMD)

DESAIN DAN ANALISIS ALGORITMA PARAREL

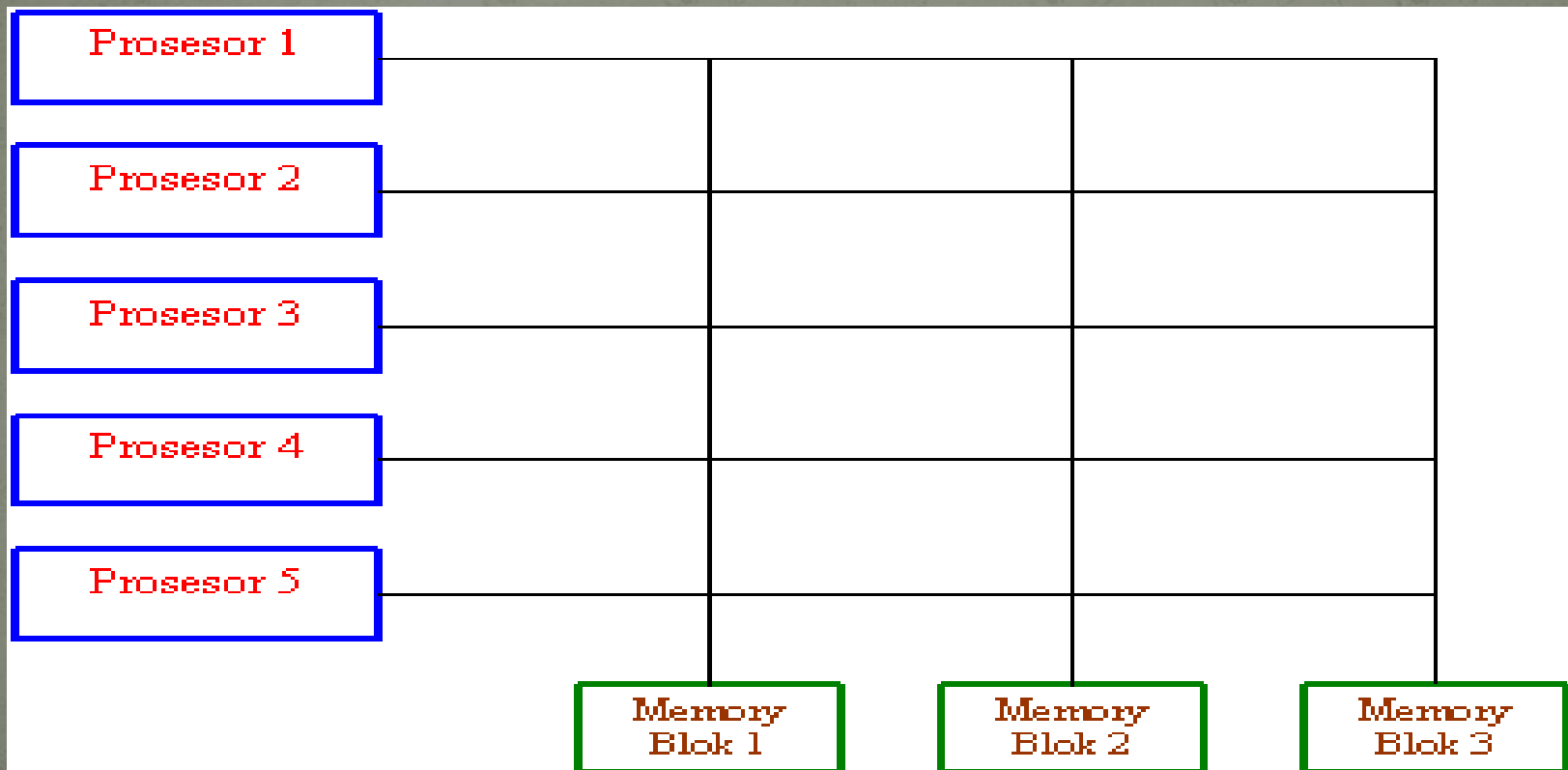
Model-model Shared-Memory (SM) SIMD:

