DATA ENVELOPMENT ANALYSIS (DEA) DAN TERAPANNYA
(Studi Kasus Pada Bank Perkreditan Rakyat (BPR) di Kota Semarang Tahun 2009)

SKRIPSI

Disusun Oleh :

Nama : Hendi Septianto

NIM : J2E 003 240

PROGRAM STUDI STATISTIKA

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS DIPONEGORO

SEMARANG

2009

DATA ENVELOPMENT ANALYSIS (DEA) DAN TERAPANNYA
(Studi Kasus Pada Bank Perkreditan Rakyat (BPR)
di Kota Semarang Tahun 2009)

Disusun Oleh :

Nama : Hendi Septianto

NIM : J2E 003 240

Skripsi

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains pada Program Studi Statistika

PROGRAM STUDI STATISTIKA

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS DIPONEGORO

SEMARANG

2009

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 LATAR BELAKANG

Sektor keuangan, terutama industri perbankan, berperan sangat penting bagi aktivitas perekonomian. Bank merupakan lembaga keuangan terpenting dan sangat mempengaruhi perekonomian suatu bangsa baik secara mikro maupun makro. Peran strategis bank tersebut sebagai wahana yang mampu menghimpun dan menyalurkan dana masyarakat secara efektif dan efisien kearah peningkatan taraf hidup rakyat. Di Indonesia, perbankan mempunyai pangsa pasar sebesar 80 persen dari keseluruhan sistem keuangan yang ada.

Krisis ekonomi dan keuangan yang melanda Amerika Serikat berdampak pada perekonomian negara-negara ASEAN, tak terkecuali Indonesia. Kondisi bank-bank di Indonesia semakin memprihatinkan dengan adanya krisis ekonomi global tersebut. Hal ini terbukti dengan dilikuidasinya Bank IFI pada tanggal 17 April 2009 (Purnomo,2009). Bank Perkreditan Rakyat Tripanca Setiadana juga terlikuidasi pada 24 maret 2009 (Qomariyah,2009). Kemudian ada juga Bank Century yang hampir dilikudasi tetapi akhirnya dapat membaik setelah diambil alih oleh pemerintah (Purnomo,2009). Kondisi sektor real yang sangat lemah, proporsi kredit bermasalah yang semakin besar, dan likuiditas yang semakin rendah menyebabkan kondisi bank yang makin sulit untuk meneruskan kegiatan usahanya.

Bank khususnya Bank Perkreditan Rakyat (BPR) dituntut untuk dapat bertahan menghadapi krisis ekonomi global yang terjadi saat ini karena BPR berperan penting dalam memberikan pembiayaan pada sektor UMKM (Usaha Mikro, Kecil dan Menengah) di seluruh daerah. BPR memiliki prosedur pelayanan yang sederhana, proses yang cepat dan skema kredit yang lebih mudah disesuaikan serta lokasi tersebar di seluruh daerah baik perkotaan maupun pedesaan dibandingkan dengan bank umum. Bank umum juga berperan dalam memberikan pembiayaan tetapi dengan bentuk kredit yang baku (tidak dapat disesuaikan) serta lokasinya yang hanya ada di perkotaan. Mengingat begitu besarnya peranan Bank Perkreditan Rakyat (BPR), para pengambil keputusan (manajer) perlu melakukan evaluasi kinerja bank yang memadai.

Untuk mengukur kinerja bank diperlukan suatu teknik perhitungan yang dapat mengetahui seluruh produktifitas suatu bank. Teknik tersebut disebut juga sebagai metode analisis efisiensi. Metode analisis efisiensi terbagi menjadi dua pendekatan yaitu pendekatan parametrik dan pendekatan non parametrik. Pendekatan parametrik diantaranya *Stochastic Frontier Approach* dan *Distribution Free Approach* (Hussein,2006). Pendekatan non parametrik diantaranya *Data Envelopment Analysis* dan *Free Disposable Hull* (Hussein,2007). Dengan adanya metode analisis efisiensi maka dapat mengetahui bank-bank mana yang telah efisien dalam hal penggunaan input dan pengeluaran output. Metode analisis efisiensi yang paling banyak dipakai adalah metode Data Envelopment Analysis (DEA) karena pendekatan DEA tidak membutuhkan banyak informasi sehingga lebih sedikit data yang dibutuhkan dan lebih sedikit asumsi yang diperlukan.

Data Envelopment Analysis (DEA) dikembangkan sebagai model dalam pengukuran tingkat kinerja atau produktifitas dari sekelompok unit organisasi. Pengukuran dilakukan untuk mengetahui kemungkinan-kemungkinan penggunaan sumber daya yang dapat dilakukan untuk menghasilkan output yang optimal. Produktifitas yang dievaluasi dimaksudkan adalah sejumlah penghematan yang dapat dilakukan pada faktor sumber daya (input) tanpa harus mengurangi jumlah output yang dihasilkan, atau dari sisi lain peningkatan output yang mungkin dihasilkan tanpa perlu dilakukan penambahan sumber daya.

Pengukuran efisiensi secara DEA dilakukan dengan mengidentifikasi unit-unit yang digunakan sebagai referensi yang dapat membantu untuk mencari penyebab dan jalan keluar dari ketidakefisienan.

1.2 PERMASALAHAN

Berdasarkan argumen di atas yang menjadi permasalahan dalam tugas akhir ini yaitu :

1. Bagaimana prosedur penerapan metode Data Envelopment Analysis (DEA).
2. Bagaimana mengukur tingkat efisiensi pada Bank Perkreditan Rakyat (BPR) di kota Semarang tahun 2009 dengan Metode Data Envelopment Analysis (DEA).

1.3 PEMBATASAN MASALAH

Penggunaan Metode Data Envelopment Analysis (DEA) sangatlah luas. Oleh karena itu dalam tugas akhir ini dibatasi pada penggunaan Metode Data Envelopment Analysis (DEA) Constant Return to Scale (CRS) khususnya mengukur tingkat efisiensi pada Bank Perkreditan Rakyat (BPR) di kota Semarang tahun 2009.

1.4 TUJUAN PENULISAN

Tujuan penulisan dalam tugas akhir ini adalah :

1. Mengkaji tentang Metode Data Envelopment Analysis (DEA).
2. Menerapkan Metode Data Envelopment Analysis (DEA) pada Bank Perkreditan Rakyat (BPR) di kota Semarang tahun 2009.

