

ANALISIS UNTUK RANCANGAN DENGAN PENGAMATAN BERULANG

Tatik Widiharih
PS Statistika, jurusan Matematika, FMIPA UNDIP
Jl. Prof. Soedarto, Kampus UNDIP Tembalang

Abstrak: Pengamatan berulang adalah pengamatan dari suatu respon yang dilakukan lebih dari satu kali pada waktu yang berbeda selama masa penelitian. Analisis untuk rancangan semacam ini mengikuti pola rancangan split plot dengan perlakuan yang dicobakan dialokasikan sebagai petak utama dan waktu pengamatan dipandang sebagai factor tambahan yang dialokasikan sebagai anak petak atau satuan yang terkecil.

Kata Kunci: pengamatan berulang, split plot

PENDAHULUAN

Dalam suatu penelitian, kadang-kadang respon yang diamati dari setiap satuan percobaan dilakukan lebih dari satu kali pada waktu yang berbeda selama masa penelitian. Hal semacam ini biasa dikenal dengan pengamatan berulang atau pengamatan antar waktu. Apabila respon yang diamati hanya satu maka menggunakan analisis univariat atau lebih dikenal dengan anova, (analysis of variance) sedangkan bila respon yang diamati lebih dari satu dan antar respon saling berkorelasi maka menggunakan analisis multivariat atau lebih dikenal dengan manova (multivariate analysis of variance). Untuk kasus respon yang diamati lebih dari satu tetapi antar respon tidak saling berkorelasi (independent) maka dilakukan analisis univariat secara terpisah untuk masing-masing respon [1] dan [7].

Apabila respon yang diamati dalam suatu penelitian dilakukan dari waktu ke waktu, peneliti biasanya tertarik untuk menyelidiki kecepatan pertumbuhan dari suatu periode waktu ke periode waktu lainnya [2]. Analisis untuk rancangan dengan pengamatan berulang mengikuti pola rancangan split plot, dengan perlakuan yang dicobakan dialokasikan sebagai petak utama dan waktu pengamatan seolah-olah dipandang sebagai factor tambahan yang dialokasikan sebagai anak petak atau satuan yang terkecil [2], [3] dan [6].

Dengan demikian, pada rancangan dengan pengamatan berulang ini menentukan pengaruh interaksi antara perlakuan dan waktu pengamatan adalah penting. Interaksi antara perlakuan dan waktu pengamatan tidak bisa diuji apabila analisis variansi dilakukan secara terpisah untuk setiap waktu pengamatan. Dalam hal ini, pendekatan yang biasa dilakukan adalah menggabungkan data dari semua waktu pengamatan sehingga mendapat satu table analisis variansi.

Dalam tulisan ini hanya dibahas untuk respon tunggal (satu respon) untuk rancangan faktorial dua factor dengan rancangan dasar rancangan acak lengkap dan pengamatan dari responnya dilakukan secara berulang. Sedangkan model yang diambil adalah model tetap. Pembahasan meliputi : model linier, asumsi dan cara pembuktiannya, hipotesis yang dapat diambil, table anova dan uji lanjutnya. Untuk memperjelas pembahasan diberikan contoh penerapannya di bidang pertanian, komputasi dilakukan dengan paket program SAS 6.12 dan MINITAB 13.20.

DESKRIPSI TEORITIS

Misalkan suatu penelitian menggunakan rancangan factorial dua factor dengan rancangan dasar rancangan acak lengkap dan model yang diambil adalah model tetap. Faktor **A** mempunyai **a** buah taraf factor, factor **B** mempunyai **b** buah taraf factor dan masing-masing kombinasi perlakuan diulang **r** kali. Pengamatan dari responnya dilakukan **p** kali pada waktu yang berbeda selama masa penelitian. Model liniernya adalah :

$$Y_{ijkl} = \mu + A_i + B_j + (AB)_{ij} + \delta_{ijl} + W_k + (AW)_{ik} + (BW)_{jk} + (ABW)_{ijk} + \varepsilon_{ijkl}$$

$$i=1,2,\dots,a ; j=1,2,\dots,b ; k=1,2,\dots,p ; l=1,2,\dots,r$$

dengan Y_{ijkl} : pengamatan pada satuan percobaan ke l yang mendapat perlakuan factor A taraf ke i ,
factor B taraf ke j dan waktu pengamatan ke k