- 1). *Exclusive-Read, Exclusive-Write* (EREW) SM SIMD
- 2). *Concurrent-Read, Exclusive-Write* (CREW) SM SIMD
- 3). *Exclusive-Read, Concurrent-Write* (ERCW) SM SIMD
- 4). *Concurrent-Read, Concurrent-Write* (CRCW) SM SIMD

DESAIN DAN ANALISIS ALGORITMA PARAREL

Model-model Shared-Memory (SM) SIMD:

4). *Concurrent-Read, Concurrent-Write* (CRCW) SM SIMD



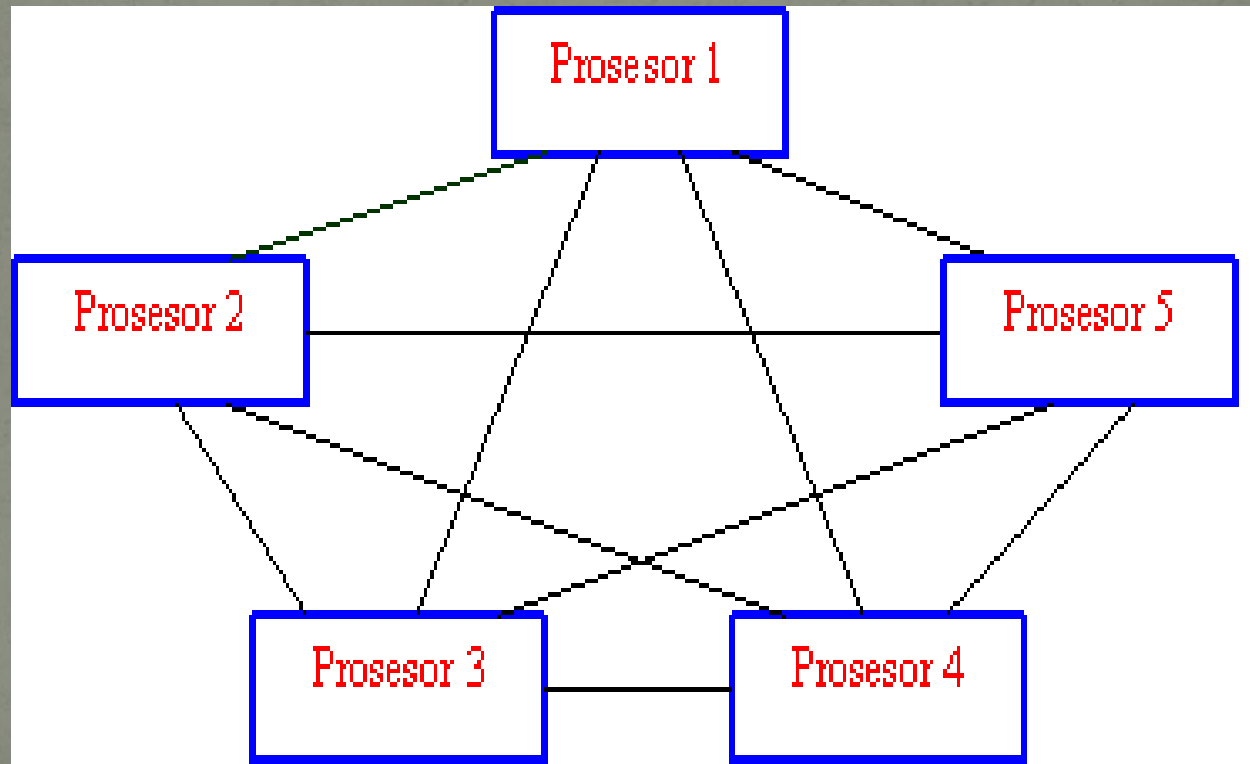
Gambar 4.

Blok Diagram Shared Memory (SM) Single Instruction Stream, Multiple Data Stream (SM) SIMD.