1.5 SISTEMATIKA PENULISAN

Sistematika penulisan pada Tugas Akhir dengan judul “Data Envelopment Analysis (DEA) dan Studi Kasus Pada Bank Perkreditan Rakyat (BPR)” yaitu : BAB I Pendahuluan, bab ini membahas mengenai latar belakang masalah, permasalahan, pembatasan masalah, tujuan, dan sistematika penulisan. BAB II Teori Penunjang, bab ini membahas mengenai konsep aljabar matrik yang berisi tentang matrik, vektor dan operasi elementer matrik. Kemudian juga membahas konsep riset operasi yang berisi tentang pengertian riset operasi, model riset operasi dan langkah-langkah riset operasi dan juga membahas bahas konsep program linear dan pemecahan masalah program linear dengan metode grafik, metode simpleks dan metode Big M . BAB III Data Envelopment Analysis (DEA), bab ini membahas mengenai teori tentang Data Envelopment Analysis (DEA), model DEA Constant Return to Scale (CRS) dan aplikasinya dengan studi kasus pada Bank Perkreditan Rakyat (BPR) di Kota Semarang pada Tahun 2009. BAB IV Kesimpulan, bab ini membahas mengenai kesimpulan yang dapat diambil berdasarkan bab-bab sebelumnya.

BAB II

TEORI PENUNJANG

2.1 Konsep Aljabar Matrik

2.1.1. Vektor

Definisi 1

Vektor adalah bilangan riil yang dapat disusun dalam bentuk kolom atau baris. Vektor dapat dinyatakan secara geometris sebagai segmen–segmen garis terarah. Vektor mempunyai panjang dan arah. Vektor dinotasikan dengan huruf kecil bergaris bawah.

$$\underset{\sim}{x} = \; x_1, x_2, \cdots, x_p)$$

$$\underset{\sim}{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_p \end{bmatrix}$$

Definisi 2

Suatu vektor $\underline{\mathrm{U}}$ dikatakan kombinasi linier dari vektor $\underset{\sim}{x} = \; x_1, x_2, \cdots, x_m)$ bila terdapat skalar $a_i \in \; , i = \; ,2, \ldots m$ sedemikian sehingga $\underline{\mathrm{U}} = \imath_1 x_1 + \imath_2 x_2 + \cdots + \imath_m x_m$.

2.1.2. Matriks

Matriks didefinisikan sebagai suatu himpunan angka, variabel atau parameter dalam bentuk suatu persegi panjang, yang tersusun didalam baris dan kolom. Pada umumnya matriks dinotasikan dalam huruf besar, sedangkan elemen-elemennya dalam huruf kecil. Matrik berukuran $m \times k$ ditulis dengan huruf tebal adalah daftar bilangan dengan m baris dan k kolom. Ukuran suatu matrik dapat dilihat di bawah huruf yang merupakan simbol dari matriknya. Matrik **A** berukuran $m \times k$ ditulis A_{mxk}.

Sembarang matrik A_{mxk} ditulis $A_{mxk} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{11} & \mathbf{a}_{12} & \cdots & \mathbf{a}_{1k} \\ \mathbf{a}_{21} & \mathbf{a}_{22} & & \mathbf{a}_{2k} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \mathbf{a}_{m1} & \mathbf{a}_{m2} & \cdots & \mathbf{a}_{mk} \end{bmatrix}$

atau dengan lebih singkat $A_{mxk} = \{\mathbf{a}_{ij}\}$; i menyatakan indek baris dan j menyatakan indek kolom dengan i = (1,2,...,m) dan j = (1,2,...,k). $\mathbf{a}_{ij}$ menyatakan elemen baris ke-i dan kolom ke-j dari matrik **A**.

Matrik $m \times 1$ merupakan vektor kolom ukuran m dan matrik $1 \times k$ merupakan vektor baris ukuran k yang dinotasikan dengan huruf kecil yang dicetak tebal (Pudjiastuti, 2006).

2.1.3. Operasi Elementer Matriks

1. **Penjumlahan atau Pengurangan Matriks**

Dua buah matriks dapat dijumlahkan atau dikurangkan “jika dan hanya jika” kedua matriks tersebut berordo sama. Pada proses penjumlahan atau pengurangan ini yang dijumlahkan atau dikurangkan adalah elemen-elemen dari matriks yang bersesuaian (seletak) (Pudjiastuti, 2006).

Contoh :

$$
\begin{array}{ccccc}
A & & B & & C \\
\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} & \pm & \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}
\end{array}
$$

Jadi nilai dari elemen-elemen matriks C merupakan penjumlahan atau pengurangan dari elemen-elemen pada matriks A dan B yang bersesuaian sebagai berikut :

$c_{11} = a_{11} \pm b_{11}$ $\quad$ $c_{12} = a_{12} \pm b_{12}$ $\quad$ $c_{13} = a_{13} \pm b_{13}$

$c_{21} = a_{21} \pm b_{21}$ $\quad$ $c_{22} = a_{22} \pm b_{22}$ $\quad$ $c_{23} = a_{23} \pm b_{23}$

$c_{31} = a_{31} \pm b_{31}$ $\quad$ $c_{32} = a_{32} \pm b_{32}$ $\quad$ $c_{33} = a_{33} \pm b_{33}$

Sifat-sifat penjumlahan matriks :

- Komutatif : A +B = B+ A
- Asosiatif : A + B + C = A + (B + C) = (A + B) + C
- Identik : A + 0 = 0 + A = A

2. Perkalian Matriks Dengan Skalar

Skalar adalah suatu bilangan riil (matriks 1x1). Perkalian matriks dengan suatu skalar berarti mengalikan setiap elemen dari matriks dengan skalar tersebut sebagai berikut :

$$
\lambda\ A = \lambda \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda\ \iota_{11} & \lambda\ \iota_{12} & \lambda\ \iota_{13} \\ \lambda\ \iota_{21} & \lambda\ \iota_{22} & \lambda\ \iota_{23} \\ \lambda\ \iota_{31} & \lambda\ \iota_{32} & \lambda\ \iota_{33} \end{bmatrix}
$$

Sifat-sifat perkalian matriks dengan skalar k :

- k(A+B) = kA + kB

- $(k_1 + k_2)A = k_1A + k_2A$
- $k_1(k_2A) = (k_1 k_2)A$

3. Perkalian Matriks Dengan Matriks

Dua buah matriks dapat dikalikan "jika dan hanya jika" jumlah kolom pada matriks pertama sama dengan jumlah baris pada matriks kedua (Pudjiastuti, 2006).