μ : rata-rata umum

A_i : pengaruh factor A taraf ke i

- B_j : pengaruh factor B taraf ke j
- $(AB)_{ij}$: pengaruh interaksi factor A taraf ke I dan factor B taraf ke j
- δ_{ijl} : komponen galat petak utama (galat a)
- W_k : pengaruh waktu pengamatan ke k
- $(AW)_{ik}$: pengaruh interaksi factor A taraf ke i dan waktu pengamatan ke k
- $(BW)_{jk}$: pengaruh interaksi factor B taraf ke j dan waktu pengamatan ke k
- $(ABW)_{ijk}$: pengaruh interaksi factor A taraf ke I, factor B taraf ke j dan waktu pengamatan ke k
- ε_{ijkl} : komponen galat anak petak (galat b)

Asumsi:

1. $\delta_{ijl} \sim NID(0, \sigma_\delta^2)$ yaitu galat a berdistribusi normal independent dengan variansi konstan (variansi homogen).
2. $\varepsilon_{ijkl} \sim NID(0, \sigma_\varepsilon^2)$ yaitu galat b berdistribusi normal independent dengan variansi konstan (variansi homogen).

Untuk pembuktian asumsi normalitas ini salah satunya digunakan uji Kolmogorof Smirnof atau dapat juga uji yang lain misalnya uji Saphiro Wilks. Kehomogenan variansi digunakan uji Lavene [4].

Layout dari data pengamatan sebagai berikut :

Tabel 1. Layout Data Pengamatan untuk Rancangan Faktorial Dua Faktor dengan Rancangan Dasar Rancangan Acak Lengkap dan Pengamatan Berulang

Factor A	Factor B	Waktu	ulangan			Total ($Y_{ijk.}$)
			1	r	
1	1	1	Y_{1111}	Y_{111r}	$Y_{111.}$
	
	p	Y_{11p1}	Y_{11pr}	$Y_{11p.}$	
	
	b	1	Y_{1b11}	Y_{1b1r}	$Y_{1b1.}$
	
.....	p	Y_{1bp1}	Y_{1bpr}	$Y_{1bp.}$
.....
a	1	1	Y_{a111}	Y_{a11r}	$Y_{a11.}$
	
	p	Y_{a1p1}	Y_{a1pr}	$Y_{a1p.}$	
	
	b	1	Y_{ab11}	Y_{ab1r}	$Y_{ab1.}$
	
.....	p	Y_{abp1}	Y_{abpr}	$Y_{abp.}$
.....	$Y_{.....}$

$$Y_{....} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^r Y_{ijkl} ; \overline{Y_{....}} = \frac{Y_{....}}{a.b.p.r}$$

$$Y_{ijk.} = \sum_{l=1}^r Y_{ijkl} ; \overline{Y_{ijk.}} = \frac{Y_{ijk.}}{r} ; Y_{ij.l} = \sum_{k=1}^p Y_{ijkl}$$

$$Y_{ij..} = \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^r Y_{ijkl} ; \overline{Y_{ij..}} = \frac{Y_{ij..}}{p.r}$$

$$Y_{i.k.} = \sum_{j=1}^b \sum_{l=1}^r Y_{ijkl} ; \overline{Y_{i.k.}} = \frac{Y_{i.k.}}{b.r}$$

$$Y_{.jk} = \sum_{i=1}^a \sum_{l=1}^r Y_{ijkl} ; \overline{Y}_{.jk} = \frac{Y_{.jk}}{a.r}$$

$$Y_{i..} = \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^r Y_{ijkl} ; \overline{Y}_{i..} = \frac{Y_{i..}}{b.p.r}$$

$$Y_{.j.} = \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^r Y_{ijkl} ; \overline{Y}_{.j.} = \frac{Y_{.j.}}{a.p.r}$$

$$Y_{..k} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{l=1}^r Y_{ijkl} ; \overline{Y}_{..k} = \frac{Y_{..k}}{a.b.p}$$