DESAIN DAN ANALISIS ALGORITMA PARAREL

Model-model Shared-Memory (SM) SIMD:

Fully interconnected set of Processor



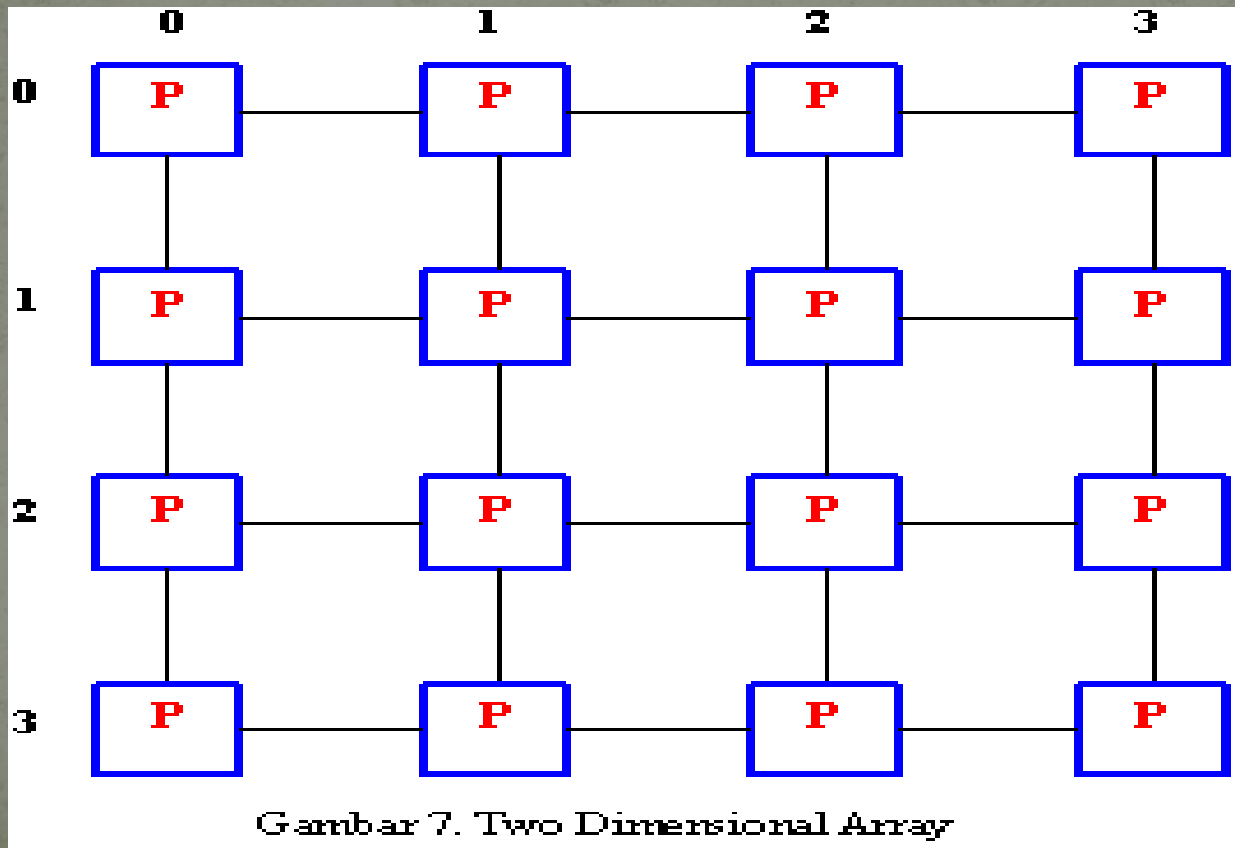
Gambar 5.