Perhatikan matriks berikut ini :

A X B = C

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}$$

Hasil perkalian matriks A dengan matriks B adalah matriks C. Perhitungan elemen-elemennya adalah sebagai berikut :

$c_{11} = a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21}$ $c_{12} = a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22}$ $c_{13} = a_{11}b_{13} + a_{12}b_{23}$

$c_{21} = a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21}$ $c_{22} = a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22}$ $c_{23} = a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23}$

$c_{31} = a_{31}b_{11} + a_{32}b_{21}$ $c_{32} = a_{31}b_{12} + a_{32}b_{22}$ $c_{33} = a_{31}b_{13} + a_{32}b_{23}$

Sifat-sifat perkalian matriks dengan matriks :

- Asosiatif : ABC = (AB)C = A(BC)
- Distributif : A(B+C) = AB + AC (Dengan syarat (B+C) ada)

  Dengan syarat (B+C) ada.

2.2 Konsep Riset Operasi

2.2.1 Pengertian Riset Operasi

Pengertian Riset Operasi menurut Miller dan M.K.Star adalah peralatan manajemen yang menyatukan ilmu pengetahuan, matematika, dan logika dalam rangka memecahkan masalah yang dihadapi sehari-hari sehingga dapat dipecahkan secara optimal (Aminudin,2005). Secara umum dapat diartikan bahwa Riset Operasi berkaitan dengan proses pengambilan keputusan yang optimal dalam penyusunan model dari sistem-sistem, baik deterministik maupun probabilistik, yang berasal dari kehidupan nyata.

Sejalan dengan perkembangan dunia industri dan didukung dengan kemajuan di bidang komputer. Riset Operasi semakin banyak diterapkan di berbagai bidang untuk menangani masalah yang cukup kompleks. Berikut ini adalah contoh penggunaan Riset Operasi dalam berbagai bidang :

Akuntansi dan Keuangan

- Penentuan jumlah kelayakan kredit.
- Alokasi modal investasi.
- Peningkatan efektivitas akuntansi biaya.

Pemasaran :

- Penentuan kombinasi produk terbaik berdasarkan permintaan pasar.
- Alokasi iklan di berbagai media.
- Penugasan tenaga penjual ke wilayah pemasaran secara efektif.

Operasi Produksi :

- Penentuan bahan baku paling ekonomis untuk kebutuhan pelanggan.
- Meminimumkan persediaan atau inventori.
- Peningkatan kualitas operasi manufaktur.

2.2.2 Model-Model dalam Riset Operasi

Dalam Riset Operasi dikenal bentuk model yang menggambarkan karakteristik dan bentuk sistem suatu permasalahan. Macam-macam model tersebut diantaranya :

1. Model Ikonik

   Merupakan tiruan fisik seperti bentuk aslinya dengan skala yang lebih kecil. Contoh : maket gedung, model automotif dan model pesawat.

2. Model Analog

   Merupakan model fisik tapi tidak memiliki bentuk yang mirip dengan yang dimodelkan. Contoh : alat ukur termometer yang menunjukkan model tinggi rendahnya suatu temperatur.

3. Model Simbolik

   Merupakan model yang menggunakan simbol-simbol (huruf, angka, bentuk, gambar dan lain-lain) yang menyajikan karakteristik dan properti dari suatu sistem. Contoh : jaringan kerja (network diagram), diagram alit dan flowchart.

4. Model Matematik

Mencakup model-model yang mewakili situasi riil sebuah sistem yang berupa fungsi matematik. Contoh : $P_n = a^n$. P_n yang menyatakan model populasi makluk hidup.

2.2.3 Langkah-langkah Analisa dalam Riset Operasi

Dalam proses pemecahan masalah Riset Operasi berikut ini langkah-langkah yang perlu dilakukan :

- Definisi Masalah

  Pada langkah ini terdapat tiga unsur utama yang diidentifikasi :

1. Fungsi Tujuan : Penerapan tujuan untuk membantu mengarahkan upaya memenuhi tujuan yang akan dicapai. Ada dua macam fungsi tujuan/sasaran yaitu minimasi dan maximasi. Sasaran yang diminimalkan misalnya ongkos, resiko, jarak tempuh, totsl berat beban. Sasaran yang dimaximalkan misalnya keuntungan, jumlah produksi, jumlah pelayanan, luasnya cakupan.
2. Fungsi Bantuan / Kendala : Batasan-batasan yang mempengaruhi persoalan terhadap tujuan yang akan dicapai. Kendala biasanya merupakan pemakaian sumber daya yang ada atau juga berupa ungkapan prasyarat yang harus dipenuhi dalam pengambilan keputusan. Kendala akan berupa pertidaksamaan, maka bentuknya akan ditandai oleh lima lambang hubungan yaitu ($=, <, >, \leq, \geq$).
3. Variabel Keputusan : Variabel-variabel yang mempengaruhi persoalan dalam pengambilan keputusan. Variabel ini yang akan dicari harganya dan dipilih mana yang akan memberikan hasil terbaik sesuai sasarannya. Contoh : Merk

mobil yang akan dibeli, besarnya uang yang didepositokan dan lama mesin A harus beroperasi dalam masa produksi.

- Pengembangan Model

  Mengumpulkan data untuk menaksir besaran parameter yang berpengaruh terhadap persoalan yang dihadapi. Taksiran ini digunakan untuk membangun dan mengevaluasi model matematis dari persoalannya. Parameter adalah konstanta-konstanta pasti yang terkait dengan variabel keputusan yang menyusun fungsi sasaran. Konstanta ini sering disebut juga sebagai koefisien fungsi sasaran.

- Pemecahan Model

  Dalam memformulasikan persoalan ini biasanya digunakan model analistis, yaitu model matematis yang menghasilkan persamaan sehingga dicapai pemecahan yang optimum.

- Pengujian Keabsahan Model

  Menentukan apakah model yang dibangun telah menggambarkan keadaan nyata secara akurat. Jika belum, perbaiki atau buat model baru.

- Implementasi Hasil Akhir

  Menerjemahkan hasil studi atau perhitungan ke dalam bahasa sehari-hari agar mudah dimengerti.

2.3 Konsep Program Linear

Program linear merupakan model matematik untuk mendapatkan alternatif penggunaan terbaik atas sumber-sumber organisasi. Kata sifat linear digunakan untuk menunjukkan fungsi-fungsi matematik yang digunakan dalam bentuk linear dalam arti hubungan langsung dan persis proporsional. Program menyatakan penggunaan teknik matematik tertentu. Jadi pengertian program linear adalah suatu teknik perencanaan yang bersifat analistis yang analisanya menggunakan model matematis, dengan tujuan menemukan beberapa kombinasi alternatif pemecahan optimum terhadap persoalan (Aminudin,2005).