Hipotesis yang dapat diambil :

1. $H_0 : A_1=A_2=\dots=A_a=0$ (tidak ada pengaruh factor A terhadap respon yang diamati)
 $H_1 :$ paling sedikit sepasang tidak sama (ada pengaruh factor A terhadap respon yang diamati)
2. $H_0 : B_1=B_2=\dots=B_b=0$ (tidak ada pengaruh factor B terhadap respon yang diamati)
 $H_1 :$ paling sedikit sepasang tidak sama (ada pengaruh factor B terhadap respon yang diamati)
3. $H_0 : (AB)_{11}=(AB)_{12}=\dots=(AB)_{ab}=0$ (tidak ada pengaruh interaksi factor A taraf ke i dan factor B taraf ke j terhadap respon yang diamati)
 $H_1 :$ paling sedikit sepasang tidak sama (ada pengaruh interaksi factor A taraf ke i dan factor B taraf ke j terhadap respon yang diamati)
4. $H_0 : W_1=W_2=\dots=W_p=0$ (tidak ada pengaruh waktu pengamatan terhadap respon yang diamati)
 $H_1 :$ paling sedikit sepasang tidak sama (ada pengaruh waktu pengamatan terhadap respon yang diamati)
5. $H_0 : (AW)_{11}=(AW)_{12}=\dots=(AW)_{ap}=0$ (tidak ada pengaruh interaksi factor A taraf ke i dan waktu pengamatan ke k terhadap respon yang diamati)
 $H_1 :$ paling sedikit sepasang tidak sama (ada pengaruh interaksi factor A taraf ke i dan waktu pengamatan ke k terhadap respon yang diamati)
6. $H_0 : (BW)_{11}=(BW)_{12}=\dots=(BW)_{bp}=0$ (tidak ada pengaruh interaksi factor B taraf ke j dan waktu pengamatan ke k terhadap respon yang diamati)
 $H_1 :$ paling sedikit sepasang tidak sama (ada pengaruh interaksi factor B taraf ke j dan waktu pengamatan ke k terhadap respon yang diamati)
7. $H_0 : (ABW)_{111}=(ABW)_{112}=\dots=(ABW)_{abp}=0$ ((tidak ada pengaruh interaksi factor A taraf ke i, factor B taraf ke j dan waktu pengamatan ke k terhadap respon yang diamati)
 $H_1 :$ paling sedikit sepasang tidak sama (ada pengaruh interaksi factor A taraf ke i, factor B taraf ke j dan waktu pengamatan ke k terhadap respon yang diamati)

Perhitungan-perhitungan untuk menyusun table anova :

$$JKT=JKA+JKB+JKAB+JKG_A+JKW+JKAW+JKBW+JKABW+JKG_B$$

Dengan JKT = jumlah kuadrat total

JKA = jumlah kuadrat factor A

JKB = jumlah kuadrat factor B

JKAB = jumlah kuadrat interaksi AB

JKG_A = jumlah kuadrat galat a

JKW = jumlah kuadrat waktu pengamatan

JKAW = jumlah kuadrat interaksi factor A dan waktu pengamatan

JKBW = jumlah kuadrat interaksi factor B dan waktu pengamatan

JKABW = jumlah kuadrat interaksi factor A, B dan waktu pengamatan

JKG_B = jumlah kuadrat galat b

$$FK = \frac{Y_{....}^2}{a.b.p.r}$$

$$JKT = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^r Y_{ijkl}^2 - FK$$

$$JKA = \frac{1}{b.p.r} \sum_{i=1}^a y_{i...}^2 - FK$$

$$JKB = \frac{1}{a.p.r} \sum_{j=1}^b Y_{.j..}^2 - FK$$

$$JKAB = \frac{1}{p.r} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b Y_{ij..}^2 - FK - JKA - JKB$$