Blok Diagram Fully Interconnection set of Processor

DESAIN DAN ANALISIS ALGORITMA PARAREL

Dibuat Simple network SIMD Model-modelnya

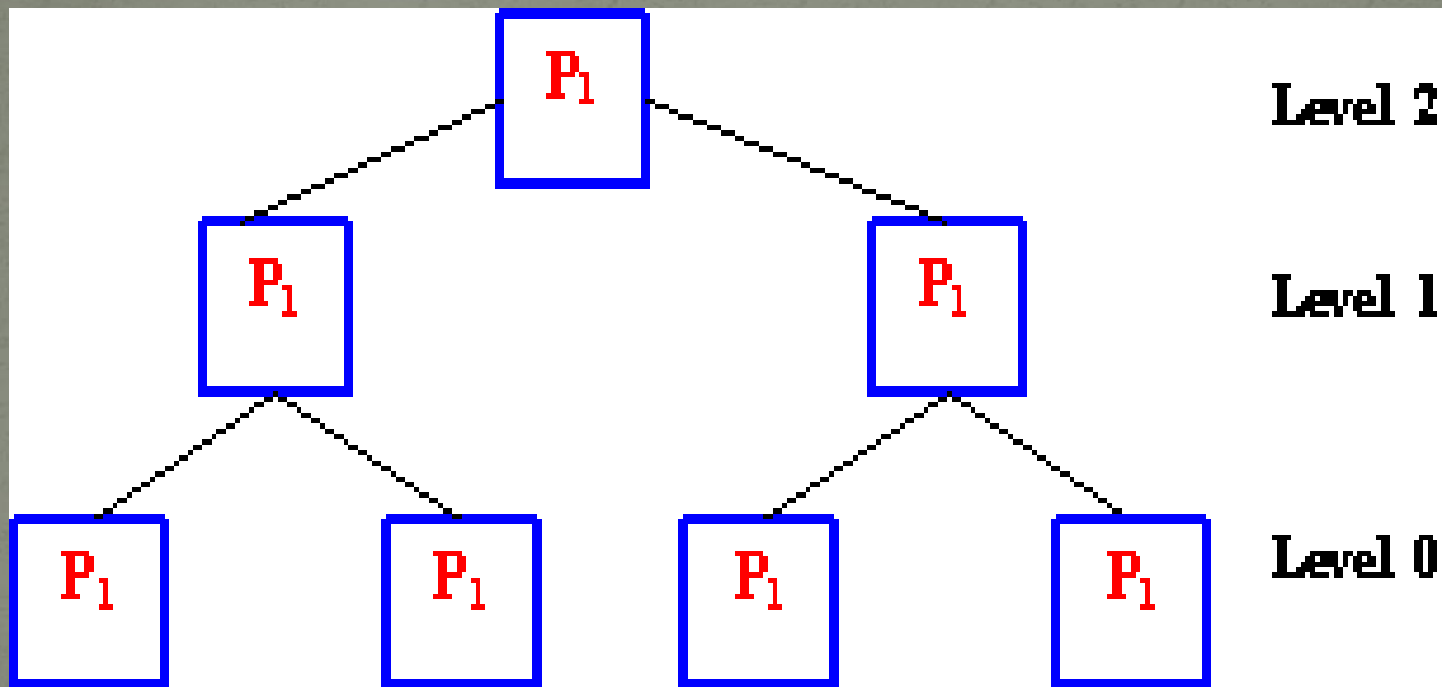
2). *Two-Dimensional array*



DESAIN DAN ANALISIS ALGORITMA PARAREL

Dibuat Simple network SIMD Model-modelnya

3). *Tree-Connection*



Gambar 8. Tree Connection

DESAIN DAN ANALISIS ALGORITMA PARAREL

Dibuat Simple network SIMD Model-modelnya

4). *Perfect Shuffle Connection*

Cacah processor $N = 2 k$

Hubungan prosesor P_i ke P_j :