2.3.1 Bentuk Umum Program Linear

1. Bentuk umum program linear untuk kasus memaksimalkan fungsi sasaran :

Maksimum $Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$

Dengan batasan :

$\sum_{j=1} \quad x_j \le b_i$, untuk i = 1,2,…,m

$x_j \ge 0$ untuk j = 1,2,…,n

Atau dapat juga ditulis lengkap sebagai berikut :

Optimumkan

$$Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \ldots + c_n x_n$$

Dengan batasan :

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \ldots + a_{1n} x_n \le b_1$$

$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ..+ a_{2n}x_n \leq b_2$

…. …. …. …

$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n \leq b_3$

$x_1, x_2, \ldots, x_n \geq 0$

2. Bentuk umum program linear untuk kasus meminimumkan fungsi sasaran :

Minimum $Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$

Dengan batasan :

$\sum_{j=1} x_j \geq b_i$, untuk i = 1,2,…,m

$x_j \geq 0$ untuk j = 1,2,…,n

Atau dapat juga ditulis lengkap sebagai berikut :

Optimumkan

$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_n$

Dengan batasan :

$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ..+ a_{1n}x_n \geq b_1$

$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ..+ a_{2n}x_n \geq b_2$

…. …. …. …

$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n \geq b_3$

$x_1, x_2, \ldots, x_n \geq 0$

Keterangan :

Z = Fungsi Tujuan yang dicari nilai optimalnya (maksimal, minimal).

c_j = Kenaikan nilai Z apabila ada pertambahan tingkat kegiatan x_j dengan satu satuan unit atau sumbangan setiap satuan keluaran kegiatan j terhadap Z.

n = Macam kegiatan yang menggunakan sumber atau fasilitas yang tersedia.

m = Macam batasan sumber atau fasilitas yang tersedia.

x_j = Tingkat kegiatan ke-j.

a_{ij} = Banyaknya sumber i yang diperlukan untuk menghasilkan setiap unit keluaran kegiatan j.

b_i = Kapasitas sumber i yang tersedia untuk dialokasikan ke setiap unit kegiatan.

Terminologi umum untuk model program linear diatas dapat dirangkum sebagai berikut :

1. Fungsi yang akan dicari nilai optimalnya (Z) disebut sebagai fungsi tujuan (*objective function*).
2. Fungsi-fungsi batasan dapat dikelompokan menjadi dua macam, yaitu :
   - Fungsi batasan fungsional, yaitu fungsi-fungsi batasan sebanyak m.
   - Fungsi batasan non negatif (non-negative contrains) yaitu variabel $x_j \geq 0$.
3. Variabel-variabel x_j disebut sebagai variabel keputusan (*decision variable*).
4. Parameter model yaitu masukan konstan a_{ij}, b_i, c_j.

2.3.2 Asumsi Program Linear

Agar pengunaan program linear diatas memuaskan tanpa terbentur pada berbagai hal, maka diperlukan asumsi-asumsi dasar program linear (Aminudin,2005) sebagai berikut :

1. *Proportionality*, asumsi ini berarti naik turunnya nilai Z dan penggunaan sumber atau fasilitas yang tersedia akan berubah secara sebanding dengan perubahan tingkat kegiatan.

   Misal : $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_n$

   Setiap pertambahan satu unit x_1 akan menaikkan Z sebesar c_1. Setiap pertambahan satu unit x_2 akan menaikkan Z sebesar c_2 dan seterusnya.

2. *Additivity*, berarti nilai tujuan tiap kegiatan tidak saling mempengaruhi, atau dalam program linear dianggap bahwa kenaikan suatu kegiatan dapat ditambahkan tanpa mempengaruhi bagian nilai Z yang diperoleh dari kegiatan lain.

   Misal : $Z = 4x_1 + 7x_2$

   Dimana $x_1 = 30$; $x_2 = 20$ sehingga $Z = 120 + 140 = 260$

   Andaikan x_1 bertambah satu unit maka sesuai dengan asumsi pertama nilai Z menjadi 260 + 4 = 264. Jadi nilai 4 karena kenaikan x_1 dapat langsung ditambahkan pada nilai Z mula-mula tanpa mengurangi bagian Z yang diperoleh dari kegiatan ke-2 (x_2). Dengan kata lain, tidak ada korelasi antara x_1 dan x_2.

3. *Divisibility*, berarti keluaran yang dihasilkan oleh setiap kegiatan dapat berupa bilangan pecahan.

   Misal : $Z = 17.5$; $x_1 = 6.1$

4. *Deterministic* (*Certainty*), berarti bahwa semua parameter (a_{ij}, b_i, c_j) yang terdapat pada program linear dapat diperkirakan dengan pasti, meskipun dalam kenyataanya tidak sama persis.

2.4 Pemecahan Program Linear Menggunakan Metode Grafik

Metode grafik merupakan salah satu teknik pemecahan model program linear yang hanya memuat dua variabel keputusan (Aminudin,2005).

Langkah-langkah pemecahan masalah program linear dengan metode grafik adalah sebagai berikut :

1. Gambarkan sebuah bidang koordinat dengan kedua variabel sebagai sumbu-sumbu koordinat.
2. Gambarkan garis-garis fungsi batasan dengan menganggap batasannya sebagai persamaan.
3. Tentukan daerah dalam bidang koordinat yang memenuhi semua batasan, daerah ini disebut sebagai daerah layak (*feasible region*).
4. Tentukan koordinat titik sudut disebut juga sebagai titik ekstrim.
5. Hitung harga fungsi tujuan untuk semua titik sudut, kemudian pilih harga yang optimal sebagai pemecahan masalah.

Contoh Kasus :

PT. Dimensi adalah sebuah perusahaan furnitur produsen meja dan kursi yang harus diproses melalui perakitan dan pemolesan. Tabel berikut ini adalah data proses perakitan dan pemolesan PT. Dimensi yaitu :

Tabel 2.1 Data Proses Perakitan dan Pemolesan PT. Dimensi

	Waktu yang dibutuhkan untuk satu unit produk (jam)		Total jam tersedia
	Meja	Kursi	
Perakitan	4	2	60
Pemolesan	2	4	48
Laba/unit	$8	$6	

Bagaimana menentukan kombinasi terbaik dari jumlah meja dan kursi yang harus diproduksi agar menghasilkan laba maksimal?

Jawab :

Formulasi persoalan :

Misalkan :

x = jumlah meja yang dibuat.

y = jumlah kursi yang dibuat.

Z = jumlah kontribusi laba seluruh meja dan kursi.