$$JKA_B = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{l=1}^r Y_{ij.l}^2 - FK - JKA - JKB - JKAB$$

$$JKW = \frac{1}{a.b.r} \sum_{k=1}^p Y_{..k.}^2 - FK$$

$$JKAW = \frac{1}{b.r} \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^p Y_{i.k.}^2 - FK - JKA - JKW$$

$$JKBW = \frac{1}{a.r} \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^p Y_{.jk.}^2 - FK - JKB - JKW$$

$$JKABW = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^p Y_{ijk.}^2 - FK - JKA - JKB - JKW - JKAB - JKAW - JKBW$$

$$JKG_B = JKT - JKA - JKB - JKAB - JKA_B - JKW - JKAW - JKBW - JKABW$$

Kuadrat tengah = jumlah kuadrat / derajat bebas

$$KTA = JKA / (a-1)$$

$$KTB = JKB / (b-1)$$

$$KTAB = JKAB / ((a-1)(b-1))$$

$$KTG_A = JKA_B / (a.b(r-1))$$

$$KTW = JKW / (p-1)$$

$$KTAW = JKAW / ((a-1)(b-1))$$

$$KTBW = JKBW / ((b-1)(p-1))$$

$$KTABW = JKABW / ((a-1)(b-1)(p-1))$$

$$KTG_B = JKG_B / (a.b(p-1)(r-1))$$

Diperoleh table anova berikut :

Tabel 2. Tabel Anova untuk Rancangan Faktorial Dua Faktor dengan Rancangan Dasar Rancangan Acak Lengkap dan Pengamatan Berulang

Sumber Keragaman	Derajat bebas	Jumlah kuadrat	Kuadrat tengah	F _{hitung}	F _{tabel}
A	a-1	JKA	KTA	KTA/KTG _A	F _{(a-1);ab(r-1)} (α)
B	b-1	JKB	KTB	KTB/ KTG _A	F _{(b-1);ab(r-1)} (α)
A*B	(a-1)(b-1)	JKAB	KTAB	KTAB/ KTG _A	F _{(a-1)(b-1);ab(r-1)} (α)
Galat a	a.b(r-1)	JKA _B	KTG _A		
Waktu (W)	p-1	JKW	KTW	KTW/ KTG _B	F _{(p-1);ab(p-1)(r-1)} (α)
A*W	(a-1)(p-1)	JKAW	KTAW	KTAW/ KTG _B	F _{(a-1)(p-1);ab(p-1)(r-1)} (α)
B*W	(b-1)(p-1)	JKBW	KTBW	KTBW/ KTG _B	F _{(b-1)(p-1);ab(p-1)(r-1)} (α)
A*B*W	(a-1)(b-1)(p-1)	JKABW	KTABW	KTABW/ KTG _B	F _{(a-1)(b-1)(p-1);ab(p-1)(r-1)} (α)
Galat b	a.b(p-1)(r-1)	JKG _B	KTG _B		
Total	a.b.p.r - 1	JKT			

Tolak H₀ jika F_{hitung} > F_{tabel} yang bersesuaian. Bila ada H₀ yang ditolak selanjutnya dilakukan uji lanjut diantaranya menggunakan uji wilayah berganda Duncan, dan uji beda nyata terkecil.