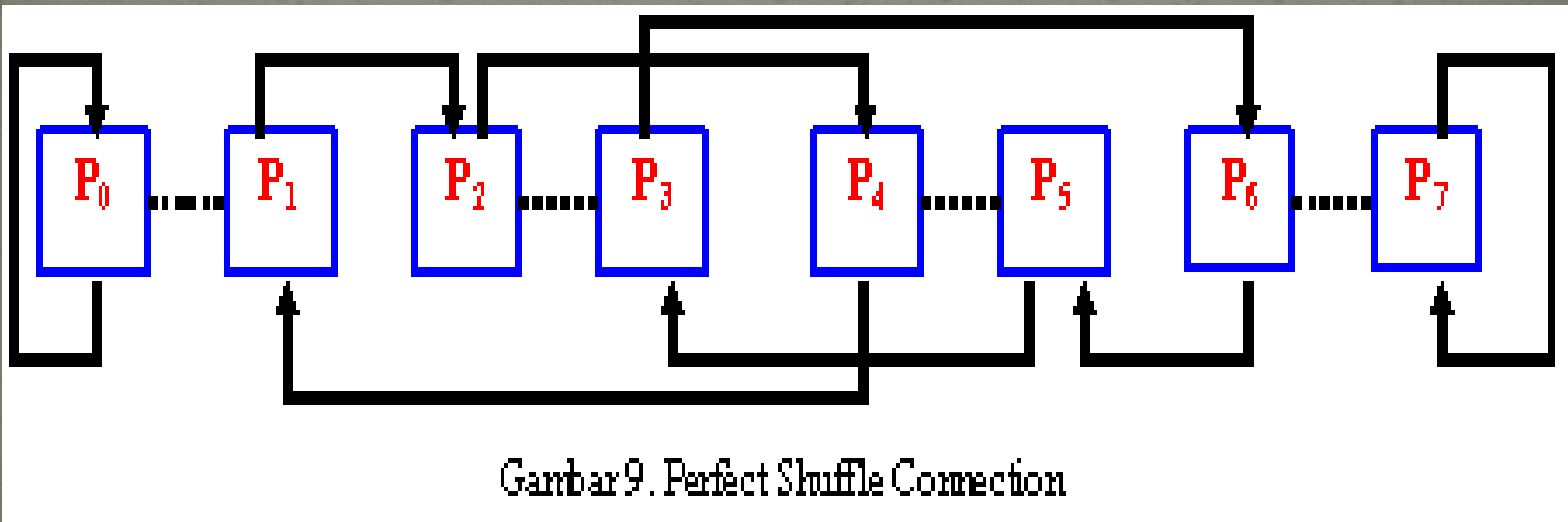
$$j = \begin{cases} 2 i & ; 0 \leq i \leq N - i \\ (2 i + 1 - N) & ; \frac{N}{2} \leq i \leq N - 1 \end{cases}$$

DESAIN DAN ANALISIS ALGORITMA PARAREL

Dibuat Simple network SIMD Model-modelnya

4). *Perfect Shuffle Connection*

contoh 8 prosesor : ($N = 8 = 2^3$)



Gambar 9. Perfect Shuffle Connection

DESAIN DAN ANALISIS ALGORITMA PARAREL

Dibuat Simple network SIMD Model-modelnya

5). *Cube Connection*

*Cacah prosesor $N = 2^q$; $q \geq 1$, N prosesor : $P_0, P_1, P_2,$
..... P_{N-1} ,*

q-dimensional cube (or hypercube)

Contoh ; Bila $q = 3$ P_0, P_1, \dots, P_7 .