Model program linearnya adalah :

Maksimumkan laba : $Z = 8x + 6y$ (fungsi tujuan)

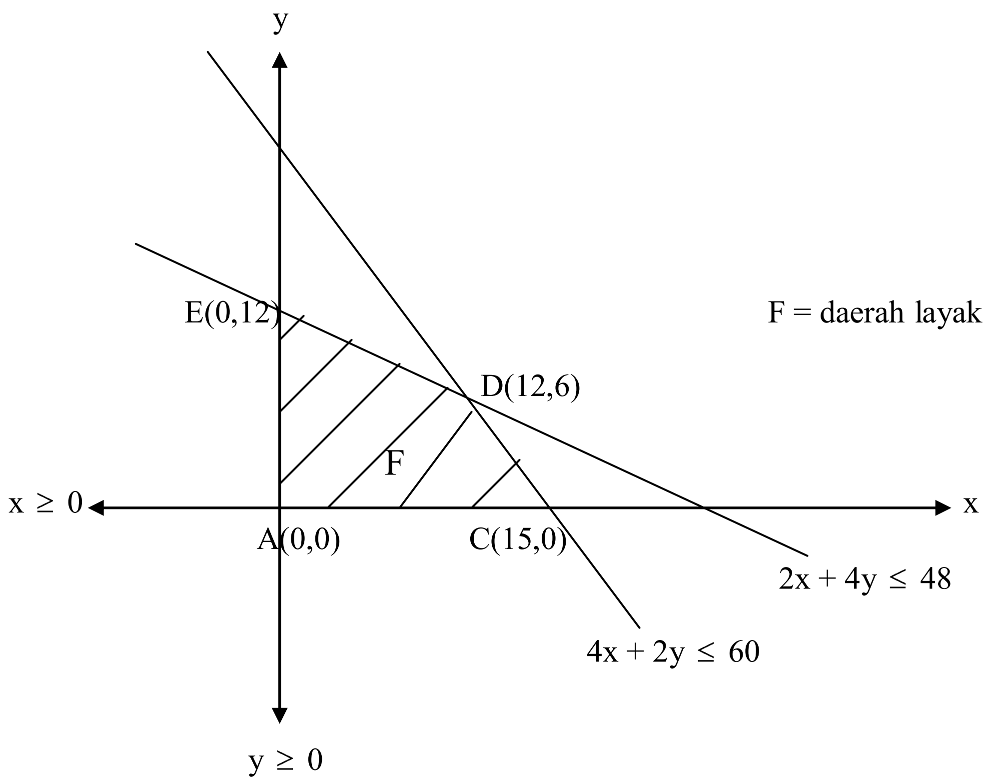
Dengan batasan :

$4x + 2y \leq 60$ (fungsi batasan proses perakitan)

$2x + 4y \leq 48$ (fungsi batasan proses pemolesan)

x dan $y \geq 0$

Gambarkan batasan-batasan pada bidang koordinat :



Dari grafik di atas titik sudut yang diketahui adalah A, E, dan C sedangkan titik sudut D dapat dicari dengan eliminasi antara persamaan satu dan dua, yaitu :

$4x + 2y = 60$ kalikan dengan (2) ; $8x + 4y = 120$

$2x + 4y = 48$ $\quad 2x + 4y = \ \ 48$ —

$6x \quad = 72$, maka $x = 12$

Subtitusikan $x = 12$ ke dalam persamaan kedua :

$2(12) + 4y = 48$

$4y = 24$, sehingga $y = 6$

Jadi titik D adalah (12,6).

Langkah berikutnya, hitung empat titik sudut tersebut dengan cara mensubtitusikan ke dalam fungsi tujuan untuk melihat kombinasi mana yang menghasilkan laba terbesar.

- Titik A (0,0) : $Z = 8(0) + 6(0) = 0$
- Titik E (0,12) : $Z = 8(0) + 6(12) = 72$
- Titik C (15,0) : $Z = 8(15) + 6(0) = 120$
- Titik D (12,6) : $Z = 8(12) + 6(6) = 132$

Ternyata titik yang menghasilkan laba terbesar adalah titik D(12,6) dengan laba sebesar $132. Jadi titik inilah yang paling optimal. Keputusannya meja dibuat sebanyak 12 buah dan kursi sebanyak 6 buah.

2.5 Pemecahan Program Linear Menggunakan Metode Simpleks

Apabila suatu persoalan program linear hanya mengandung dua kegiatan (variabel keputusan) saja, maka akan dapat dipecahkan dengan metode grafik. Tetapi bila mengandung tiga atau lebih varabel keputusan maka metode grafik tidak dapat digunakan lagi, sehingga diperlukan alternatif yaitu metode simpleks.

Metode simpleks adalah merupakan prosedur aljabar yang bersifat iteratif, dimana pada setiap iterasi mencari penyelesaian suatu sistem persamaan. Penyelesaian ini kemudian digunakan menguji keoptimalan dari program linear yang akan diselesaikan (Aminudin,2005).

2.5.1 Bentuk Baku Program Linear

Sebelum menggunakan metode simpleks dalam memecahkan persoalan program linear perlu dipelajari bagaimana mengubah suatu bentuk program linear menjadi bentuk bakunya. Karena bentuk baku ini digunakan dalam metode simpleks.

Beberapa aturan bentuk program linear baku :

1. Semua batasan/ kendala adalah persamaan (dengan sisi kanan yang non-negatif).
2. Semua variabel keputusan adalah non-negatif.
3. Fungsi tujuan berupa maksimasi dan minimasi.

Bentuk standar program linear dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$\text{Maks / Min } Z = \sum_{j=1} x_j$$

Dengan kendala :

$$\sum_{j=1} x_j = b_i \qquad ; \qquad \text{untuk } i = 1,2,\ldots,m$$

$$x_j \geq 0 \qquad ; \qquad \text{untuk } j = 1,2,\ldots,n$$

Karena semua kendala harus berbentuk persamaan (=) maka jika ada kendala yang berbentuk pertidaksamaan harus dikonversikan menjadi persamaan dengan cara sebagai berikut :

1. Jika pada kendala berbentuk ($\leq$) maka persamaan kendala dirubah dengan manambah variabel kelonggaran (slack variable) pada ruas kiri. Misal sebuah kendala :

   $x_1 + 2x_2 \leq 6$ maka diubah $x_1 + 2x_2 + s_1 = 6$; $s_1 \geq 0$

2. Jika kendala berbentuk ($\geq$) maka persamaan kendala diubah dengan mengurangkan dengan variabel surplus pada ruas kiri. Misalkan sebuah kendala :

   $x_1 + 2x_2 \geq 6$ maka diubah $x_1 + 2x_2 - s_2 = 6$; $s_2 \geq 0$

3. Jika ruas kanan berharga negatif diubah menjadi positif dengan mengalikan kedua arus dengan (-1). Misalkan sebuah kendala :

   $2x_1 - x_2 \leq -5$ maka diubah dengan mengalikan kedua ruas dengan (-1) menjadi $-2x_1 + x_2 \geq 5$.