PENERAPAN PADA BIDANG PERTANIAN

Suatu penelitian dilakukan untuk mengetahui pengaruh jenis rumput dan dosis pemupukan terhadap pencernaan bahan kering (KCBK). Dalam penelitian ini digunakan 3 jenis rumput (R1, R2, dan R3), dosis pemupukan digunakan 4 macam (0, 50, 75, dan 100 kg/petak). Satuan percobaan yang digunakan berupa petak-petak tanah yang relative homogen dan masing-masing kombinasi diulang 3 kali. Respon (KCBK) diamati 2 kali yaitu pada pemotongan ke1 (defoli ke 1) setelah rumput berumur 60 hari dan pada pemotongan ke 2 (defoli ke 2) setelah 40 hari berikutnya. Diperoleh data sebagai berikut :

Tabel 3. Data Pengamatan KCBK pada Berbagai Jenis Rumput, Dosis Pemupukan dan Waktu Pemotongan (Defoli)

Rumput	Pupuk	Ulangan	KCBK pada	
			Defoli-1	Defoli-2
1	0	1	45.2043	40.0644
1	50	1	50.8113	23.4066
1	75	1	46.2256	26.5096
1	100	1	58.9636	38.5454
1	0	2	43.1860	37.4473
1	50	2	44.0517	56.3567
1	75	2	52.9160	33.2681
1	100	2	55.4273	41.6773
1	0	3	52.5863	32.0311
1	50	3	57.6476	53.0940
1	75	3	48.0069	48.4689
1	100	3	41.4615	51.1960
2	0	1	50.3539	35.5466
2	50	1	48.6459	55.7137
2	75	1	42.6756	47.0576
2	100	1	47.5025	40.7200
2	0	2	48.7081	34.8446
2	50	2	52.3268	52.9095
2	75	2	43.6117	47.0168
2	100	2	49.8586	57.8215
2	0	3	35.6196	27.8877
2	50	3	54.6595	56.3592
2	75	3	47.7339	51.6887
2	100	3	53.8399	58.3672
3	0	1	42.7479	46.6613
3	50	1	48.6185	46.3920
3	75	1	48.1294	59.8601
3	100	1	50.9835	51.5227
3	0	2	54.2082	48.6253
3	50	2	54.9313	60.4820
3	75	2	42.9416	48.1285
3	100	2	53.6967	57.3145
3	0	3	50.6854	47.2741
3	50	3	56.2424	53.6874
3	75	3	47.3522	47.3783
3	100	3	46.5704	44.6217

Sumber : [5]

Dengan menggunakan paket SAS 6.12 didapatkan :

General Linear Models Procedure
Dependent Variable: KCBK

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	47	3489.504082	74.244768	1.72	0.0759
Error	24	1034.117318	43.088222		
Corrected Total	71	4523.621401			
R-Square		C.V.	Root MSE	KCBK Mean	
0.771396		13.78270	6.564162	47.62608	

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
RUMPUT	2	354.957551	177.478775	4.12	0.0290
PUPUK	3	799.531192	266.510397	6.19	0.0029
RUMPUT*PUPUK	6	236.214550	39.369092	0.91	0.5021
ULANGA (RUMPUT*PUPUK)	24	1201.117005	50.046542	1.16	0.3584
DEFOLI	1	165.574109	165.574109	3.84	0.0617
RUMPUT*DEFOLI	2	392.967830	196.483915	4.56	0.0210
PUPUK*DEFOLI	3	155.814917	51.938306	1.21	0.3291
RUMPUT*PUPUK*DEFOLI	6	183.326928	30.554488	0.71	0.6455

Tests of Hypotheses using the Type III MS for ULANGA(RUMPUT*PUPUK) as an error term

Source	DF	Type III SS	Mean Square	F Value	Pr > F
RUMPUT	2	354.9575508	177.4787754	3.55	0.0447
PUPUK	3	799.5311923	266.5103974	5.33	0.0059
RUMPUT*PUPUK	6	236.2145497	39.3690916	0.79	0.5890

Berdasarkan output diatas 77,1396% keragaman dari KCBK mampu diterangkan oleh jenis rumput, dosis pemupukan dan defoli. Koefisien keragamannya adalah 13,7827%
 Bila diambil $\alpha = 5\%$ dapat disimpulkan :

1. Ada pengaruh jenis rumput terhadap KCBK
2. Ada pengaruh dosis pemupukan terhadap KCBK
3. Ada pengaruh interaksi jenis rumput dan defoli terhadap KCBK

General Linear Models Procedure
 Duncan's Multiple Range Test for variable: KCBK
 NOTE: This test controls the type I comparisonwise error rate, not the experimentwise error rate
 Alpha= 0.05 df= 24 MSE= 50.04654
 Number of Means 2 3
 Critical Range 4.215 4.427
 Means with the same letter are not significantly different.