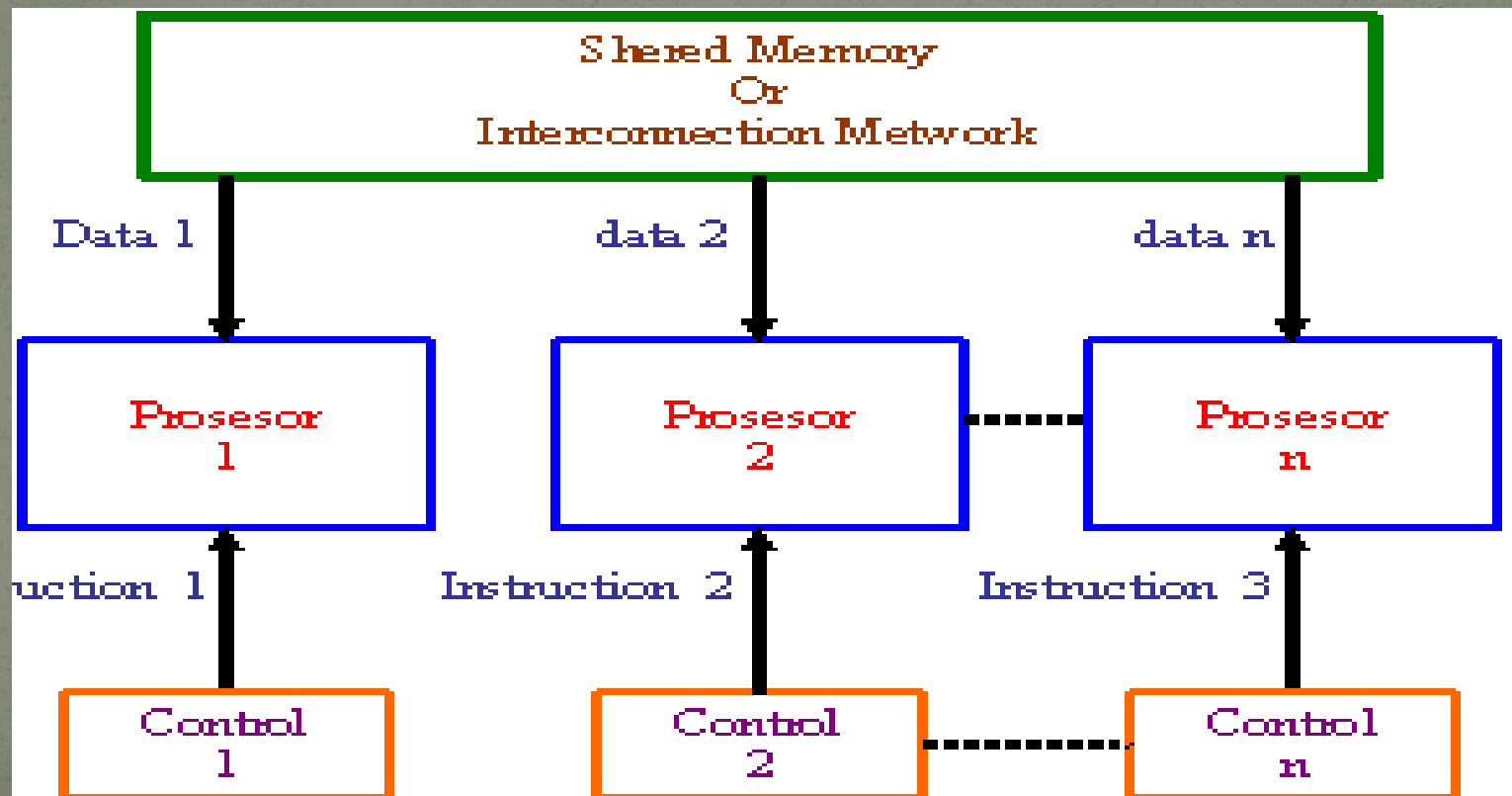
Tiap prosesor terhubung dengan 3 yang lain.