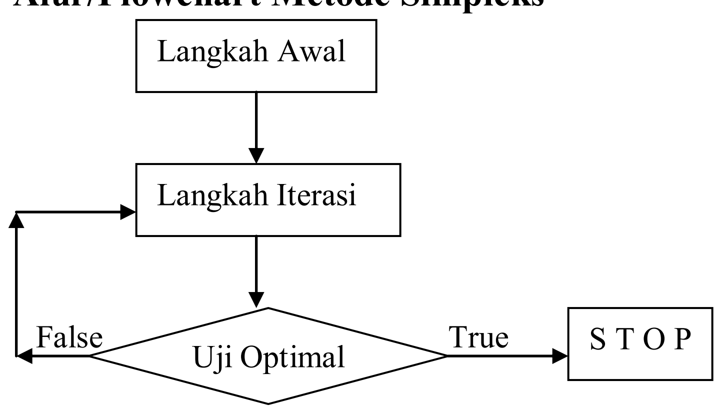
2.5.2 Prosedur Metode Simpleks

Prosedur pemecahan masalah program linear dengan menggunakan metode simpleks (Irawanto et al, 2004) adalah sebagai berikut :

1. Langkah Awal (Step 1) : Persiapan untuk memulai iterasi.
2. Langkah Iterasi (Step 2) : Proses melakukan iterasi.
3. Uji Optimalitas (Step 3) : Langkah dimana apakah hasil yang digunakan telah tercapai atau belum, jika pada langkah ini belum sesuai yang dikehendaki (optimal) maka proses kembali ke langkah iterasi, dan sebaliknya jika telah sesuai yang dikehendaki (optimal) maka berhenti.

Untuk lebih memudahkan pemahaman prosedur metode simpleks diberikan skema/ gambar alur dari langkah-langkah yang ada.

Alur/Flowchart Metode Simpleks



Kemudian dilanjutkan dengan hal-hal apa yang dikerjakan pada setiap langkah pada metode simpleks adalah yaitu :

1. Langkah Awal :

   Langkah ini adalah untuk mempersiapkan iterasi, yaitu dengan membentuk masalah program linear kedalam bentuk bakunya, dengan cara menambahkan variabel kelonggaran (slack) pada fungsi tujuan dan fungsi kendala. Pada fungsi tujuan koefisien variabel kelonggaran sama dengan nol dan pindahkan/pisahkan variabel-variabel disebelah kiri dari konstanta disebelah kanan. Bentuk tabel awal simpleks berdasarkan informasi model diatas yaitu sebagai berikut :

Tabel 2.2 Bentuk Tabel Simpleks Awal

Iterasi	Variabel Dasar (BV)	Z	x_1	x_2	…	x_n	s_1	s_2	…	s_m	Nilai kanan (NK)
	Z	1	$-c_1$	$-c_2$	…	$-c_n$	0	0	…	0	0
	s_1	0	a_{11}	a_{12}	…	a_{1n}	1	0	…	0	b_1
0	s_2	0	a_{21}	a_{22}	…	a_{2n}	0	1	…	0	b_2
	…	0	…	…	…	…	…	…	…	…	…
	s_m	0	a_{m1}	a_{m2}	…	a_{mn}	0	0	…	1	b_m

2. Langkah Iterasi

   Langkah ini terdiri dari 5 bagian, yaitu :

   - Bagian 1 : Bagian ini menentukan kolom kunci berdasarkan nilai yang berada pada baris fungsi tujuan Z. Nilai yang dipilih adalah harga negatif terbesar untuk masalah maksimum dan harga positif terbesar untuk masalah minimum. Variabel yang berada pada kolom kunci ini akan menjadi Entering Variable (EV) menggantikan salah satu variabel dasar sebelumnya. Variabel dasar mana yang akan digantikan oleh Entering Variable ini ditentukan pada bagian berikutnya.

- Bagian 2 : Bagian ini menentukan baris kunci berdasarkan nilai perbandingan antara harga nilai kanan (b_i) dengan nilai pada kolom kunci pada setiap baris, kecuali baris fungsi obyektif. Perbandingan tersebut dinamakan indeks. Baris dengan perbandingan nilai positif terkecil akan berperan sebagai baris kunci. Variabel dasar yang berada pada baris kunci akan menjadi Leaving Variable (LV) yang akan digantikan oleh Entering Variable (EV).

$$\text{Indeks ke-i} = \frac{b_i}{\text{unsur kolom kunci yang positif}} \;;\; \text{i}= 1,2,\ldots,\text{m}$$

- Bagian 3 : Bagian ini menentukan baris kunci baru dengan cara melakukan perubahan pada baris kunci dengan cara membagi setiap elemen dari baris kunci dengan angka kunci. Nilai angka kunci ini adalah perpotongan antara baris kunci dengan kolom kunci.

$$\text{Baris kunci baru} = \frac{\text{baris kunci lama}}{\text{angka kunci}}$$

- Bagian 4 : Bagian ini merubah variabel dasar, yang berarti Entering Variable (EV) masuk menggantikan Leaving Variable (LV).
- Bagian 5 : Bagian ini merubah semua nilai pada baris selain baris kunci dengan cara sebagai berikut :

Baris Baru = Baris Lama – (Nilai Kolom Kunci x Nilai Baris Kunci Baru).

3. Langkah Optimal

   Pada langkah ini kita periksa pada baris fungsi tujuan Z apakah pada setiap variabel berharga ≥ 0 (masalah maksimal) dan ≤ 0 (untuk masalah minimal), kalau ini terpenuhi maka penyelesaian sudah optimal jika belum lanjutkan kelangkah iterasi.

Contoh Kasus :

Kasus yang digunakan adalah kasus yang sama pada contoh kasus diatas yaitu pemecahan persoalan maksimasi laba PT. Dimensi.

Masalah program linearnya adalah :

Maksimumkan laba : $Z = 8x_1 + 6x_2$ (fungsi tujuan)

Dengan kendala :

$4x_1 + 2x_2 \leq 60$ (fungsi kendala proses perakitan)

$2x_1 + 4x_2 \leq 48$ (fungsi kendala proses pemolesan)

x_1 dan $x_2 \geq 0$

Jawab :

- **Langkah Awal**

Membentuk masalah program linear kedalam bentuk baku dengan cara menambahkan variabel kelonggaran (slack) pada fungsi tujuan dan fungsi kendala.