Duncan Grouping	Mean	N	RUMPUT
A	50.377	24	3
A			
B	47.561	24	2
B			
B	44.940	24	1

General Linear Models Procedure
 Duncan's Multiple Range Test for variable: KCBK
 NOTE: This test controls the type I comparisonwise error rate, not the experimentwise error rate
 Alpha= 0.05 df= 24 MSE= 50.04654
 Number of Means 2 3 4
 Critical Range 4.867 5.112 5.269
 Means with the same letter are not significantly different.

Duncan Grouping	Mean	N	PUPUK
A	51.463	18	50
A			
B	50.005	18	100
B			
B	46.054	18	75
C			
C	42.982	18	0

Berdasarkan uji wilayah berganda Duncan untuk jenis rumput ternyata, jenis rumput 3 memberikan rata-rata KCBK tertinggi (50,377) namun secara statistik tidak berbeda dengan jenis rumput 2 (47,561) dan berbeda dengan jenis rumput 1 (44,561). Jenis rumput 2 dan 1 tidak berbeda secara statistik. Sedangkan untuk dosis pemupukan, dosis 50 kg/petak memberikan rata-rata KCBK tertinggi (51,463) namun secara statistik tidak berbeda dengan dosis 100 kg/petak (50,005) dan berbeda dengan dosis pemupukan yang lain.

Uji lanjut untuk interaksi rumput*defoli sebagai berikut

(1,2)	(2,2)	(2,1)	(1,1)	(3,1)	(3,2)
40,1724	47,1611	47,9613	49,7073	49,7589	50,9957

————— garis bawah berarti tidak berbeda.

Asumsi normalitas untuk galat a dipenuhi, dengan uji kolmogorof smirnof diperoleh $P_v > 0,15$, sedangkan kehomogenan variansi dengan uji Lavene juga terpenuhi ($P_v = 0,197$)

Asumsi normalitas untuk galat a dipenuhi, dengan uji Saphiro Wilk diperoleh $P_v = 0,0757$, sedangkan kehomogenan variansi dengan uji Lavene juga terpenuhi ($P_v = 0,711$)

DAFTAR PUSTAKA

- [1]. Gasperzs, V., *Teknik Analisis Dalam Penelitian Percobaan 2*, Tarsito, Bandung, 1992.
- [2]. Gomez, K.A and Gomez, A.A, *Statistical Procedures for Agricultural Research*, 2nd John Willey & Sons Inc. Singapore, 1984.
- [3]. Haslet, et. al., *Experimental Design for Researchers*, Departemen of Statistics, Faculty of Information and Mathematical Science, Massey University, 1997.
- [4]. Montgomery, D.C., *Design and Analysis of Experiment*, 6nd, John Willey & Sons Inc. New York, 2006.
- [5]. Pujiarti, *Produksi Bahan Kering, Serapan dan Penghijauan Pertanaman ganda Setaria dan Pueru atau Centro dengan Pemupukan Fosfat*, Thesis Magister Ilmu Ternak, Program Pasca Sarjana UNDIP (tidak dipublikasikan), 2004.
- [6]. *SAS Institute Inc. SAS/STAT User's Guide*, Version 6, Fourth Edition, SAS Campus Drive, Cary, NC 27513, 1990.
- [7]. Sharma, S., *Applied Multivariate Techniques*, John Willey & Sons Inc., New York, 1996.