Dalam kenyataan aplikasi, berbagai macam problem dapat dikerjakan dengan algoritma pararell pada computer SIMD. Maka secara realitas banyak masalah komputasi tidak cocok dengan SIMD \rightarrow MIMD

DESAIN DAN ANALISIS ALGORITMA PARAREL

Model-model Komputasi:

4. *Multiple Instruction Stream, Multiple Data Stream (MIMD)*



Gambar 10. Multiple Instruction Stream, Multiple Data Stream (MIMD)

ALGORITMA PARALEL UNTUK PERSAMAAN LINEAR DAN INVERS MATEMATIKA

Persamaan linear : $Ax = b \quad \leftarrow A \in R^{n \times n}$

Struktur spesial :

$A \rightarrow MSB \quad : A \in R^{n \times n}$

$$A_{ij} = 0, \quad i < j$$

$$A_{ij} \neq 0, \quad i < j$$

Bila $a_{ii} = 1$ untuk semua i , maka;

$$A = I - L \quad \leftarrow \quad L = MSB$$

$$L_{ij} = 0, \quad i < j$$

Lemma:

ALGORITMA PARALEL UNTUK PERSAMAAN LINEAR DAN INVERS MATEMATIKA

Bila; $A = I - L$

Maka:

$$A^{-1} = (I + L + L^2 + \dots + L^{n-1})$$

Bila;

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ A_2 & A_3 \end{bmatrix}$$

$$A_1 \text{ berukuran} = \frac{n}{2} \times \frac{n}{2}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} A_1^{-1} & 0 \\ -A_3^{-1} A_2^{-1} A_1^{-1} & A_3^{-1} \end{bmatrix}$$

ALGORITMA PARALEL UNTUK PERSAMAAN LINEAR DAN INVERS MATEMATIKA

Berdasarkan dekomposisi di atas, untuk matrix $A = MSB$;

- 1) Bila $n = 1$, A^{-1} jelas
- 2) Bila $n > 1$, lakukan partisi A seperti di atas:
 - a) ubah ke A_1 dan A_3 , A_1 dan $A_3 = MSB$
 - b) kalikan A_3^{-1} dengan $A_2 \rightarrow A_3^{-1} A_2$
 - c) kalikan hasil pada no. b) dengan A_1^{-1}

b) dan c) menggunakan $\sim n^3$ parameter

Persamaan linear $Ax = b$

$A \leftarrow$ segitiga bawah

Penyelesaian dengan back substitution:

ALGORITMA PARALEL UNTUK PERSAMAAN LINEAR DAN INVERS MATEMATIKA

Persamaan ke i dari $A_x = b$ adalah;

$$a_{i1} X_1 + a_{i2} X_2 + \dots + a_{ii} X_i = b_i$$

Dengan harga-harga variabel :

$$X_1, \dots, X_{i-1} \text{ dan pernyataan : } a_{j1} X_1 + \dots + a_{j,i-1} X_{i-1}$$

Untuk $j \geq i$ telah tersedia, maka :

Prosesor ke i untuk evaluasi x_i adalah;

$$X_i = \frac{1}{a_{ii}} \left(b_i - a_{i1} X_1 - \dots - a_{i,i-1} X_{i-1} \right)$$

Akhirnya, setiap perosessor j , dengan $j \geq i$ mengevaluasi ternyataan;

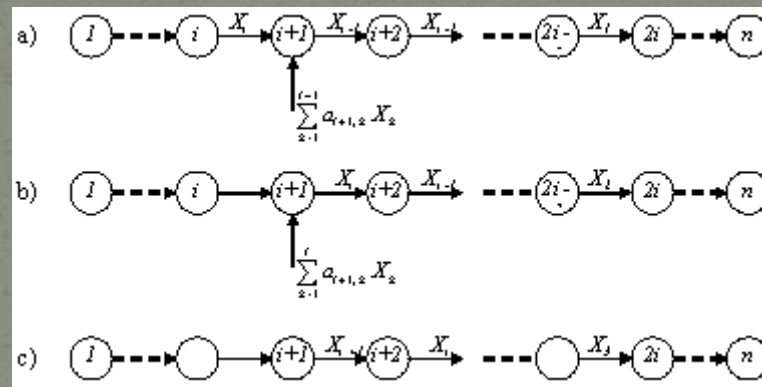
$a_{j1} X_1 + \dots + a_{ji} X_i$ dengan penambahan $a_{ji} X_i$ kepada

pernyataan terdahulu $a_{j1} X_1 + \dots + a_{j,i-1} X_{i-1}$

Algoritma berakhir pada tahap ke n bila X_1, X_2, \dots, X_n telah terhitung.