Fungsi Tujuan :

$Z = 8x_1 + 6x_2 + 0s_1 + 0s_2 \quad \Rightarrow \quad Z - 8x_1 - 6x_2 - 0s_1 - 0s_2 = 0$

Kendala :

$4x_1 + 2x_2 + 1s_1 + 0s_2 = 60$

$2x_1 + 4x_2 + 0s_1 + 1s_2 = 48$

$x_1 , x_2 , s_1 , s_2 \geq 0$

Kemudian menyusun bentuk baku program linear diatas dalam tabel simpleks awal. Bentuk program linear di atas apabila disusun dalam tabel awal simpleks ditunjukkan pada tabel berikut ini.

Tabel 2.3 Bentuk Tabel Simpleks Awal Persoalan PT. Dimensi

Iterasi	Variabel Dasar (BV)	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	Nilai kanan (NK)
0	Z	1	-8	- 6	0	0	0
	s_1	0	4	2	1	0	60
	s_2	0	2	4	0	1	48

- **Langkah Iterasi**

1 . Menentukan kolom kunci

Karena kasusnya adalah maksimal maka pemilihan kolom kunci adalah nilai pada fungsi obyektif Z dengan nilai paling negatif terbesar. Pada tabel simpleks awal diatas kolom kuncinya adalah kolom x_1 dimana nilainya adalah - 8.

Iterasi	Variabel Dasar (BV)	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	Nilai kanan (NK)
0	Z	1	-8	- 6	0	0	0
	s_1	0	4	2	1	0	60
	s_2	0	2	4	0	1	48

Keterangan :

Kolom x_1 = kolom kunci (warna hijau)

2. Menentukan baris kunci

Kriteria baris kunci dipilih pada baris yang nilai indeksnya adalah positif terkecil. Tabel tersebut baris kuncinya adalah baris s_1 karena nilai indeksnya adalah 15.

Nilai indeks $s_1 = 60/4 = 15$; Nilai indeks $s_2 = 48/2 = 24$

Iterasi	Variabel Dasar (BV)	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	Nilai kanan (NK)	Indeks
0	Z	1	-8	- 6	0	0	0	
	s_1	0	4	2	1	0	60	60:4 = 15
	s_2	0	2	4	0	1	48	48:2 = 24

Keterangan :

Kolom x_1 = kolom kunci (warna hijau)

Baris s_1 = baris kunci (warna biru)

Perpotongan antara kolom kunci dan baris kunci = angka kunci (warna abu-abu)

3. Menentukan baris kunci baru

Karena yang terpilih kolom kunci adalah kolom x_1, maka variabel dasar s_1 (sebagai leaving variable) digantikan oleh variabel x_1 (sebagai entering variable) sedangkan nilai-nilai baris kunci baru diperoleh dengan cara membaginya dengan angka kunci = 4 sehingga diperoleh baris kunci yang baru seperti terlihat pada tabel dibawah ini.

$$\text{Baris } x_1 = \frac{(4 \quad 2 \quad 1 \quad 0 \quad 60)}{4} = (1 \quad 1/2 \quad 1/4 \quad 0 \quad 15)$$

Iterasi	Variabel Dasar (BV)	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	Nilai kanan (NK)
0	Z	1	-8	- 6	0	0	0
	x_1	0	1	1/2	1/4	0	15
	s_2	0	2	4	0	1	48

4. Merubah semua nilai pada baris selain baris kunci dengan cara sebagai berikut :

   Baris Baru = Baris Lama – (Nilai Kolom Kunci x Nilai Baris Kunci Baru)

Baris Z akan berubah menjadi :

$$\text{Baris Z baru} = \frac{\begin{array}{r}(-8 \quad -6 \quad 0 \quad 0 \quad 0)\\ -8\,(1 \quad 1/2 \quad 1/4 \quad 0 \quad 15)\,-\end{array}}{(0 \quad -2 \quad 2 \quad 0 \quad 120)}$$

Baris s_2 akan berubah menjadi :

$$\text{Baris } s_2 \text{ baru} = \frac{\begin{array}{r}(2 \quad 4 \quad 0 \quad 1 \quad 48)\\ 2\,(1 \quad 1/2 \quad 1/4 \quad 0 \quad 15)\,-\end{array}}{(0 \quad 3 \quad -1/2 \quad 1 \quad 18)}$$

Nilai – nilai baru tersebut disusun kembali ke dalam tabel berikutnya sebagai hasil iterasi pertama seperti berikut ini.

Iterasi	Variabel Dasar (BV)	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	Nilai kanan (NK)
1	Z	1	0	- 2	2	0	120
	x_1	0	1	1/2	1/4	0	15
	s_2	0	0	3	-1/2	1	18

- **Langkah Optimal**

Karena masih ada nilai pada baris fungsi obyektif Z yang bernilai negatif yaitu pada x_2 = -2 maka dilanjutkan ke arah iterasi lagi.

Pertama tentukan kolom x_2 sebagai kolom kunci di mana nilainya adalah -2 (negatif terbesar) sedangkan baris kuncinya adalah baris s_2 di mana nilai indeks positif terkecil.

Iterasi	Variabel Dasar (BV)	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	Nilai kanan (NK)	indeks
1	Z	1	0	- 2	2	0	120	
	x_1	0	1	1/2	1/4	0	15	15:1/2 =30
	s_2	0	0	3	-1/2	1	18	18:3 = 6

Keterangan :

Kolom x_2 = kolom kunci (warna hijau)

Baris s_2 = baris kunci (warna biru)

Perpotongan antara kolom kunci dan baris kunci = angka kunci (warna abu-abu)

Baris kunci baru variabel dasarnya (LV) s_2 digantikan oleh x_2 sebagai variabel pendatang (EV), sedangkan nilai-nilai lainnya dibagi dengan angka kunci = 3 sehingga diperoleh :

$$\text{Baris } x_2 = \frac{(0 \quad 3 \quad -1/2 \quad 1 \quad 18)}{3} = (0 \quad 1 \quad -1/6 \quad 1/3 \quad 6)$$

Iterasi	Variabel Dasar (BV)	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	Nilai kanan (NK)
1	Z	1	0	- 2	2	0	120
	x_1	0	1	1/2	1/4	0	15
	x_2	0	0	1	-1/6	1/3	6

Merubah semua nilai pada baris selain baris kunci dengan cara sebagai berikut :

Baris Baru = Baris Lama – (Nilai Kolom Kunci x Nilai Baris Kunci Baru)

Baris Z akan berubah menjadi :

$$\begin{array}{rl} & (0 \quad -2 \quad 2 \quad 0 \quad 120) \\ \text{Baris Z baru} = & -2\,(0 \quad 1 \quad -1/6 \quad 1/3 \quad 6) \; - \\ \hline & (0 \quad 0 \quad 5/3 \quad 2/3 \quad 132) \end{array}$$

Baris x_1 akan berubah menjadi :

$$
\begin{array}{rl}
 & (1\quad 1/2\quad 1/4\quad 0\quad 15) \\
\text{Baris } x_1 \text{ baru} = & \underline{1/2\,(0\quad 1\quad -1/6\quad 1/3\quad 6)}\ - \\
 & (1\quad 0\quad 1/3\quad -1/6\quad 12)
\end{array}
$$

Nilai – nilai baru tersebut disusun kembali ke dalam tabel berikutnya sebagai hasil iterasi kedua seperti berikut ini.

Iterasi	Variabel Dasar (BV)	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	Nilai kanan (NK)
2	Z	1	0	0	5/3	2/3	132
	x_1	0	1	0	1/3	-1/6	12
	x_2	0	0	1	-1/6	1/3	6

Dari tabel diatas tampak bahwa nilai pada baris Z sudah tidak ada lagi variabel yang bernilai negatif, artinya tabel sudah optimal. Sebagai hasilnya terlihat bahwa nilai maksimum laba (Z) adalah 132 dengan masing - masing variabel $x_1 = 12$ dan $x_2 = 6$.

2.6 Pemecahan Masalah Program Linear Dengan Kendala Berbentuk Pertidaksamaan ($\geq$) dan Persamaan (=)

Penyelesaian masalah program linear dengan metode simpleks menghendaki adanya pemecahan awal yang fisibel/layak yaitu setiap kendala memiliki variabel basis. Jika kendala memiliki pertidaksamaan berbentuk $\geq$, misal $2x_1 + 3x_2 \geq 30$ dengan menambahkan dengan variabel surplus $2x_1 + 3x_2 - s_1 \geq 30$, kendala inipun tidak memiliki variabel basis. Untuk itu kendala masih perlu ditambah dengan variabel artificial/semu (r_i) sehingga kendala menjadi $2x_1 + 3x_2 - s_1 + r_1 = 30$. Begitu pula dengan kendala berbentuk persamaan misal $2x_1 + 4x_2 = 20$ diubah menjadi $2x_1 + 4x_2 + r_2 = 20$.

Meskipun semua kendala telah memiliki variabel artificial tersebut bukan berarti penyelesaian yang fisibel/layak bagi masalah aslinya. Sehingga variabel artificial/semu harus dikurangi nilainya sehingga menjadi nol. Untuk membuat nilai variabel artificial menjadi nol dengan menggunakan metode Big M (Irawanto et al, 2004).

2.7 Metode Big M

Metode Big M digunakan bila pada kendala ditemui pertidaksamaan $\geq$ atau =, atau dengan kata lain apabila ditemui variabel artificial (r_i) (Irawanto et al, 2004). Pada fungsi tujuan, variabel artificial diberi suatu koefisien berupa konstanta M yang berarti bilangan yang sangat besar. Konstanta M ini diberikan agar pada solusi optimal tidak terdapat lagi variabel artificial, sehingga solusi yang diperoleh layak (Irawanto et al, 2004). Dalam metode ini koefisien fungsi tujuan untuk variabel artificial diberi harga sebagai berikut :

- Negatif M (-M) untuk masalah maksimum, M dimana adalah bilangan positif terbesar.
- Positif M untuk masalah minimum.

Contoh kasus untuk penggunaan metode Big M sebagai berikut :

Memaksimalkan $Z = 3x_1 + 5x_2$

Kendala :

$x_1 \leq 4$

$2x_2 \leq 12$

$3x_1 + 2x_2 = 18$

$x_1, x_2 \geq 0$

Dengan menambahkan variabel slack pada persamaan (1) dan (2) yaitu s_1 dan s_2 serta variabel artificial pada persamaan (3) yaitu r_3, sehingga solusi baris awal yaitu $(x_1, x_2, s_1, s_2, r_3)$ dengan persamaan bentuk baku model seperti dibawah ini.

$x_1 + s_1 = 4$

$2x_2 + s_2 = 12$

$3x_1 + 2x_2 + r_3 = 18 \Rightarrow r_3 = 18 - 3x_1 - 2x_2$

Pada fungsi tujuan yaitu persamaan (0) untuk harga koefisien pada variabel slack sama dengan nol dan untuk variabel artificial dengan harga –M (karena kasus maksimal), sehingga diperoleh fungsi tujuan sebagai persamaan sebagai berikut :

$Z = 3x_1 + 5x_2 + 0s_1 + 0s_2 - Mr_3$

$= 3x_1 + 5x_2 + 0s_1 + 0s_2 - M(18 - 3x_1 - 2x_2)$

$= (3+3M)x_1 + (5+2M)x_2 + 0s_1 + 0s_2 - 18M$

$Z - (3+3M)x_1 - (5+2M)x_2 - 0s_1 - 0s_2 = -18M$

Tabel dari simplek program linear diatas dapat dilihat sebagai berikut :

Iterasi	BV	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	r_3	Nilai Kanan	indeks
0	Z	1	-(3M+3)	-(2M+5)	0	0	0	- 18M	
	s_1	0	1	0	1	0	0	4	4:1= 4
	s_2	0	0	2	0	1	0	12	12:0= ~
	r_3	0	3	2	0	0	1	18	18:3= 6

	Z	1	0	-(2M+5)	(3M+3)	0	0	-6M+12	
1	x_1	0	1	0	1	0	0	4	4:0= ~
	s_2	0	0	2	0	1	0	12	12:2= 6
	r_3	0	0	2	-3	0	1	6	6:2= 3
	Z	1	0	0	-9/2	0	(M+5/2)	27	
2	x_1	0	1	0	1	0	0	4	4:1= 4
	s_2	0	0	0	3	1	-1	6	6:3= 2
	x_2	0	0	1	-3/2	0	1/2	3	3:-3/2= -2
	Z	1	0	0	0	3/2	(M+1)	36	
3	x_1	0	1	0	0	-1/3	1/3	2	
	s_1	0	0	0	1	1/3	-1/3	2	
	x_2	0	0	1	0	1/2	0	6	

Dari tabel iterasi ke-3 terlihat bahwa tidak ada nilai variabel didalam fungsi Z yang bernilai negatif maka penyelesaian sudah optimal. Hasil yang didapatkan adalah sebagai berikut :

$Z = 36$; $x_1 = 2$; $x_2 = 6$; $s_1 = 2$