ALGORITMA PARALEL UNTUK PERSAMAAN LINEAR DAN INVERS MATEMATIKA

Untuk backsubstitution, memerlukan n prosesor.
Implementasi backsubstitution dengan pipelined:



ALGORITMA PARALEL UNTUK PERSAMAAN LINEAR DAN INVERS MATEMATIKA

- snapshot of the algoritma as soon as X_i is computed (evaluasi

$$\sum_{k=1}^i a_{i+1,k} X_k \quad) \text{ dan prosesor } I+1 \text{ telah terima } X_1, \dots, X_{i-1}$$

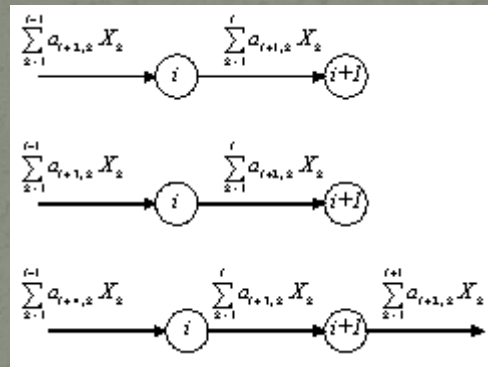
- b) secepatnya X_i diterima oleh prosesor $I+1$ langsung dihitung

$$\sum_{k=1}^i a_{i+1,k} X_k \quad X_{i+1} \text{ dihitung}$$

- c) X_{i-1} ditransmisi ke prosesor $(i+2)$ untuk peroleh hasil X_i

ALGORITMA PARALEL UNTUK PERSAMAAN LINEAR DAN INVERS MATEMATIKA

Bentuk alternatif lain.
Linear Array



ALGORITMA PARALEL UNTUK PERSAMAAN LINEAR DAN INVERS MATEMATIKA

3) Sistem dengan matrix tridiagonal

$Ax = b \rightarrow A$ tridiagonal jika :

$$a_{ij} = 0 \text{ untuk } |i - j| > 1$$

Bentuk persamaan sistem:

$$g_1 X_1 + h_1 X_2 = b_1$$

$$f_i X_{i-1} + g_i X_i + h_i X_{i+1} = b_i, i = 2, 3, \dots, n - f_n X_{n-1} + g_n X_n = b_n$$

$g_i \rightarrow$ elemen diagonal matrix A

f_i dan h_i : elemen bawah / atas diagram implementasi dikenal dengan;
odd - even reduction

ALGORITMA PARALEL UNTUK PERSAMAAN LINEAR DAN INVERS MATEMATIKA

dengan $g_i \neq 0$, maka :

$$X_i = \frac{1}{g_i} (b_i - f_i X_{i-1} - h_i X_{i+1})$$

bila i diganti dengan $(i-1)$ dan $(i+1)$ untuk eliminasi X_{i+1} , maka;

$$\frac{f_i}{g_{i-1}} (b_{i-1} - f_{i-1} X_{i-1} - h_{i-1} X_i) g_i X_i + \frac{h_i}{g_{i+1}} (b_{i+1} - f_{i+1} X_i - h_{i+1} X_{i+2}) = b_i$$

sehingga;

$$- \left(\frac{f_i f_{i-1}}{g_{i-1}} \right) X_{i-2} + \left(g_i - \frac{h_{i-1} f_i}{g_i} - \frac{h_i f_{i+1}}{g_{i+1}} \right) X_i - \left(\frac{h_i h_{i+1}}{g_{i+1}} \right) X_{i+2} =$$

$$b_i - \frac{f_i}{g_{i-1}} b_{i-1} - \frac{h_i}{g_{i+1}} b_{i+1}$$

ALGORITMA PARALEL UNTUK PERSAMAAN LINEAR DAN INVERS MATEMATIKA

Implementasinya:

